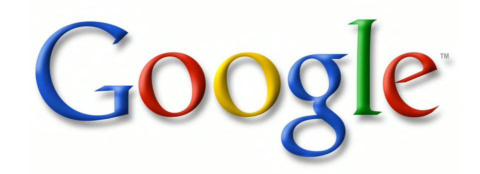
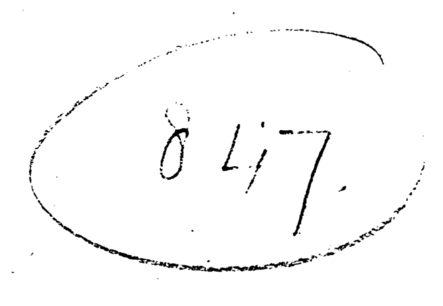






ZEITSCHRIFT

FÜR

PHYSIK

UND

MATHEMATIK.

Herausgeber:

A. Baumgartner und A. v. Ettingshausen,

ordentliche Professoren an der k. k. Universität zu Wien.

Zweiter Band.

Mit vier Kupfertafeln.

Wien 1827.

Verlag von J. G. Heubner.



ZEITSCHRIFT

FÜR PHYSIK UND MATHEMATIK.

PHYSIKALISCHE ABTHEILUNG.

I. Die circuläre Polarisation des Lichtes nach Fresnels Arbeiten dargestellt von A. Baumgartner.

1.

Die Phänomene der Polarisation des Lichtes gehören ohne Zweifel zu den wichtigsten und interessantesten, welche die Naturlehre aufzuweisen im Stande ist, nicht blos desshalb, weil sie dem Forscher einen fast unerschöpflichen Stoff zu theoretischen Betrachtungen und hypothetischen Voraussetzungen über die Natur des Lichtes darbieten, sondern auch, weil sie unzähliger practischer Anwendungen fähig sind, und durch die Farbenpracht und Symmetrie der Bilder selbst dem ästetischen Auge einen innigen Genuss gewähren. So viel man auch bereits durch den regen Eifer deutscher, französischer und englischer Naturforscher in diesem Felde kennen gelernt hat, so ist doch gewiss noch nicht Alles erschöpft, und es muss jede neue Thatsache die Aufmerksamkeit der Naturforscher in An-

spruch nehmen, wenn sie auch für sich nicht besonders wichtig zu seyn scheint, weil sie als ein Glied der endlosen Kette der Naturerscheinungen auf wichtige Wahrheiten leiten kann. Um so mehr verdienen Phänomene allgemein bekannt zu werden, die schon für sich ein neues Feld zu Forschungen eröffnen und uns das Licht gleichsam von einer neuen Seite kennen lehren, wie dieses mit den Erscheinungen der circulären Polarisation der Fall ist. Wiewohl sie Fresnel schon vor längerer Zeit entdeckt und auch in Frankreich bekannt gemacht hatte, so gibt es doch, so viel ich weiss, keine Quelle, aus der ein Deutscher sie kennen lernen könnte: auch hat Fresnel keine nähere Anleitung gegeben, die Versuche hierüber zu machen, wiewohl sie zu den delicateren gehören. Der Umstand, dass Fresnel selbst die Güte hatte, mir diese interessanten Versuche zu zeigen, nebst ihrer Wichtigkeit, veranlasste mich, sie hier mit ihren theoretischen Beziehungen näher auseinander zu setzen.

2.

Ein auf die gewöhnliche Art polarisirter Lichtstrahl hat bekanntlich die Eigenschaft, dass er in einem Doppelspath oder in irgend einem andern Krystall, der das Licht doppelt bricht, nur dann die doppelte Brechung erleidet, wenn der Hauptschnitt des Krystalls weder parallel mit der Polarisationsebene ist, noch auf ihr senkrecht steht, so dass man einen leuchtenden Punct, von welchem polarisirtes Licht ins Auge gelangt, hinter demselben bald einfach, bald doppelt sieht, wenn man den Krystall so dreht, dass sich die

Lage seines Hauptschnittes gegen die Polarisationsebene beständig ändert.

Andererseits weiss man, dass nur ein polarisirter Strahl die Eigenschaft hat, ein Plättchen aus Glimmer, Gips etc., farbig zu zeigen, wenn er durch dasselbe und hierauf durch einen Doppelspath oder einen andern, das Licht doppelt brechenden Krystall ins Auge gelangt. Ein Lichtstrahl also, der in einem Doppelspath stets die doppelte Brechung erleidet, wenn man den Krystall auch um den Strahl, wie um seine Achse dreht, der aber ein Glimmerplättchen farbig zeigt, wenn er durch dasselbe und hierauf durch einen Doppelspath gegangen ist, besitzt einerseits die Eigenschaft eines gewöhnlichen, andererseits die eines polarisirten Strahles. Von der Art fand Fresnel einen Lichtstrahl, der zuerst auf die gewöhnliche Weise polarisirt wurde, und dann in einem Glasprisma zwei totale Reflexionen erlitten hatte, so dass die Reflexionsebene mit der Polarisationsebene einen Winkel von 45° bildet. Er bediente sich zu diesem Behufe eines Instrumentes, das zugleich zur Darstellung der Gesetze der Reflexion, doppelten Brechung und Polarisation im Allgemeinen dient, und in Fig. 1. abgebildet ist. A ist ein verticaler in Grade etc. eingetheilter Kreis, an dessen Mittelpunct zwei Alhidaden a und b so angebracht sind, dass sich jede derselben für sich in der Ebene des Kreises bewegen lässt. An einer derselben ist das Rohr B befestiget, an dessen vom Centrum entfernteren Ende verschiedene Aufsätze, z. B. Polarisationsspiegel, Gläser, Prismen aus Doppelspath etc. etc. angebracht werden können. Eine ähnliche Röhre C ist an der anderen Alhidade angebracht, je-

doch so, dass sie zugleich von ihr in der Ebene des Kreises A entfernt und ihr genähert werden kann, und dabei ihre Achse stets mit der Alhidade parallel bleibt. Dieses wird dadurch erreicht, dass man die Röhre mit der Alhidade mittelst zweier paralleler verschiebbarer Leisten auf dieselbe Weise in Verbindung bringt, wie man es mit den zwei Linealen zu thun pflegt, die sich in den gewöhnlichen Reisszeugen befinden, und Parallellineale genannt werden. Fig. 2. stellt diese Verbindung für sich dar, an der man die Leisten c und d sieht. D ist ein kleiner Tisch, der mittelst der Stellschrauben des Fussgestelles E in eine horizontale Lage gebracht werden kann, und in dessen Ebene der Mittelpunct des Kreises A liegt.

3.

Will man nun mit diesem Instrumente die oben erwähnte Eigenschaft des Lichtes prüfen, so gibt man in die Röhre B ein achromatisirtes Doppelspathprisma, dessen Hauptschnitt mit der Verticalebene einen Winkel von 45° macht, und schliesst übrigens das Rohr mit einem Deckel, der durch eine kleine Oeffnung dem Lichte den Eintritt gestattet, legt auf den Tisch D ein gläsernes Parallelepiped. von der Gestalt Fig. 3, so dass die beiden Strahlenbündel, in welche der in B eintretende Strahl durch den Doppelspath getheilt wird, senkrecht auf die erste Fläche e auffallen, in das Glas eindringen, in f und g eine totale Reflexion erleiden und endlich in senkrechter Richtung die letzte Fläche desselben verlassen. Man stellt ferner das zweite Rohr C so, dass die aus dem Parallelepiped kommenden Strahlen nahe die Achse desselben

treffen, und schliesst endlich das Rohr mit einem um dessen Achse beweglichen durchbohrten Deckel, in welchem sich wieder ein Doppelspath befindet, durch welchen das Licht neuerdings gehen muss, um in das hinter der Oeffnung am Deckel befindliche Auge zu gelangen.

Sieht man nun durch das leere Rohr C auf das Glasparallelepiped, so erscheint einem die Oeffnung im Deckel des Rohres B doppelt, wie zu erwarten war. Enthält das Rohr C den Doppelspath, so sieht man hinter demselben diese Oeffnung vierfach, wie auch der Hauptschnitt des Doppelspathes gegen die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen geneigt seyn mag, so als wenn diese Strahlen gar nicht polarisirt worden wären, oder ihren Polarisationszustand durch die zweimalige totale Reflexion verloren hätten. Hält man aber auf das Rohr C ein Glimmerplättchen, so dass das Licht nach der zweimaligen Reflexion durch dieses gehen muss, um auf den in C befindlichen Doppelspath gelangen zu können, so erscheinen die vier Bilder der Oeffnung des Deckels in B gefärbt, und die zwei zusammengehörigen Bilder haben conplementäre Farben, wie dieses vom polarisirten Lichte zu erwarten war. Allein die Beschaffenheit der Farben ist nicht dieselbe, als wenn die Lichtstrahlen, ohne die doppelte Reflexion zu erleiden, vom Doppelspath in B durch das Glimmerplättchen auf den Doppelspath in C hätten gelangen können. Von diesen Lichstrahlen sagt nun Fresnel, sie haben die circuläre Polarisation erlitten, um sie von den auf die gewöhnliehe Art durch Brechung oder einfache Reflexion polarisirten zu unterschei-

den, von denen er sagt, sie haben die **geradlinige** Polarisation erlitten.

4.

Es ist für sich klar, dass der Winkel, unter welchem die Fläche e des Parallelepipedes gegen f geneigt seyn muss, von der Natur des Glases abhängt, weil von dieser das Brechungsvermögen desselben bestimmt wird, nach dem sich der Winkel richtet, unter welchem ein Lichtstrahl auffallen muss, um gänzlich reflectirt zu werden. **Fresnel**, der zu seinen Versuchen Spiegelglas von St. Gobin wählte, gab diesem Winkel 54°½. Auf die erste Fläche muss ein Lichtstrahl stets senkrecht einfallen, um nicht durch Brechung eine Aenderung seines Polarisationszustandes zu erleiden. Auch sieht wohl jeder ein, dass ein Lichtstrahl nicht in jedem auch mit gehörigen Winkeln versehenen Parallelepiped gerade zwei totale Reflexionen erleidet, sondern dass die Anzahl derselben von der Länge des Glaskörpers abhängt. Bei Versuchen mit solchen Glasprismen von verschiedener Länge, in welchen daher ein Lichtstrahl eine verschiedene Anzahl von Reflexionen erleidet, hat **Fresnel** ein anderes merkwürdiges Verhalten des circulär polarisirten Lichstrahles entdeckt. Er fand nämlich, dass ein solcher Strahl durch zwei neue Reflexionen den Character eines auf die gewöhnliche Art polarisirten wieder erlangt. Wählt man zwei Glasprismen von der angegebenen Art, in deren jedem ein Lichtstrahl vom Eintritt bis zum Austritte zwei totale Reflexionen erleidet, so findet man, dass der im ersten Prisma circulär polarisirte durch

zwei neue Reflexionen selbst dann in die Reihe der geradlinig polarisirten zurückkehrt, wenn auch die Reflexionsebene im zweiten mit der im ersten nicht übereinstimmt.

5.

Ein Glimmerplättchen, welches in dem auf gewöhnliche Art polarisirten Lichte farbig erscheint, nimmt bekanntlich keine andere Farbe an, wenn man es um den Lichtstrahl, wie um seine Achse herumdreht, ohne seine Neigung gegen den Strahl zu ändern, sondern es erscheint bei diesen verschiedenen Stellungen nur mehr oder weniger intensiv gefärbt, so dass es bei einer vollen Umdrehung vier Lagen gibt, in denen es am intensivsten und vier andere, in denen es gar nicht farbig erscheint. Ein Glimmerplättchen, dass ich zwischen 2 im vorhin genannten Apparate angebrachten Glasprismen befindet, die so gestellt sind, dass die Reflexionsebenen des Lichtes in beiden einen rechten Winkel einschliessen, und dessen Brechungsachse mit jeder der beiden Reflexionsebenen einen Winkel von 45° macht, erscheint auch gefärbt, wenn ein polarisirter Strahl dieses System durchdringt und hierauf noch durch einen Doppelspath gehen muss, um ins Auge zu gelangen; allein es findet zwischen jener und dieser Farbenerscheinung der wesentliche Unterschied statt, dass hier die Farbe sich ändert, wenn man den Doppelspath dreht. So lange aber der Hauptschnitt desselben gegen die ursprüngliche Polarisationsebene dieselbe Neigung beibehält, kann man die beiden Glasprismen nebst dem dazwischen liegenden Glim-

merplättchen um den einfallenden Lichstrahl nach Belieben drehen, ohne eine Aenderung der Färbung hervorzubringen. Man sieht daraus, dass die Natur dieser Farbe einzig vom Winkel abhängt, welchen die beiden äussersten Polarisationsebenen mit einander machen.

6.

Bekanntlich zeigt ein Plättchen aus Bergkrystall, das senkrecht auf die Achse der doppelten Brechung geschnitten ist, im polarisirten Lichte dieselben Phänomene der Färbung, wie das genannte Glimmerplättchen zwischen den 2 Glasprismen, ja sogar manche Flüssigkeiten, wie z. B. Terpentinöl, thun dasselbe. Daher muss das Licht beim Durchgang durch ein solches Plättchen oder durch eine Schichte einer solchen Flüssigkeit dieselbe Modification erleiden, wie in den beiden Glasprismen durch die totalen Reflexionen. Fresnel behauptet demnach, ein Lichtstrahl erleide in einem Bergkrystall, den er parallel mit seiner Achse durchdringt, eine eigenthümliche doppelte Brechung.

Um diese an Tag zu legen, schnitt er aus einem Bergkrystall ein dreyseitiges Prisma, dessen brechender Winkel 152° betrug, und dessen zwei Flächen gegen die Achse des Krystalls gleich geneigt waren. Um aber von der Farbenzerstreuung freie Resultate zu bekommen, achromatisirte er dieses Prisma mittelst zweier Glasprismen, die er an der Eintritts- und Austrittsfläche des Strahls ankittete. Er erhielt auf diesem Wege von einem einfachen Strahl wirklich zwei Strahlenbüschel, welche die

vorhin erwähnte Eigenschaft besassen. Allein der auf die genannte Weise erhaltene Achromatismus war nicht so vollkommen, als es zu so delicaten Versuchen erforderlich war. Glücklicherweise kam er auf den wahrhaft genialen Gedanken, den Bergkrystall gleichsam durch sich selbst zu achromatisiren. Er wählte zu diesem Behufe statt der zwei achromatisirenden Glasprismen zwei andere aus einem Bergkrystall, dessen optische Eigenschaften denen des ersteren entgegengesetzt sind, schnitt sie aber so, dass die Krystallisationsachse der zwei Hilfsprismen mit der des Hauptprismas der Richtung nach zusammen fiel, und der Lichtstrahl durch dieses zusammengesetzte Prisma parallel mit dieser Achse ging, um ja nicht die gewöhnliche doppelte Brechung zu erleiden. Durch diesen Apparat überzeugte sich Fresnel thatsächlich, dass die doppelte Brechung, welche ein Lichtsrahl längs der Achse des Krystalls erleidet, bei verschiedenfarbigen Strahlen auch mit einer verschiedenen Stärke erfolgt, und dass z. B. die violetten viel stärker als die rothen gebrochen werden.

7.

Wenn man die zwei Lichtbüschel, welche man durch diese doppelte Brechung erhält, durch einen Doppelspath gehen lässt, so geben sie immer zwei farbige Bilder von gleicher Intensität. Man kann das genannte Prisma, welches die zwei Strahlenbüschel liefert, in die Fassung eines kleinen Perspectives statt des Objectivglases einsetzen und in die Ocularröhre den Doppelspath zur Analyse dieser Strahlen anbrin-

gen. Setzt man die zwei Strahlenbüschel im Innern eines wie oben eingerichteten gläsernen Parallelepipeds zwei totalen Reflexionen aus, so findet man sie vollkommen polarisirt, und zwar jedes in einer Richtung, welche mit der Reflexionsebene einen Winkel von 45° macht. Die Polarisationsebene des einen liegt zur rechten, die des andern zur linken der Reflexionsebene. Ein Büschel verhält sich also gerade so, wie ein polarisirter Strahl, der in einem Glasprisma zwei totale Reflexionen erlitten hat, in einer Ebene, die um 45° gegen die Polarisationsebene geneigt ist und ihr zur rechten liegt, der andere so, wie ein Strahl, der dieselben Modificationen erlitten hat, nur mit dem Unterschiede, dass sich die Reflexionsebene zur linken Seite der Polarisationsebene befindet.

8.

Aus dem bisher Dargestellten ergibt sich der Unterschied zwischen den Eigenschaften eines circulär, und denen eines geradlinig polarisirten Strahles. Ersterer wird auf gleiche Weise reflectirt und gebrochen, die Reflexions- oder Brechungsebene mag rings um den Strahl herum an was immer für einer Seite liegen, letzterer hat an den zwei Seiten, durch welche die Polarisationsebene geht, zwei andere Eigenschaften, als nach einer auf jener senkrechten Richtung.

9.

Der Grund, warum Fresnel die eine Polarisation geradlinig, die andere circulär nennt, liegt in

seiner theoretischen Ansicht über die Natur des Lichtes. Er stellt sich nämlich das Licht der Vibrationshypothese gemäss als das Resultat wellenförmiger Schwingungen des Aethers vor, nimmt aber an, dass die Schwingungen der kleinsten Theile des Aethers, aus denen die Lichtwellen hervorgehen, nicht nach der Richtung erfolgen, nach welcher sich das Licht fortpflanzt, also bei sphärischen Wellen, nicht nach der Richtung des Halbmessers der Wellensphäre; sondern nach einer darauf senkrechten Richtung. Um dieses deutlicher einzusehen, stelle man sich unter ad (Fig. 4) ein Stück der Oberfläche einer Welle vor, deren Mittelpunct unendlich weit entfernt ist, und welches daher als geradlinig angesehen werden kann. In dieser Linie ad schwingen nun nach Fresnels Voraussetzung die Aethertheile von a nach d und wieder zurück von d nach a. Im unpolarisirten Lichte bewegen sich nicht alle Theile zugleich nach einerlei Richtung, im polarisirten hingegen ist die Richtung der Bewegung aller Aethertheile, die zugleich in Bewegung sind, dieselbe, und zwar geradlinig, z. B. von a nach d, in dem auf gewöhnliche Art polarisirten Lichte, hingegen in Kreisen oder andern krummen Linien, in dem vorher besprochenen polarisirten, daher auch ersteres geradlinig, letzteres circulär polarisirt heisst. Um nun zu begreifen, wie bei dieser Richtung der Schwingungen eine Fortpflanzung der Bewegung nach der Richtung des Halbmessers möglich ist, mögen a, b, c, d, e, f, g, h, Aethertheile vorstellen, die in der Lage ihres Gleichgewichtes sind. Man muss wohl annehmen, dass diese Theile aufeinander einwirken,

und dass eine Aenderung in der Lage eines einzigen eine allgemeine Bewegung, in allen hervorbringt. Gesetzt nun, durch irgend eine Veranlassung werden die Theile a, b, c d, in die Lage α, β, γ, δ gebracht, so können auch die Theile e, f, g, h nicht mehr in ihrer ursprünglichen Lage bleiben, sondern müssen sich nach den Positionen des Gleichgewichtes bewegen, d. i. nach ε, ζ, η, ϑ. Durch die Verrückung dieser Theile wird wieder die der ihnen zunächst voranliegenden hervorgebracht, und so pflanzt sich die Bewegung nach der Richtung des Halbmessers der Welle fort, wiewohl die Schwingungen in einer darauf senkrechten Richtung erfolgen.

10.

Fresnel ward zur Annahme dieser Hypothese durch die Erfahrung bewogen, dass zwei nach entgegengesetzten Richtungen polarisirte Strahlen keinen Einfluss auf einander ausüben, selbst unter Umständen, wo bei nicht polarisirtem Lichte die Phänomene der Interferenz Statt finden. In der That, wenn man im polarisirten Lichte voraussetzt, dass die Richtung der Bewegung der Theile auf der Polarisationsebene senkrecht ist, so hat man es, bei nach entgegengesetzten Richtungen polarisirtem Lichte mit zwei Bewegungen zu thun, die nach zwei aufeinander senkrechten Richtungen erfolgen, und daher von einander unabhängig sind. Dieses wäre nicht der Fall, wenn in polarisirten Strahlen eine Bewegung nach der Richtung des Halbmessers Statt fände. Wenn aber dieses beim polarisirten der Fall ist, so muss es am unpolarisirten so seyn; denn gäbe es in einem ge-

wöhnlichen Strahle eine Bewegung nach der Richtung der Fortpflanzung, so müsste diese verloren gehen, wenn er in einen Krystall eintritt, der das Licht doppelt bricht, also dasselbe polarisirt; daraus ginge ein Verlust an lebendiger Kraft, mithin auch an der Intensität des Lichtes hervor, welches der Erfahrung widerspricht, die lehrt, dass in einem vollkommen hellen Krystalle die zwei Strahlenbüschel nach ihrem Austritt aus dem Krystall durch Vereinigung einen Strahl von derselben Intensität geben, wie der eintretende war, mit Abschlag der geringen Lichtmenge, welche an der Trennungsfläche der optischen Mittel reflectirt wird.

Diese Ansicht hat allerdings das für sich, dass sich aus ihr das Verhalten polarisirter Strahlen gegen einander mit der grössten Leichtigkeit erklären lässt. Ja sogar das Entstehen der circulären Polarisation, lässt sich aus ihr ziemlich einfach nachweisen. Es ist dazu das Zusammentreffen zweier gleichintensiver auf gewöhnliche Art aber nach entgegengesetzten Richtungen polarisirter Strahlen nothwendig, deren Differenz der Wege ein ungerades vielfaches des vierten Theiles einer Wellenlänge ist. Um aber dieses begreiflich zu machen, ist es nöthig, einige mathematische Betrachtungen über die Aetherschwingungen in Kürze vorauszuschicken, wie sie Fresnel in verschiedenen Memoiren bekannt gemacht hat.

11.

Man nehme an, es stehe bei den wellenförmigen Schwingungen, welche den Lichterscheinungen

zu Grunde zu liegen scheinen, die Kraft φ. die ein Aetherthеilchen beschleuniget, im geraden Verhältnisse mit der Entfernung = x von der Lage des Gleichgewichtes. Demnach hat man:

$\varphi = Ax$, wo A eine Constante bezeichnet.

Ist die Geschwindigkeit des Theilchens = v, die Zeit der Bewegung = t, so hat man auch

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dv = \varphi dt = Axdt$$

mithin ist auch $vdv = Axdx$ und

$$v^2 = C + Ax^2 \text{ oder}$$

$$x = \sqrt{\frac{C - v^2}{A}}$$

$$\text{mithin } dt = \frac{dv}{\varphi} = \frac{dv}{Ax} = \frac{dv}{\sqrt{A(C - v^2)}}$$

oder durch Integriren

$$t = C' + \frac{1}{\sqrt{A}} \text{arc. sin} \frac{v}{\sqrt{C}}$$

Wird t vom Anfange der Bewegung an gerechnet, so ist für $t = o$ auch $v = o$, mithin auch $C' = o$ daher wird füs diese Bedeutung von t

$$t = \frac{1}{\sqrt{A}} \text{arc. sin} \frac{v}{\sqrt{C}}$$

und $\quad v = \sqrt{C}. \sin. t \sqrt{A}.$

Legt man als Zeiteinheit die Dauer einer Schwingung zu Grunde, so muss nach Verlauf jeder einzelnen Zeiteinheit $v = o$ werden. Diesem Erfordernisse wird entsprochen, wenn man $\sqrt{A} = 2\pi$ setzt, wo π das bekannte Kreisverhältniss ausdrückt. Dadurch geht obiger Ausdruck in folgenden über;

$$v = \sqrt{C}. \sin 2\pi t.$$

$\sqrt{C} = a$ stellt hier offenbar die Intensität der Bewegung vor.

Der durch eine Schwingung zurückgelegte Raum ist der Zeit proportionirt, und dieser Raum enthält daher die Länge einer Welle so oft in sich, als Aetherschwingungen vom Beginn der Oscillationen vor sich gegangen sind. Ist nun λ die Länge einer Welle, b der Raum, durch welchen sich die Bewegung in der Zeit t fortgepflanzt hat, so hat das Aethertheilchen, bis zu dem sich die Bewegung erstreckt, die absolute Geschwindigkeit

$$v = a.\sin.2\pi\left(t - \frac{b}{\lambda}\right)$$

Man nehme nun zwei nach einerlei Richtung polarisirte Strahlen an, deren Differenz der Wege $= b$ ist, und suche die Eigenschaft des Strahles, der aus ihrer Vereinigung hervorgeht. Zu diesem Behufe denke man sich nach dem Grundsatze der Zerlegung kleiner Bewegungen die Geschwindigkeit der schwingenden Theile jedes Strahles in zwei andere zerlegt, die mit einander einen rechten Winkel einschliessen, so dass man auf diese Weise vier Geschwindigkeiten erhält, deren je zwei einerlei Richtung haben. Machen die neuen Richtungen mit den ursprünglichen den Winkel i und $90° - i$; so erlangt man statt der Geschwindigkeit $v = a.\sin.2\pi t$.

die Geschwindigkeiten $a.\cos.i.\sin.2\pi t$
und $a.\sin.i.\sin.2\pi t$.

Eben so erhält man statt der Geschwindigkeit

$$v = a.\sin.2\pi\left(t - \frac{b}{\lambda}\right)$$

die partiellen $a.\sin.i.\sin.2\pi\left(t-\frac{b}{\lambda}\right)$

$$a.\cos.i.\sin.2\pi\left(t-\frac{b}{\lambda}\right).$$

Setzt man die Constante $a = 1$, so wird aus diesen vier Ausdrücken

$$\cos.i.\sin.2\pi t.$$

$$\sin.i.\sin.2\pi t.$$

$$\sin.i.\sin.2\pi\left(t-\frac{b}{\lambda}\right)$$

$$\sin.i.\sin.2\pi\left(t-\frac{b}{\lambda}\right).$$

Die absoluten Geschwindigkeiten nach einer Richtung sind daher $\cos.i.\sin.2\pi t$ und

$$\sin.i.\sin.2\pi\left(t-\frac{b}{\lambda}\right).$$

Wenn man nun bedenkt, dass sich die Entfernungen der schwingenden Theile von der Position ihres Gleichgewichtes nach demselben Gesetze richten, wie ihre Geschwindigkeiten, nur mit dem Unterschiede, dass dort, wo die Entfernung der Theile vom genannten Orte gleich Null ist, die Geschwindigkeit den grössten Werth erlangt, und umgekehrt, so begreift man wohl, dass die Ausdrücke

$$\cos.i.\cos.2\pi t$$

und $$\sin.i.\cos.2\pi\left(t-\frac{b}{\lambda}\right)$$

diese Entfernungen angeben.

Um die Beschaffenheit der krummen Linie zu erfahren, welche die schwingenden Theilchen beschreiben, nehme man die zwei rechtwinkligen Coordinatenebenen, nach denen vorhin die Geschwindigkeiten zerlegt wurden, wieder vor, und nenne

$$\cos.i.\cos.2\pi t = x, \quad \sin.i.\cos.2\pi\left(t - \frac{b}{\lambda}\right) = y$$

so braucht man nur t zu eliminiren, um die Gleichung der Curve zu finden. Zu diesem Zwecke entwickle man den Werth von $\cos.2\pi\left(t - \frac{b}{\lambda}\right)$, drücke dann den Sinus durch den Cosinus aus, entferne das Wurzelzeichen, und man bekommt:

$$x^2.\sin.^2 i. + y.^2\cos.^2 i - 2xy.\sin.i.\cos.i.\cos.\frac{2\pi b}{\lambda}$$
$$= \sin.^2 i.\cos.^2 i.\sin.^2 \frac{2\pi b}{\lambda}.$$

Diese Gleichung gehört offenbar einer Curve der zweiten Ordnung, deren Centrum als Anfangspunct der Coordinaten angenommen ist.

Setzt man i = 45, so hat man

$$\sin.i = \cos.i. = \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Ist ferner b ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge, so ist

$$\cos.\frac{2\pi b}{\lambda} = 0, \text{ und } \sin.\frac{2\pi b}{\lambda} = 1$$

mithin nimmt für beide Voraussetzungen obige Gleichung die Form

$$x^2 + y^2 = \tfrac{1}{2}$$

an, wodurch ein Kreis bezeichnet wird.

Es folgt also aus den genannten Voraussetzungen, dass die schwingenden Theile Kreise beschreiben.

Auch die Art der Bewegung lässt sich aus den vorigen Ausdrücken ableiten; denn es ist leicht einzusehen, dass die Geschwindigkeit beständig, mithin die Bewegung eine gleichförmige sey.

Nach dieser Darstellung ist die Bewegung der Aethertheile in einer circulär polarisirten Lichtwelle der der Wassertheile in einer Wasserwelle ähnlich, und man dürfte daher nicht hoffen, an letzteren etwas der geradlinigen Polarisation Aehnliches hervorzubringen.

Die gleichförmige Kreisbewegung der Aethertheile findet längs des ganzen Strahles nach derselben Richtung Statt, allein sie nehmen nicht nach der ganzen Länge entsprechende Puncte des Umfanges der Kreisbahn ein, weil während einer Umdrehung sich die Bewegung nach der Richtung des Radius fortpflanzt. Darum befinden sich die Aethertheile, die in einer mit der Fortpflanzung der Bewegung parallelen Linie im Gleichgewichte sind, bei ihrer Bewegung in einer Schraubenlinie. Denkt man sich einen Kreiscylinder, dessen Achse den Strahl vorstellt, und dessen Durchmesser dem des kleinen Kreises gleichkommt, welchen jedes Aethertheilchen beschreibt, zieht man auf der Oberfläche dieses Cylinders eine Schraubenlinie, bei welcher der Abstand zweier Schraubengänge der Länge einer Lichtwelle gleich ist; so gibt diese Schraubenlinie die Bahn, welche die Aethertheile gleichzeitig während ihrer Bewegung einnehmen, welche sich im Gleichgewichte in einer mit der Achse des Cylinders parallelen, auf seiner Oberfläche gezogenen geraden Linie befanden.

12.

Die kreisförmige, gleichförmige Bewegung der Aethertheile kann nun entweder von der rechten zur linken, oder von der linken zur rechten erfol-

gen, so dass obige Schraube bald eine rechts bald eine links gewundene ist. Gibt es Körper, bei denen sich diese beiden Bewegungen nicht mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen können, wie dieses beim Bergkrystall der Fall zu seyn scheint, so werden die Phänomene verschieden ausfallen, je nachdem eine oder die andere Bewegung Statt findet.

13.

Um nun die (in 2) erwähnten Phänomene der circulären Polarisation aus diesen theoretischen Voraussetzungen zu erklären, denket sich Fresnel den polarisirten Strahl nach dem Satze der Zerlegung kleiner Bewegungen in zwei andere zerlegt, wovon einer in der Reflexionsebene polarisirt ist, der andere aber in einer darauf senkrechten Ebene, und die in ihrem Wege um den vierten Theil einer Oscillation differiren. Aus der Interferenz dieser zwei Strahlen gehet dann die circuläre Bewegung der Aethertheile, wie obige Rechnung zeigt, hervor, und von dieser Bewegung ist dann das ganze Verhalten und alle Farbenerscheinungen im circulär polarisirten Lichte eine unmittelbare Folge. Ohne Rechnung ist ersichtlich, dass ein solcher Strahl nicht mehr wie der geradlinig polarisirte, Seiten mit verschiedenen Eigenschaften hat, weil die Bewegung der Aethertheile nicht mehr in einer Ebene Statt hat, und dieses begründet den Unterschied zwischen einem geradlinigen und einem circulär polarisirten Strahl. Allein es haben doch alle Theile eine Bewegung nach einerlei Richtung, und dieses begründet

das Gemeinschaftliche in den Eigenschaften des geradlinig und circulär polarisirten Lichtes.

In einem Bergkrystalle erleidet ein mit der Achse des Krystalls einfallender polarisirter Strahl die früher (6) bezeichnete doppelte Brechung, und wird in zwei Theile zerlegt, wovon einer das Resultat einer circulären Bewegung der Aetheriheile ist, die von der rechten zur linken erfolgt, der andere aber aus einer nach entgegengesetzter Richtung erfolgenden Bewegung des Aethers hervorgeht. Es ist wohl denkbar, dass die Anordnung der Theile und die ihnen eigenthümliche Elasticität nicht beiden Bewegungen dieselbe Geschwindigkeit gestattet, und dass daher ein Strahl hinter dem anderen um den vierten Theil einer Schwingung zurückbleibt, mithin aus der Interferenz die Erscheinungen hervorgehen, die in 6 angeführt wurden.

Auf diese Weise glaubt Fresnel diese neuen sonderbaren Phänomene an die früher bekannten durch die Vibrationshypothese anreihen zu können. Sollte auch die Zeit diese Vorstellungsweise durch eine einfachere verdrängen, so wird man ihr doch nicht absprechen können, dass sie scharfsinnig erdacht, und consequent durchgeführt worden sey.

II. Ueber die doppelte Brechung eigener Art, welche das Licht im Analcim erleidet. Vom Doctor Brewster.

(Transactions of the royal society of Edinburgh. vol. X.)

Das Mineral, welches den Namen Analcim oder Cubicit führt, ist von Haüy in die Reihe jener Krystalle versetzt worden, deren Kerngestalt ein Würfel ist, und alle nachfolgenden Mineralogen haben diese Meinung adoptirt. Man kann aber daran, so viel ich weiss, keinen deutlichen Blätterdurchgang erkennen. Die Krystallographen setzen voraus, es müsse einen solchen geben, und nehmen an, der Analcim unterscheide sich in keiner Beziehung von anderen Krystallen derselben Reihe. Die Richtigkeit dieser Annahme wurde aber durch die Beobachtung zweifelhaft, dass er bei der Dicke von $\frac{1}{23}$ Z. eine merkliche Wirkung auf polarisirtes Licht ausübe. Dieses bestimmte mich seine Structur näher zu untersuchen. Dazu ward mir dadurch die Möglichkeit verschafft, dass ich einige sehr transparente Stücke dieses Minerals von der Macdonald's Höhle auf der Insel Eigg und ein sehr schönes Exemplar von Monteggio Maggiore im Vicentinischen bekam. Folgendes enthält die Resultate meiner Untersuchung:

Der Analcim kommt meistens in der Gestalt eines Ikositetraëders vor, welches von vier und zwanzig gleichen und ähnlichen Trapezen begränzt ist, und durch drei Abstumpfungen jeder der acht Ecken eines Würfels entsteht, die gegen jede Seitenfläche unter

144° 44′ 8″, gegen einander also unter 146° 26′ 33″ geneigt sind. Denkt man sich diesen Würfel durch Schnitte getheilt, deren jeder in einer Diagonalebene desselben liegt, so erhält man 24 unregelmässige Tetraëder. Dieselben Schnitte theilen aber das Ikositetraeder in 24 ähnliche Pentaëder; zwei dieser Durchschnittsebenen, die auf einander senkrecht stehen, schneiden sich in einer der Achsen des Körpers, die dritte auf die vorigen senkrechte und die mit ihrem Durchschnitt einen Winkel von 45° macht, geht durch den Mittelpunct des Ikositetraëders. Zwei andere Ebenen halbiren zwei angrenzende Trapeze, welche den Körper begrenzen.

Leitet man polarisirtes Licht in einer Richtung, die auf einer Fläche des Würfels senkrecht steht, auf den Krystall, so findet man, das alle vorhin bezeichneten Theilungsebenen solche sind, in denen keine doppelte Brechung und keine Polarisation Statt findet, mithin dass sie aus einer unendlich grossen Anzahl von Achsen bestehen, die zu den vier Achsen des Würfels parallel sind.

Wenn sich eine von den Achsen des Würfels in der ursprünglichen Polarisationsebene des Lichtstrahles befindet, so verschwinden alle Farben und werden nicht wieder merklich, wenn man den Krystall um seine Achse dreht. Ist aber die Achse um 45°, gegen jene Ebene geneigt, oder liegen die Diagonalen einer der Flächen des Würfels in dieser Ebene, so bemerkt man ein dunkles Kreuz nach den Richtungen AB,CD (fig 5), welches die vier hellen Stücke von einander trennt, die mit Farbeu des polarisirten Lichtes erscheinen.

Stellt AC,BD (Fig. 5) ein Stück vor, das durch einen auf eine Achse senkrechten Schnitt vom Ikositetraëder getrennt ist, und im polarisirten Lichte steht; so zeigt es im polarisirten Lichte ordentlich das Kreuz AB,CD und die vier hellen Sectoren. Dreht man nun den Krystall um CD wie um seine Achse, so dass A dem Auge näher gebracht, B dabei entfernt wird, so öffnet sich das Kreuz im Mittelpuncte und nimmt die Gestalt zweier Curven AaC,BdD an; wenn sich aber B dem Auge nähert, und A sich davon entfernt, so nehmen diese Curven die Lage BbC, DcA an.

Wenn man vom Krystall ein Stück mit drei Trapezen abschneidet, wie Fig 6, so kann man die Ebenen, wo keine Polarisation Statt findet, nämlich ad, bd, cd deutlich sehen. Bringt man die Kante cd in die Ebene der ursprünglichen Polarisation, so erscheint im polarisirten Lichte das Stück Sadb, dunkel. Dasselbe ist der Fall, wenn man ad, oder bd in diese Lage bringt. Nimmt man statt eines Stückes vom Krystall das ganze Ikositetraëder, und sieht längs der Diagonale des Würfels durch, so bemerkt man sechs Sectoren wie Fig 7 zeigt. Der Grund davon ist, dass die drei Flächen am anderen Ende der Diagonale verkehrt liegen, indem die drei Ecken der einen Seite den Diagonalen der drei Trapezen entsprechen, wie Fig. 8 zeiget. Steht die eine Fläche genau auf der Ebene der Polarisation senkrecht, so sieht man in kleinen Krystallen alle sechs Sectoren gleich stark beleuchtet, dreht man aber diese Fläche gegen die linke Hand, so werden drei wechselweise angeordnete Sectoren dunkel; dreht man sie gegen die rechte, so geschieht dieses mit den drei anderen. Die Polarisation ist längs der Diagonalen am schwächsten.

Neigt man die Fläche Tadc (Fig. 6) so, dass d dem Auge näher gebracht wird, und T sich entfernt, so steigen die Farben nach Newtons Scale und umgekehrt wenn die Bewegung nach der entgegengesetzten Richtung erfolgt. Wenn das Licht schief durchgeht, verschwinden die Linien ed etc.

Schneidet man ein Stück mit 4 Flächen ab, die den Ecken des Würfels entsprechen, wie Fig. 9 zeigt, so werden die Linien ad, cd, bd, bf, ef, gf, wo keine Polarisation Statt findet, sichtbar. Die Linien ad, cd und ef, gf werden schärfer und feiner, je mehr sich der einfallende Strahl der Lage nähert, die mit dem durch d und f gehenden Durchmesser parallel ist. Wenn sich Ss oder df in der ursprünglichen Polarisationsebene befinden, so verschwinden alle Farben, weil dann eine Achse in dieser Ebene liegt. Neigt man Ss so, dass S sich vom Auge entfernt, so steigen die Farben in Sabe, während die in sdbf herabgehen.

Um den Character der Wirkung des Krystalls auf das Licht zu bestimmen, braucht man ihn nur mit einer Platte eines andern Krystalls zu decken, dessen Wirkung auf das Licht bereits bekannt ist, so dass seine Achse quer über den Farbenstreifen liegt. Nimmt man zur Prüfung der Farben in Fig. 5. ein Gipsplättchen, dessen Achse gegen einen Arm des dunklen Kreuzes AB, (Fig. 5) unter 45° geneigt ist, so gehen alle Farben in der Scale herab; daher ist die polarisirende Wirkung des Krystalls negativ gegen die der vier Achsen des Ikositetraëders. Ein Gleiches erfolgt, wenn die Achse eines Gipsplättchens einen der drei Sectoren Fig. 6, in Richtungen, welche

durch d gehen, durchkreuzet, oder wenn man dieser Achse auf dem Stück Fig. 9, die Richtung Ss gibt. In allen diesen Richtungen befolgen die Farben im polarisirten Licht genau das Gesetz der Newtonschen Scale, und haben alle Eigenschaften der Farben, welche die sogenannte bewegliche Polarisation hervorbringt.

Bei einer aufmerksamen Betrachtung der genannten Versuche wird es klar, dass die Farbenerscheinungen, welche ein einzelner Sector, COB (Fig. 10) gewährt, in keiner Beziehung stehen zu der durch O gehenden Achse des Ikositetraëders, die als Achse der doppelten Brechung betrachtet wird. Die Polarisationsachse jedes Stückes eines Sectors wie COB ist hingegen senkrecht auf der Linie CB oder parallel zu einer der rechtwinkeligen Achsen des Ikositetraëders, die auf der durch O gehenden senkrecht steht. Die Farbe eines Punctes, z. B. p hängt nicht von der Entfernung pO von O ab, sondern von seiner Distanz von der nächsten Ebene, wo keine Polarisation Statt findet, in einer auf CB senkrechten Richtung. Heisst nun die durch Erfahrung bestimmte Farbe eines Punctes P, und D die gerade erwähnte Distanz = Pr, so wird die Farbe eines andern Punctes p, dessen Distanz pq = d ist, ausgedrückt durch die Formel

$$t = \frac{Td^2}{D^2}$$

vorausgesetzt, dass die Dicke des Plättchens an beiden Stellen dieselbe ist. Es ist also die Structur, von der die Polarisation abhängt, so beschaffen wie die durch Compression hervorgebrachte, bei welcher die Achse des Druckes, welche mit der des Iko-

sitetraëders zusammenfällt, auf CB senkrecht ist, und durch O geht.

Diese merkwürdige Structur erzeugt eine deutliche Trennung des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bildes eines kleinen leuchtenden Objectes, wenn der Lichtstrahl durch zwei von den vier Flächen geht, die an jeder der drei Achsen des Körpers liegen. Das ungewöhnliche Bild ist das minder gebrochene, daher ist die doppelt brechende Kraft negativ (abstossend) wie beim Doppelspath, in Bezug auf die Achse, auf welcher der gebrochene Strahl senkrecht steht.

Um sich den merkwürdigen Bau des Analcims gut vorstellen zu können, habe ich die Ebene, wo keine doppelte Brechung und Polarisation Statt findet, nebst den Farben der dazwischenliegenden Körperstücke in den Figuren 11, 12, 13, 14 dargestellt. Die dunkel schattirten Linien sind die genannten Ebenen, und die lichteren die Farbenstellen. In Fig. 12, ist der Würfel perspectivisch dargestellt, in 13 nach einer, auf einer Diagonalen, senkrechten Projection; Fig. 11, stellt das Ikositetraëder perspectivisch dar, und Fig. 14, dasselbe nach einer auf eine Achse senkrechten Projection.

Eines der merkwürdigsten Resultate dieser Versuche ist die eigene Art, wie die doppelt brechende Kraft, nicht blos im ganzen Krystalle als Ganzes betrachtet, sondern in jedem einzelnen Pentaëder, welches den Krystall bildet, vertheilt ist. In keinem der Krystalle, an denen man bis jetzt die Gesetze der doppelten Brechung studierte, hat die Achse der doppelten Brechung eine fixe Lage. Sie ist stets eine

Linie, die zu einer in der Kerngestalt gegebenen parallel ist, und jedes wie immer kleine Stück des Krystalls besitzt seine eigene Achse mit allen den optischen Eigenschaften des Ganzen. Es beruht daher die Eigenschaft der doppelten Brechung auf den kleinsten Theilen des Körpers und ist von der Art, wie sie zu einem krystallisirten Individuum verbunden sind, unabhängig. Im Analcim hingegen gibt es Ebenen, wo keine doppelte Brechung Statt findet, die eine bestimmte unveränderliche Lage haben, und man kann ein Stück eines der dem Krystall bildenden Pentaëder absondern, das gar keine Achse der doppelten Brechung besitzt.

Auch steht der Bau des Analicims in Beziehung auf doppelte Brechung in keiner Verbindung mit zusammengesetzten Krystallen, wie mit dem bipyramidalen schwefelsauren Kali, welches aus einzelnen rhomboëdrischen Prismen besteht, die aufs schönste zu einem geometrisch regelmässigen Körper verbunden sind, oder, mit dem noch verwickelteren Mineral, dem Apophyllit, in welchem ein Krystall mit einer Achse mit anderen Krystallen von 2 Achsen symmetrisch so verbunden vorkommen, dass daraus ein regelmässiger Körper hervorgeht. In diesen und in ähnlichen Fällen behält jeder einzelne Krystall, der in der Verbindung vorkömmt, seinen ihm eigenthümlichen Character und besitzt für sich allein die Eigenschaft der doppelten Brechung.

Der Analcim hat mit anderen zusammengesetzten Krystallen das gemein, dass er aus 24 einzelnen Pentaëdern besteht, allein jedes Pentaëder besitzt eine eigene Art der doppelten Brechung, wie man

sie in keinem anderen Krystall findet. Seine Structur ähnelt einigermassen der von rechtwinkeligen Glasplatten, die, auch, wenn sie erhitzt werden, Erscheinungen von Ebenen mit keiner Polarisation darbieten. Allein die Aehnlichkeit geht nicht weiter, indem da die Structur von der äusseren Gestalt abhängt, und die Flächen mit keiner Polarisation ihre Lage mit dem Umrisse die Platten ändern. Im Analcim hingegen ist die Structur in keiner Verbindung mit der äussern Gestalt der einzelnen Bruchstücke. In Ermangelung treffenderer Aehnlichkeiten können wir seinen Bau mit dem des erhärteten Fischleims zusammenhalten, wenn er sich im Zustande einer Compression oder einer Dilatation befindet. In diesem Falle behält er eine fixe, das Licht doppelt brechende Structur in Bezug auf die Achse der Compression oder Dilatation, und schneidet man ihn in Pentaëder, die denen des Analcims ähnlich sind, so kann man diese mit einander verbinden, und sogar in Betreff der Richtung der Achsen die Erscheinungen des Analcims nachahmen.

Die hier beschriebenen Eigenscaften des Analcims begründen ein untrügliches und leicht zu erkennendes Merkmal desselben. So klein auch ein Stück seyn mag, und so sehr auch die äusseren Umrisse verloren gegangen seyn mögen, so wird man doch aus seiner Wirkung auf das Licht bestimmen können, ob es zu dieser Species gehört oder nicht.

Haüy bemerkte zuerst im Analcim die besondere Eigenschaft, dass er durch Reiben nicht electrisch wird, und gab ihm davon den Namen. Wenn man bedenkt, dass er ein Aggregat aus Körpern von ver-

schiedener Dichte ist, die durch viele Schnitte von einander getrennt sind, wo die Aenderung der Dichte ihre Richtung verwechselt, so kann man daraus die Schwierigkeit begreifen, durch Reiben die Electricität des Minerals zu zersetzen.

III. Ueber das Haarhygrometer; von Prinsep.

(Journal of Science and the arts. Nr. 4.)

Prinsep hat sich die Aufgabe gegeben, zu bestimmen, 1. ob der Nullpunct der Scale eines Haarhygrometers dem Minimum und der 100te Grad desselben dem Maximum der Feuchtigkeit der Luft bei jeder Temperatur entspreche; 2. ob die Zwischengrade dem Mittelzustande der Feuchtigkeit entsprechen, d. i. ob das Verhältniss der Spannung der Wasserdünste in der Luft dem der Hygrometergrade gleich sey.

1.

Er bediente sich zu diesem Zwecke eines Haarhygrometers, das zwei von einander unabhängige Haare hatte, deren jedes an eine eigene Rolle mit einem eigenen Zeiger befestiget war.

2.

Der Punct der grössten Feuchtigkeit wurde bestimmt, indem das Hygrometer unter eine Glasglocke gebracht wurde, in der sich ein kleines Gefäss

voll reinen Wassers befand, und in welchem man die Luft mittelst der Luftpumpe verdünnen konnte. Der Zeiger weiset auf den beabsichtigten Grad, wenn die Temperatur der Luft und des Wassers dieselben sind, oder noch besser, wenn das Wasser nicht kälter ist, als die Luft. Findet diese Bedingung nicht Statt, so tritt der Zustand der Sättigung der Luft mit Dünsten nicht ein. Der absolute Wärmegrad ist übrigens gleichgültig, denn es wirkt die Wärme so wenig auf das Haar, dass der Zeiger kaum merklich unter 100° sinkt, wenn man den Apparat in Dämpfe von siedendem Wasser bringt.

3.

Allein eine Differenz von einem oder von zwei Graden zwischen der Temperatur des Wassers und der Luft ist im Stande, die Sättigung zu hindern. Um dieses zu zeigen wurde das Hygrometer nebst zwei Thermometern in eine Glasglocke gebracht, unter welcher sich auch eine gesättigte Salzauflösung in einer Schale befand, welche die Eigenschaft hatte, die Luft so weit abzutrocknen, dass das Hygrometer darin nur auf 89°,5 zeigte. Diese Glocke wurde in ein weiteres Gefäss gestellt, das etwas Quecksilber zum Absperren der Communication enthielt, und überdiess mit siedendem Wasser gefüllt war. Eines der vorhin genannten Thermometer diente zur Bestimmung der Temperatur der Luft, das andere zu jener der Auflösung. Unter diesen Umständen zeigten sich folgende Hygrometerstände:

Thermometer im Wasser	Thermometer in der Luft	Hygrometer	Bemerkungen
137°	160°	74°	Das Salz efflorescirte an den Seiten der Schale.
139	152	85	
136.7	138	88.7	
136	136	90	Gleichgew. d. Spannung.
135	133.2	91.2	Das Salz zerfloss wieder.
130	121.5	91.8	
117	116	91.2	
111	110	90.5	
92	91.7	90	Nahe dem Gleichgewicht der Spannung.

4.

Zur Bestimmung des Punctes der grössten Trockenheit wurde statt des vorhin mit Wasser gefüllten Gefässes ein concentrirte Schwefelsäure vom specifischen Gewichte 1.840 enthaltendes unter den Recipienten gegeben, und das Instrument deren Einwirkung durch 24 Stunden ausgesetzt.

5.

Zu einer Methode, die Bedeutung der Zwischengrade des Hygrometers und ihr Verhältniss zur Spannkraft der Dünste zu erforschen, führten folgende Wahrheiten:

In einem ausgekohlten Barometer, in dessen leeren Raum man etwas Wasser gebracht hat, steht das Quecksilber tiefer, als in einem ohne Wasser, und der Unterschied in der Länge beider Quecksilbersäulen gibt diejenige Säule, welche der Spannkraft der Wasserdünste das Gleichgewicht hält.

Wird irgend ein Salz oder eine andere Substanz

im Wasser aufgelöset, welches das Wasser dahin bringt, dass es erst bei einer Temperatur über 212° F. zu sieden anfängt, so wird dadurch auch die Spannkraft der Wasserdämpfe durchaus herabgesetzt.

Beträgt z. B. die Spannung der reinen Wasserdämpfe bei 80° F. einen Zoll, die der aus Wasser mit Schwefelsäure entstehenden bei derselben Temperatur nur einen halben Zoll; so ist im zweiten Falle die Spannung durchaus um die Hälfte kleiner als im ersten. Man muss daher eine Anzahl von Lösungen sich bereiten, die eine verschiedene die Spannkraft der Dämpfe modificirende Kraft haben, selbe in den leeren Raum eines Barometers und zugleich in den Recipienten bringen, wo sich das Hygrometer befindet, und es einige Stunden dieser Einwirkung aussetzen.

6.

Zum wirklichen Versuche wurden statt der langen Barometerröhren, wie sie Gay-Lussac gebraucht hatte, kurze gewählt, die nur etwa 7 Zoll Länge hatten, aber sehr leicht gereiniget und von Luft befreit werden konnten. Zwei solche Barometer für geringen Luftdruck wurden eingerichtet, die Scale gleich auf der Glasröhre angebracht, und ein auf der äusseren Oberfläche des Quecksilbers schwimmender Nonius beigefügt.

Eines dieser zwei Instrumente enthielt über dem Quecksilber eine verdünstende Flüssigkeit, beide wurden aber unter den Recipienten einer Luftpumpe gebracht, der Luftdruck vermindert, und dann die Höhe der beiden Quecksilbersäulen genau und zur

Verminderung der Beobachtungs- und Theilungsfehler an verschiedenen Theilen der Scale gemessen. War die verdünstende Flüssigkeit reines Wasser, so ergaben sich folgende Resultate:

Temperatur	Spannkraft der Dünste	
	nach Prinsep	nach Dalton
73°.5	0°.816 Z.	0.809 Z.
80	1.005	1.000
82.2	1.092	1.095
91.7	1.427	1.428
68.5	0.686	0.687

Befand sich Schwefelsäure vom specifischen Gewichte 1,840 als verdünstende Masse in dem einen Barometer, so waren die Resultate, welche man bei der Temperatur von 77° F. erhielt, wie folgt:

Stand des dunstleeren Barometers.	Stand des Barometers mit Dünsten.	Differenz.
4.92 Z.	4.92	0.000
4.97	4.995	+ 0.025
3.01	3.01	0.000
3.09	3.085	— 0.005
1.79	1.80	+ 0.01
1.915	1.93	+ 0.015
2.45	2.44	— 0.01
2.945	2.94	— 0.005
2.84	2.825	— 0.015
4.35	4.35	0.00
4.96	4.955	— 0.005
5.77	5.76	— 0.01
5.79	5.80	+ 0.01

Eine gesättigte Kochsalzauflösung both auf demselben Wege folgende Erscheinungen dar.

Temperatur	Stand des dunstfreien Barometers	Stand des Dünste enthaltenden Barometers	Differenz
7°99	3.255 Z.	2.49 Z.	— 0.755
	2.16	1.41	75
	2.50	1.72	78
	2.61	1.82	79
	2.73	1.95	78
	2.91	2.145	765
	6.07	5.31	76
		Mittelwerth	0.768
77.7	5.00	4.31	— 0.69
	5.22	4.70	72
	1.45	0.75	70
	1.96	0.86	70
	1.47	1.05	69
81	3.785	2.985	— 0.80
	3.83	3.04	79
	3.91	3.115	895
	3.96	3.145	815
	4.35	3.550	700

Es beträgt demnach die Spannkraft dieser Dünste bei 79°. 9 F. 76.8, bei 77°.7, 67.7 bei 81°F. 76.9, mithin im Mittel 76.8 in Hunderttheilen der Wasserdünste aus reinem Wasser.

7.

Es wurden mehrere Versuche der Art angestellt, die alle zu demselben Resultate führten und in fol-

gender Tafel zusammengestellt sind, in welcher die letzte Columne den Hygrometerstand angibt, nachdem das Hygrometer einige Zeit, in den meisten Fällen durch 24 Stunden, der Einwirkung der Dünste ausgesetzt war.

Flüssigkeit.	spec. Gewicht bei 80 ° F.	Beobachtete Spannung.	Durch Interpoliren gefundene Spannung.	Hygrometerstand		
				1 Haar.	2 Haar.	Im Durchschnitte.
Schwefelsäure.	1.840	0.00		0°	3°.0	0.0
	1.648	—	3.5	13.5	—	13.5
	1.615	—	5.0	19	—	19.0
	1.6067	6.2	—	23.5	25.5	23.5
	1.525	—	13.0	34	—	34.0
	1.4841	18.8	—	46.5	47.5	46.5
	1.463	—	22.0	49.5	—	49.5
	1.4313	31.1	—	60	60	60.0
	1.333	—	37.6	64	—	64.0
	1.3290	54.6	—	76.5	76	76.1
	1.312	—	57	80	—	80
	1.2642	68.8	—	85.5	84.7	85.5
Gesättigte Salzauflösung.	—	76.8	—	89.5	88.5	89.5
Reines Wasser.	1.000	100		100	98.7	100.

8.

Um noch eine bessere Uebersicht zwischen dem Gange der Hygrometer und der Spannkraft der Dünste zu bekommen, wurden sie graphisch dargestellt, und zu diesem Behufe die Hygrometergrade als Abscissen, die Spannkraft der ihnen entsprechenden Dünste hingegen als Ordinaten angenommen. Die durch die

Endpuncte der Ordinaten gezogene Linie hatte, dem blossen Augenmasse nach, Aehnlichkeit mit einer Parabel. Biot construirte auf ähnliche Weise die Resultate aus Gay-Lussacs Versuchen, fand aber dabei eine hyperbolische Curve, mit welcher die vorhin besprochene in der ersten Hälfte wohl übereinstimmte; allein sie wich in dem dem Nullpuncte nahen Theile stark von ihr ab. Indessen waren Gay-Lussacs Versuche bei einer Temperatur von 50° F. angestellt, während die hier in Rede stehenden zwischen 80° und 90° gemacht wurden.

9.

Bei einer näheren Vergleichung der Ordinaten mit den Abscissen fand es sich, dass erstere schneller wachsen als die Quadrate der letztern, aber doch minder schnell als die Würfel derselben. Heisst man die Temperatur T, die ihr entsprechende Spannung H, so gibt der Ausdruck

$$\log T = \log H + 2.2 - 0.400$$

Resultate, die mit den durch Versuche gefundenen sehr nahe übereinstimmen, wenn man noch die Correction $o = \frac{25-m}{10}$ anbringt, bei welcher m den Abstand eines Grades vom 25ten anzeigt. Davon überzeugt man sich durch eine Vergleichung der auf dem Experimentalwege gefundenen und der aus genannter Formel berechneten Resultate, die folgende Tafel enthält:

Hygrometer-grade.	Beobachtete Spannung.	Berechnete Spannung.	Fehler.
0°.0	0°.0	0.0	0.0
13.5	3.5	2.6	—0.9
19	5	4.5	—0.5
23.5	6.2	6.4	+0.2
34	13	10.9	—2.1
46.5	18.8	18.8	0
49.5	22	21.6	—0.4
60	31.1	31.5	+0.4
64	37.6	36	—1.6
76.5	54.6	53.1	—1.5
80	57	58.3	+1.3
85.5	68.8	69.2	+0.4
89.5	76.8	77.1	+0.3
100	100	100	0.

10.

Zur noch näheren Prüfung dieser Resultate wurde nun die Spannkraft der Dünste, wie sie obige Tafel gibt, mit der verglichen, die man durch das von Daniell empfohlene Verfahren erhält. Folgende Tafel erleichtert diese Vergleichung:

Temperatur der Atmosphäre h	Bethauungspunct h′	Spannkraft der Dünste		Verhältniss beider Spannungen, oder wirkliche Spannung der Dünste	Hygrometergrade	Spannung nach obiger Tafel	Differenz
		für h	für h′				
88.°3	79.°5	1.295	0.985	76	89.7	77.6	+ 1.6
89	77.5	1.32	0.91	69	86.5	71.1	+ 2.1
92	76	1.44	0.88	61.1	80	58.3	— 2.8
82.8	76.6	1.10	0.90	81.8	92.5	83.4	+ 1.6
84	62	1.14	0.56	49.1	73	48.0	— 1.1
78.5	61	0.955	0.542	56.7	78.5	56.7	0.0
72.5	50	0.770	0.375	48.7	73	47.7	— 1.0
66	43	0.635	0.293	46.1	72.6	47.2	+ 1.1
66	42	0.635	0.283	44.5	71	64.7	+ 0.2

Alles dieses gibt einen hinreichenden Beweis, dass ein gut adjustirtes Haarhygrometer die in der Luft vorhandene Dunstmenge bis auf 2 oder 3 per Cent richtig angebe, ein Fehler, dem man auch nach Daniells Methode nicht wohl entgeht. Indess hat ein nach letzterer Methode verfertigtes Instrument den unverkennbaren Vorzug einer geringeren Zerbrechlichkeit und einer grösseren Sicherheit in der Anzeige, während bei einem Haarhygrometer drei Puncte durch Versuche gefunden werden müssen. Indess behält das Haar seine hygroscopische Eigenschaft lange

bei, indem man selbst an einer Mumie die Haare noch mit ihrer vollen hygroscopischen Kraft gefunden hat.

Folgende Tafel enthält nun die Spannung der Wasserdünste, wie sie sich aus obiger Formel mit Zuziehung der angezeigten Correction ergeben.

Hygrometerstand. H	Spannung. S	H	S	H	S	H	S	H	S
1	0.11	21	5.3	41	14.9	61	32.6	81	61.0
2	0.22	22	5.8	42	15.6	62	33.7	82	62.8
3	0.34	23	6.2	43	16.3	63	34.9	83	64.6
4	0.48	24	6.6	44	17.0	64	36.0	84	66.4
5	0.62	25	7.1	45	17.7	65	37.2	85	68.3
6	0.80	26	7.5	46	18.5	66	38.4	86	70.2
7	0.96	27	7.9	47	19.3	67	39.7	87	72.1
8	1.19	28	8.3	48	20.1	68	41.0	88	74.2
9	1.40	29	8.7	49	20.9	69	42.2	89	76.1
10	1.63	30	9.1	50	21.8	70	43.6	90	78.2
11	1.9	31	9.5	51	22.6	71	44.7	91	80.3
12	2.1	32	9.9	52	23.5	72	46.2	92	82.4
13	2.4	33	10.4	53	24.4	73	47.7	93	84.5
14	2.7	34	10.9	54	25.4	74	49.1	94	86.6
15	3.0	35	11.4	55	26.3	75	50.6	95	88.7
16	3.4	36	12.0	56	27.3	76	52.2	96	90.9
17	3.7	37	12.5	57	28.4	77	53.9	97	93.1
18	4.1	38	13.0	58	29.4	78	55.7	98	95.4
19	4.5	39	13.7	59	30.4	79	57.4	99	97.3
20	4.9	40	14.3	60	31.5	80	59.2	100	100

IV. Ablenkung einer Magnetnadel durch den an einer gewöhnlichen Electrisirmaschine entwickelten electrischen Strom und durch die Electricität der Wolken, von Colladon.

Gelesen in der k. Akademie der Wissenschaften am 21. Aug. 1826. (Bulletin univ. Septemb. 1826.)

Colladon hat die Aehnlichkeit zwischen einer Electrisirmaschine und einer Volta'schen Säule dadurch vollends bewiesen, dass er zeigte, ein mit einer Electrisirmaschine verbundener Leiter lenke eine Magnetnadel so gut ab, wie der, welcher mit den Polen einer Volta'schen Säule in Communication steht. Man weiss seit Oersteds Entdeckung, dass jede geschlossene electrische Kette eine Magnetnadel ablenken kann; man war aber noch nicht dahin gelangt, eine ähnliche Ablenkung durch den electrischen Strom hervorzubringen, den man erzeugt, wenn man den Conductor einer Electrisirmaschine mit den Reibzeugen in Verbindung setzt. Die Verschiedenheit des Verhaltens in dieser Hinsicht war der Grund der Unterscheidung zwischen den Volta'schen Säulen und den Electrisirmaschinen, und der Annahme, dass die in jener innerhalb einer gegebenen Zeit in Umlauf gesetzte Electricitätsmenge gegen die in derselben Zeit an einer Electrisirmaschine erregte, unvergleichbar gross sey, und dass daher die Geschwindigkeit der Electricität in jener fast unendliche Male grösser sey als die derjenigen, welche vom Glase einer Reibungsmaschine gegen den Conductor strömt.

Indess waren mehrere Erscheinungen mit diesen Annahmen nicht in Uebereinstimmung. Colladon wollte den Versuch wiederhohlen, und wendete dazu eine Batterie von 4000 Quadratzoll Oberfläche statt einer Electrisirmaschine an, und bediente sich eines Galvanometers (Multiplicators. B) mit 100 Windungen und zwei Magnetnadeln, setzte ein Ende vom Draht desselben mit der äussern Belegung der Batterie in Communication, versah das andere Ende mit einer Spitze, und zog mittelst ihr Funken aus dem Knopf der Batterie. Dieser Versuch gelang vollkommen; die Magnetnadel des Galvanometers fieng an abzuweichen, selbst als die Spitze noch einige Centimeter vom Knopf abstand. Näherte er ihm dieselbe mehr, so nahm die Ablenkung stark zu, und bei den ersten Versuchen überschritt sie öfters 40 Grade. In jedem Falle war die Richtung dieser Ablenkung so, wie es die Richtung des electrischen Stromes verlangt; sie änderte sich jedesmal, als man letzterem eine entgegengesetzte Richtung gab, es mochte dieses dadurch geschehen, dass man die Enddräthe des Galvanometers verwechselte, oder dadurch, dass man die Batterie entgegengesetzt lud. Weil ein hinreichend starker electrischer Strom beim Durchgange durch einen sehr langen Leitungsdraht keinen merklichen Widerstand erfährt, so dachte Colladon, dass man die Ablenkung bedeutend vergrössern könne, wenn man die Anzahl der Windungen des Galvanometers vermehrt, besonders wenn man die Dräthe gut isolirt. Er liess sich einen Galvanometer mit 500 Windungen machen, wovon die Drähte doppelt mit Seide umwickelt waren, und jede Windung war

von der zunächst darauf folgenden mittelst Wachstaffet getrennt. Dieser Apparat gab eine mehr als zehnfache Wirkung zum Beweise, wie wichtig es ist, die Drähte gut zu isoliren, woran man früher nie dachte. *)

Die in einer einzigen Leidnerflasche angehäufte Electricität von weniger als einem Quadratfuss Oberfläche bewirkte schon eine Ablenkung von mehr als 32°. Die Batterie von 4000 Quadratzollen brachte Ablenkungen hervor, die zu sehr an das Maximum grenzten, als dass sie genau bestimmt werden konnten. Näherte man ihr aber das Ende des Galvanometers nur sehr langsam, so erhielt man einen Strom, der während einer Minute eine constante Ablenkung von 30° erzeugte. Man kann dieses Phänomen sogar durch eine Electrisirmaschine allein hervorbringen. Als Colladon ein Ende des Galvanometers an ein Kissen befesigte, und mittelst des anderen Endes aus dem Conductor Funken zog, erhielt er folgende Ablenkungen:

Abstand der Saugspitze vom Leiter	$0^m.1$	$0^m.2$	$0^m.4$	$0^m.8$	1^m
Ablenkung	18°	10°	5°30′	3°	2°

Es nahm also die Ablenkung nahe in demselben Verhältnisse zu, als die Entfernung der Saugpsitze vom Conductor abnahm, und selbst eine Luftschichte von 1 Meter Dicke hinderte den Strom nicht gänz-

*) Dieses dürfte wohl nur da der Fall seyn, wo man es mit sehr intensiver Electricität zu thun hat, für welche auch die Leitungsfähigkeit der die Drähte trennenden Seidenfäden grösser ist, als für die schwache Electricität einer Volta'schen Säule (B).

lich. Man brauchte nicht die Electricität von Ferne aufzufangen, um regelmässige Ablenkungen zu erhalten. Wenn man den Galvanometer mit seinen zwei Enden an das Reibzeug und an den Conductor befestigte, so fing die Magnetnadel an abzuweichen, sobald die Maschine gedreht wurde, und erlangte eine constante Ablenkung von ungefähr 40°. Aenderte man die Geschwindigkeit der Umdrehung des gläsernen Cylinders der Maschine, so konnte man nach Belieben diese Ablenkung vergrössern und verkleinern. Colladon suchte annäherungsweise eine Vergleichung zwischen dem Strome einer geschlossenen Kette und dem einer Säule. Er löthete an die beiden Enden eines Galvanometers, der 100 Windungen hatte, einen Platindraht, erhielt eine der Löthstellen bei der Temperatur von 0° C., während er die andere in einem Quecksilberbade erhitzte. Der thermo-electrische Strom, welcher durch eine Temperaturdifferenz von 125° der beiden Löthstellen hervorgebracht wurde, bewirkte dieselbe Ablenkung, wie eine Batterie von 4000 Quadratzoll Oberfläche. Bei der Wiederhohlung dieses Versuches mit einem Galvanometer von 500 Windungen konnte eine Differenz in der Temperatur der Löthstellen von mehr als 1000° keine Ablenkung von einem Grade erzeugen. Ein Plattenpaar aus Zink und Kupfer von 4 Q. Fuss Oberfläche, das in gesäuertes Wasser getaucht ward, bewirkte blos eine Ablenkung von 2° — 3°, ja eine Säule aus 24 Plattenpaaren mit ½ Q. F. Oberfläche, lenkte die Magnetnadel nur um 20° ab, mithin um weniger, als der electrische Strom an einer Electrisirmaschine.

Da der electrische Strom, der durch Berührung zweier Metalle erzeugt wird, eine sehr geringe Intensität hat, so wird er in einem so langen Leiter gänzlich gehemmt.

Die electrischen Strahlenbüschel, die man an hohen spitzigen Körpern zur Zeit eines Gewitters bemerkte, brachten Colladon auf den Gedanken, dass man den Galvanometer zur Bestimmung der von den Wolken entnommenen Electricitätsmenge anwenden könne. Er liess deshalb auf dem Observatorium des Collége de France eine 15 Meter lange Stange errichten, die mit einem mit Seide übersponnenen und isolirten Drahte in Verbindung stand, der mit einem Ende an den Galvanometer befestiget ward, während das andere Ende desselben mittelst der Ableitungsstange mit der Erde communicirte.

Während zweier Gewitter, die am 3ten und 4ten August Statt hatten, war die Ablenkung der Magnetnadel fast so gross, wie die durch eine starke Batterie bewirkte. Hierauf bemerkte man selbst am Galvanometer mit 500 Windungen keine grössere Ablenkung als die von 10° — 20°. Bei heiterer Zeit war diese Ablenkung beständig = 0 und man erhielt mit einem Electrometer kein Zeichen von Electricität. In einem einzigen Falle, nämlich bei einem Gewitter, das in einiger Entfernung von Paris Statt fand, zeigten sowohl der Galvanometer als der Electrometer Electricität an; die Ablenkung erreichte 18°, wiewohl man über dem Observatorium keine Wolken bemerkte, ausser in einer Entfernung von 31° vom Zenith.

Endlich zogen am 5. September zwischen 3 und 5 Uhr Nachmittags drei von einem heftigen Winde

gejagte Regenwolken über Paris. An allen drei zeigte die Richtung der Ablenkung positive Electricität an, sie wurde aber schwächer und ging plötzlich in eine entgegengesetzte über, als die Wolkengruppe gänzlich vorüber gegangen war. Die zwei ersten Male betrug die Ablenkung zwischen 50°—60° wiewohl man keinen Blitz gewahr wurde, bei jedem Windstoss nahm sie plötzlich um 10° zu. Das dritte Gewitter erzeugte eine noch grössere Ablenkung, die manchmal 87° betrug, also dem Maximum nahe war. Während 10 Minuten war die Ablenkung, positiv; als es zu donnern anfing, ging bei jedem Donnerschlag die Ablenkung in die entgegengesetzte über, und stieg plötzlich um mehrere Grade. Endlich beharrte sie auf der Richtung der negativen Electricität, bis die Wolke ganz vorüber war. Diese Erfahrungen zeigen, dass das Galvanometer mit Nutzen zur Untersuchung der atmosphärischen Electricität gebraucht werden kann. Wäre es bewiesen, dass die Electricität zur Bildung des Hagels etwas beiträgt, so wäre dieses Instrument das einzige, welches auf eine präcise Art die Menge der durch Spitzen abgeleiteten Electricität angäbe, welche mehr oder weniger hoch sind, und mehr oder weniger mit der Erde communiciren.

V. Ueber Entzündung des Schiesspulvers durch die Electricität, und über ihren Durchgang durch Wasser von Sturgeon.

(Philos. mag. and journ. N. 338. p. 445)

Man gibt es im Allgemeinen zu, dass die electrischen Phänomene noch in tiefes Dunkel gehüllt sind. Vielleicht ist kein Punct mehr geeignet, unsere Unwissenheit in diesem Zweige des Wissens an Tag zu legen, als die Entzündung des Schiesspulvers.

Man kann es nicht läugnen, dass Schiesspulver durch Electricität schon von mehreren angezündet worden, jedoch gelang dieser Versuch nicht allen Experimentatoren, andern schlug er immer fehl. Dieses zeigt, dass man das Phänomen noch nicht hinreichend versteht.

Ich bin überzeugt, dass kein Physiker durch fruchtlose Versuche, Schiesspulver mittelst der Electricität anzuzünden, mehr in Verlegenheit gesetzt wurde als ich, und doch habe ich sie auf die mannigfaltigste Art abgeändert. Es wurde nun der Wunsch in mir rege, die Ursache des Misslingens zu erforschen.

Es ist bekannt, dass ein rothglühender Metallstab, mit dem man Schiesspulver berührt, dasselbe nicht im Augenblicke der Berührung entzündet, sondern dass es eine, wiewohl sehr kurze Zeit braucht, bis ein einziges Körnchen Feuer fängt, und dass man mit einem solchen Metallstück so schnell über die Hand fahren kann, dass man kaum einige Hitze empfindet. Der Gegenstand meiner ersten Bemühung war nun, ein Mittel ausfindig zu machen, die Geschwindigkeit

des electrischen Fluidums zu vermindern, denn ich dachte, dass Schiesspulver von der Electricität desto leichter entzündet werden wird, je länger sie mit demselben in Berührung bleibt. Ich setzte auch voraus, dass, wenn die Electricität durch Wasser verzögert wird, durch eine sehr schnelle Berührung keine volle Entladung erfolgen werde; jedoch nach einigen Versuchen hierüber schien es, als erfolgte durch eine weite mit Wasser gefüllte Röhre die Entladung eben so vollkommen, wie durch Metall. Ich bemerkte auch immer, dass der Knall immer viel schwächer war, und das Schiesspulver, welches sich im Wege befand, den die Electricität nehmen musste, nicht in eine so grosse Entfernung hinweggetrieben wurde, wenn die Entladung durch Wasser geschah, als wenn sie durch Metall erfolgte. Daher war es klar, dass die Kraft durch dieses Mittel geschwächt wurde. Ich dachte nun, dass das Wasser deshalb die Electricität so schwäche, weil es eine viel geringere Leitungsfähigkeit besitzt, als Metalle und andere gute Leiter, und dass man die Geschwindigkeit der Electricität bis zu einem beliebigen Grade vermindern kann, wenn man den Durchmesser der Wassersäule, durch welche sie geht, vermindert. Es ist nämlich bekannt, dass die Leitungsfähigkeit eines Körpers seiner natürlichen Capacität, und der an jedem Puncte des Umfanges vorhandenen Quantität proportionirt sey. Ein Schlag, der einen dünnen Draht ganz zerstört, geht durch einen andern von demselben Metalle, der aber grössere Dimensionen hat, ohne ihn zu verletzen. Ich dachte nun, es mögen wohl jene, die Schiesspulver durch Electricität angezündet haben, dadurch

ihren Zweck erreicht haben, dass sie dieselbe durch sehr enge mit Wasser gefüllte Röhren leiteten. Ich hatte zwar keine so engen Röhren bei der Hand, ging aber von der Voraussetzung aus, dass irgend eine nicht leitende Substanz, wie z. B. Papier, Seide, die mit Wasser befeuchtet ist, nur so viel Leitungskraft besitzt, als dem darin enthaltenen Wasser zukommt. Daher machte ich meinen ersten Versuch mit einem einfachen Faden Nähseide von 4 Zoll Länge, den ich zwischen den Lippen durchzog und ihn so befeuchtete. Dieser Faden ward als ein Theil des Verbindungsdrahtes zwischen der äusseren und inneren Belegung einer Leidnerflasche gebraucht. An einer anderen Stelle der Kette waren zwei von einander etwas abstehende Drähte angebracht, und zwischen sie etwas Schiesspulver gegeben. Bei der Entladung der Flasche entzündete sich das Schiesspulver. Ich wiederhohlte diesen Versuch öfter mit demselben Erfolge. Hierauf änderte ich den Versuch ab, und bediente mich desselben Seidenfadens aber einer kleineren Flasche, und es gelang mir, Pulver mit 30 Zoll der geladenen Oberfläche zu entzünden. Ich muss bemerken, dass der Versuch mit einer so kleinen Oberfläche nicht gelang, wenn der Faden sehr nass war, und ich glaube, dass eine zu grosse Wassermenge die Electricität zu schnell ableitete. Wurde etwas von der Flüssigkeit ausgedrückt, so wurde der Faden ein schlechterer Leiter, und der Versuch gelang.

Ich versuchte hierauf, wie weit die Wassermenge ohne Störung des Erfolges bei der ersteren Flasche vermehrt werden durfte. Zu diesem Zwecke wurde ein Stück Bindfaden in Wasser getaucht. Dieser leitete aber die

Electricität zu gut, als dass der Versuch hätte mit Erfolg gemacht werden können, man musste etwas Wasser herausdrücken, um ein glückliches Resultat zu bekommen. Derselbe Erfolg zeigte sich mit befeuchtetem Papier.

Da ich mir nun in diesem Puncte genügt hatte, so unternahm ich es, mich zu überzeugen, ob das electrische Fluidum beim Durchgange durch Wasser eine Aenderung in seinem physikalischen Character erleidet, oder ob die Entzündung des Schiesspulvers ganz von der Zeit abhängt, die das Fluidum braucht, um durch dasselbe zu gehen. Zu diesem Zwecke nahm ich zwei Flaschen, deren eine A, die andere B. genannt werden mag.

Ich lud A positiv, B negativ, und verband ihre Aussenseiten mit Wasser. Als ich A gegen B durch Wasser entlud, wurden beide neutralisirt. Nun wurde A wieder positiv geladen, und dann theilweise gegen B durch Wasser entladen.

Als jede Flasche für sich ausgeladen wurde, bemerkte man keinen Unterschied im Knalle. A wurde neuerdings positiv geladen, und wieder durch Wasser gegen B theilweise entladen. Als nun B durch befeuchtetes Papier entladen wurde, entzündete sich das in der Kette befindliche Schiesspulver. Daraus schloss ich, dass die Entzündung desselben von der Zeit abhängt, die die Electricität braucht, um durch dasselbe zu gehen, und nicht von einer Aenderung des physikalischen Characters der Electricität. Diese Zeit richtet sich aber bei einerlei Ladung nach der Dicke der Wassersäule, durch welche man die Electricität leitet.

Ich bemerkte, dass bei diesen Versuchen der befeuchtete Faden fast trocken ward. Es hat daher das electrische Fluidum das Wasser entweder zersetzt oder es zum Verdünsten gebracht. Ich glaube, dass ersteres der Fall war, und dass diese Zersetzung durch Verminderung des Durchmessers der Wassersäule erleichtert worden ist. Indess bleibt dieses eine blosse Vermuthung, da es mir an Zeit gebrach, dieses Phänomen noch näher zu untersuchen.

Ich habe oft eine Flasche durch meinen eigenen Körper entladen, ohne eine andere Ungemächlichkeit als eine brennende Empfindung an den Fingerspitzen zu empfinden, und doch durch dieselbe Entladung auch Pulver angezündet. Der Schlag kann durch wasserreiche Leiter zu jedem Grade geschwächt werden, so stark er ursprünglich sein mag. Ich habe so eine Armatur von 8 Quadratfuss durch meinen Körper entladen, ohne einen lästigen Stoss zu empfinden.

Diese Modification der Electricität kann in der Medicin ihre Anwendung finden; denn man kann sie an jedem Theil des Körpers anwenden, ohne einen andern ins Mitleiden zu ziehen, und die stärkste Electricität an dem schwächsten Kranken anwenden, ohne ihm einen Stoss zu geben.

Es ist also erwiesen, dass die Stärke einer electrischen Entladung durch Metall, stets der Dicke der Leitungsdrähte proportionirt ist, oder dass dieselbe Electricitätsmenge mit einer grösseren Kraft wirkt, wenn sie durch einen dicken Draht geleitet wird, als wenn dieses durch einen dünnen geschieht. Dieses hat aber auch eine Grenze; denn wenn der Leitungsdraht einmal die zur ununterbrochenen Durchleitung der

Electricität nöthige Capacität hat, so gestattet ein noch dickerer keiner Verstärkung mehr. Indess bin ich doch der Meinung, dass ein dicker Draht die Transmission der Electricität bis zu einem höheren Grade erleichtert, als man gewöhnlich glaubt.

Es ist klar, dass die Electricität in einem dünneren Draht zu einem längeren Strom ausgedehnt ist als in einem dickeren, weil sie in jenem weniger wirket, gerade so, wie eine gegebene Wassermenge in einer engeren Röhre eine längere Säule bildet als in einer weiteren, oder so, wie ein Stück Metall einen längern Drath gibt, wenn es durch ein engeres Loch gezogen wird, als wenn es durch ein weiteres geht.

Man kann aber nun fragen, welche Länge eines Drahtstückes von gegebener Dicke nimmt wohl eine gewisse Menge Electricität in jedem Augenblick ein? Ich glaubte, es lasse sich darüber Gewissheit erlangen, wenn ich etwas Schiesspulver in einer geringen Entfernung von der positiven Belegung einer Flasche anbrachte, während der befeuchtete Faden nahe an der negativen Seite war, und sich zwischen ihnen ein langer Kupferdraht befand. Konnte dieser vermög seiner Dimensionen alle Electricität enthalten, so würde sie keinen Widerstand finden, bis sie am feuchten Faden anlangte, die Zeit, in welcher sie am Schiesspulver verweilte, würde nicht länger ausfallen, und dieses könnte dann nicht entzündet werden.

Ich habe auf diese Weise den feuchten Faden vom Schiesspulver durch Kupferdräthe von Nr. 16, die 1 bis 20 Yards lang waren, getrennt, und bei jeder Länge des Leitungsdrahtes erfolgte die Endzündung des Schiesspulvers durch Electricität.

Ich betrachte dieses als einen merkwürdigen Umstand, nicht bloss weil der Versuch mir gelang, sondern weil es sich dabei immer zeigte, dass durch die Electricität, wenn sie durch hinreichend grosse gute Leiter geht, das Schiesspulver am negativen und nicht am positiven Ende des feuchten Drahtes angezündet wird. Dieses spricht für die Franklin'sche Hypothese.

Ich bin fest überzeugt, dass die Entzündung des Schiesspulvers, wenn es das electrische Fluidum ohne Unterbrechung durchströmt, nicht durch ein Zurückprallen dieses Fluidums in die Flasche durch den den Strom unterbrechenden feuchten Faden hervorgebracht wird, weil wenn es mit Gewalt durch das Schiesspulver geht, dasselbe zerstreut wird, und daher zur Zeit der Rückkehr der Electricität kein Körnchen mehr im Kreise derselben sich befindet.

Ich habe mehrere Versuche über die Entzündung des Schiesspulvers durch die Electricität vor Zeugen gemacht. Bei einem derselben entzündete es sich an einem Ende des feuchten Fadens, bei einem anderen befanden sich vier Feuergewehre im Wege des electrischen Stroms und wurden abgefeuert. Eben so habe ich oft 6 Gewehre auf einmal losgebrannt, und dann war die Entzündung so augenblicklich, dass alle gleichsam nur einen einzigen Knall gaben.

Ich bin gegenwärtig mit anderen Versuchen über denselben Theil der Electricität beschäftiget und werde die Resultate derselben wenn sie der Mittheilung werth sind, bekannt machen.

VI. Resultate der Thermometer-Beobachtungen, welche in den Jahren 1824 und 1825 alle Stunden zu Leith angestellt wurden. (Im Auszuge.)

(Transac. of the roy. soc. of Edinburgh. Tom. X.)

Im Jahre 1820 schlug Brewster der königlichen Societät zu Edinburgh vor, stündliche Thermometerbeobachtungen in Schottland anstellen zu lassen. Wirklich mussten solche Beobachtungen, in einem Lande, das so grosse Mannigfaltigkeiten des Bodens, Climas und der Elevation darbietet, und das beinahe 6 Breitengrade einnimmt, ganz dazu geeignet seyn, um daraus das Gesetz der Vertheilung der Wärme abzuleiten, wenn sie auch nicht schon dadurch interessant wären, dass sie auf den Landbau und die Gartencultur Einfluss haben können. Die Gesellschaft nahm seinen Vorschlag an, und es fanden sich mehrere verständige Individuen, die es über sich nahmen, das Thermometer täglich zweimal zu beobachten und gelegenheitlich auch die Temperatur der Quellen und Brunnen zu untersuchen. Im Jahre 1821 wurden beinahe 60 meteorologische Journale in Schottland geführt, und wiewohl diese Zahl im folgenden Jahre geringer wurde, so konnte Brewster doch viele Beobachtungen, welche durch 5 Jahre fortgeführt wurden, mit einander vergleichen und daraus Resultate schöpfen. Bei der Leitung dieser Beobachtungen handelte es sich aber darum, zwei Stunden des Tages zu bestimmen, an welchen die Tempera-

tur beobachtet werden sollte, und hieraus die mittlere Tagestemperatur möglichst nahe zu bestimmen. Die dazu verwendeten Stunden waren 10 Uhr Vormittags und 10 Uhr Abends, wie sie Gordon vorgeschlagen hatte. Als so die Beobachtungen durch 3 Jahre gemacht waren, kam Brewster der Gedanke, es sey besser, die Beobachtungen an solchen Stunden vorzunehmen, an denen die mittlere Temperatur des Tages selbst Statt fand, damit, wenn etwa eine Beobachtung fehlte, die andere in möglichster Annäherung die mittlere Temperatur angäbe. Allein man wusste nicht, wann diese Temperatur eintritt. Professor Dewey in Neu-York hat in jedem der Monate, März, April, Juni und October des Jahres 1816 durch 5 Tage, im Jänner des Jahres 1817 durch 8 Tage und im Februar durch 2 Tage stündlich das Thermometer beobachtet, Coldstream hat dasselbe zu Leith in jedem Monat durch 24 auf einander folgende Stunden vom Juli 1822 bis zum Juli 1823 gethan. Nach den letzteren Beobachtungen schien die mittlere Temperatur um 8½ Uhr des Morgens und 8¼ Uhr des Abends einzutreten und diese Stunden wurden daher auch für die 1824 und 1825 anzustellenden Beobachtungen gewählt. Jedoch waren sie aus zu wenigen Beobachtungen abgenommen, als das man auf Genauigkeit rechnen könnte, und es war sehr zu wünschen, dass man sie Jahre hindurch zu jeder Stunde anstellte. Dieses konnte nur an einem Militär-Posten ausgeführt werden. Hierzu ward Leith auserkohren.

Die Beobachtungen begannen am ersten Jänner des Jahres 1824 und wurden durch zwei volle Jahre

ununterbrochen fortgeführt. So fand man für das Jahr 1824

die mittl. Temper. der Wintermonate, d. i. Decemb., Januar, Februar = 40°.67F.
- - - - Frühlingsmonate d. i. März, April, Mai = 45°.38
- - - - Sommermonate d. i. Juni, Juli, August = 57°.24
- - - - Herbstmonate d. i. Septemb., October, Nov. = 47°.91
- - - - des ganzen Jahres . . . . = 47°.81

Eben so gaben die Beobachtungen für das Jahr 1825

die mittl. Temper. der Wintermonate d. i. Decemb., Jannar, Februar = 40°312
- - - - Frühlingsmonate d. i. März, April, Mai = 46°.121
- - - - Sommermonate d. i. Juni, Juli, August = 59°.306
- - - - Herbstmonate d. i. Septemb., October, Nov. = 49°.907
- - - - des ganzen Jahres . . . . = 48°.911

Stellt man die mittlere Temperatur jeder einzelnen Stunde des Tages graphisch dar, so findet man die Curve der täglichen Wärmeänderung. Brewster untersuchte, ob die Arme der Curve der täglichen Wärmeänderung mit irgend einer bekannten krummen Linie Aehnlichkeit haben und überzeugte sich, dass sie fast eine parabolische Gestalt haben. Die Abweichung von dieser Curve ist in dem Arme am grössten, der die Temperaturänderung nach Mitternacht angibt und zwar vorzüglich zwischen 4 U. und 8 U. Morgens. Indess glaubt er, dass die Uebereinstim-

mung grösser ausfallen würde, wenn man durch längere Zeit fortgesetzte stündliche Wärmebeobachtungen hätte, weil die kleinen Abweichungen von einem gleichförmigen Gange, die in manchen Jahren Statt finden, verschwinden würden. Selbst in den 2 Beobachtungsjahren, von denen das zweite einen gleichförmigen Character hatte, zeigt die Construction für dieses eine grössere Annäherung der genannten Curve an die parabolische Form, als für das erstere, in welchem ein minder gleichförmiger Gang der Wärme Statt hatte.

Die niedrigste Temperatur tritt im Mittel um 4 und 5 Uhr Früh ein, sie wächst dann sehr regelmässig bis um 3 Uhr Nachmittag, von wo sie wieder zu sinken anfängt. Die Zeit, innerhalb welcher sie steigt, beträgt 9 Uhr 40 Minuten, die in welcher sie fällt, 14 St. 20 M., es rückt daher die Tageswärme schneller vor, als die Kälte in der Nacht zunimmt.

Im Sommer ändert sich die Wärme viel gleichförmiger als in den übrigen Jahreszeiten, besonders sinkt sie sehr regelmässig von Mitternacht bis 4 Uhr Früh, wo die niedrigste Temperatur Statt findet, und hebt sich eben so regelmässig von da bis 3 Uhr Nachmittags, wo eine schnelle Abnahme der Wärme eintritt.

Im Winter steht die Wärme zwischen 1 Uhr und 2 Uhr Nachm. beinahe still, sinkt dann bis 6 Uhr, von wo sie zu steigen anfängt, bis sie um 2 Uhr ihre grösste Höhe erreicht, von welcher sie mit schnelleren Schritten abwärts geht, als sie zugenommen hatte.

Vorzüglich bemerkenswerth ist der verschiedene

Character des täglichen Ganges der Wärme im April und October, obgleich man gewöhnlich annimmt, als sey die mittlere Temperatur eines dieser zwei Monate der des ganzen Jahres gleich, und es herrsche daher auch eine gewisse Uebereinstimmung in ihrer Temperatur. Im October sind die Morgen und Abende verhältnissmässig warm, während sie im April vorzüglich kalt sind. In die winterliche Temperatur des Aprils mischst sich die Sommerhitze und in die Sommerwärme des Octobers die Winterkälte.

Die Tabellen, welche die Beobachtungen enthalten, lassen auch die Zeit erkennen, in welcher die mittlere Tageswärme herrscht. Diese fand im Jahre 1824 um 9 U. 13 M. Vormittags und um 8 U. 26 M. Nachmittags, im Jahre 1825 um 9 U. 13 M. Vormittags und um 8 U. 28 M. Nachmittags Statt. Man kann daher die Zeit von 9 U. 13 M. Vormittags und 8 U. 27 M. Nachmittags als diejenige betrachten, in welcher sich thermometrische Beobachtungen, aus denen man die mittlere Jahrestemperatur ableiten will, am besten anstellen lassen. Unterbleibt selbst zufällig eine dieser Beobachtungen, so gibt auch die andere allein ein Resultat, das zum Ziele führt. Indess hat doch eine Beobachtung, die des Morgens angestellt ist, vor der den Vorzug, die man Abends macht, weil die Wärme des Morgens regelmässiger wächst, als sie des Abends abnimmt.

Doch sind die genannten Stunden nur diejenigen, die sich aus den mittleren Resultaten eines ganzen Jahres ergeben. Wollte man die mittlere Monatstemperatur aus Beobachtungen abnehmen, die

man in jedem Tage nur einmal macht, so dürfte man dazu nicht die Stunden 9 U. 13 M. Vorm. und 8 U. 27 M. Nachm. wählen, weil die Zeit der mittleren Monatstemperatur auf verschiedene Stunden fällt, wie man aus folgender Tabelle sieht:

Monat.	Stunde, wo die mittlere Temperatur herrscht.	
	Vormittags	Nachmittags
Jänner	$10^h\ 34'$	$6^h\ 57'$
Februar	10 2	6 56
März	10 10	8 8
April	9 1	8 26
Mai	9 14	8 40
Juni	9 7	8 24
Juli	8 55	8 40
August	9 0	8 19
September	8 52	8 18
October	9 25	6 48
November	9 39	7 41
December	9 56	6 15

Im Ganzen kann man folgendes Resultat annehmen:

Die Zeit der geringsten Temperatur fällt im Mittel etwas vor . . . . $5^h\ 0'$
— — der mittleren Morgentemperatur . $9^h\ 13'$
— — der grössten Hitze . . . . . auf $2^h\ 40$
— — der mittleren Abendwärme. . auf $8^h\ 27'$
— — zwischen dem Maximum und dem folgenden Minimum beträgt . . $14^h\ 20'$
— — zwischen der mittlern Morgen- und Abendtemperatur beträgt . . $11^h\ 14$
— — zwischen dem Minimum und der mittleren Morgenwärme. . . . . $4^h\ 13$

Die Zeit zwischen dem Minimum und der mittleren Abendwärme . . . . . 8^h 33

VII. Resultate mehrerer, am 17. Juli dieses Jahres angestellter, gleichzeitiger meteorologischer Beobachtungen, dargestellt von A. Baumgartner.

Die königliche Gesellschaft zu Edinburgh hat den Wunsch ausgedrückt, eine Reihe gleichzeitiger meteorologischer Beobachtungen zu besitzen, welche sich auf jede Stunde an einem oder an zwei Tagen des Jahres beziehen. Der Secretär dieser Gesellschaft Dr. Brewster hat die Einladung zu solchen Beobachtungen ergehen lassen, die durch Herrn Haidinger welcher sich damals gerade in Wien befand, auch mir zu Theil ward. In dieser war zum gemeinschaftlichen Beobachtungstage der 17. Juli und der 15. Januar bestimmt, und als zu beobachtende Gegenstände ausdrücklich genannt:

1) Die Temperatur im Schatten. 2) Die Temperatur einer Quelle, 3) der Luftdruck, 4) die strahlende Wärme, 5) der Electricitätszustand der Luft, 6) der Feuchtigkeitszustand der Luft, 7) die Regenmenge, 8) die Geschwindigkeit und Richtung des Windes nebst dem Zuge der Wolken, 9) die Art der Wolken, 10) das Wetter, 11) das Ansehen des Himmels von verschiedenen Weltgegenden.

1.

Ich übernahm es, die Einladung zu diesen Beobachtungen an mehrere Gelehrte und Freunde der

Wissenschaft in den österreichischen Staaten ergehen zu lassen; leider war der Tag der ersten Beobachtung schon zu nahe, als dass die Mittheilung in grosse Entfernungen wirken konnte, dessungeachtet wurde an vielen merkwürdigen Puncten beobachtet. Ich verglich die Data mehrerer mir bekannt gewordener Beobachtungen mit einander, und sah mit Vergnügen, dass sich daraus einige interessante Resultate ergeben. Dieses bestimmte mich, sie für sich bekannt zu machen, obwohl ich nicht im mindesten zweifle, dass die k. Societät in Edinburgh aus einer ungemein zahlreichen Menge von Thatsachen noch weit umfassendere Resultate schöpfen und bekannt machen wird, allein es wird auch selbst dann nicht uninteressant seyn, zu sehen, in wie weit diese Resultate mit den aus viel wenigeren Beobachtungen geschöpften übereinstimmen, oder die Eigenthümlichkeiten unserer Observationsplätze an sich tragen.

2.

Die Beobachtungen, von denen hier die Rede ist, wurden angestellt: in Wien, in dessen Nachbarschaft am Leopoldsberge, in der Nähe von Wienerisch Neustadt am sogenannten Schneeberge, zu Laibach und Görz.

Die Beobachtungsstation in Wien war im botanischen Garten, in welchem zu diesem Zwecke ein äusserst zweckmässiger Platz von dem Vorsteher desselben, dem rühmlichst bekannten Freunde und Kenner der Wissenschaften Freiherrn von J a c q u i n eingeräumt war. Das Barometer hing in einer Höhe von 541 Pariserfuss über der Fläche des adriatischen Meers,

48 Meilen entfernt von demselben, die geographische Länge der Ortes beträgt 33° 59′ die Breite. 48° 12′ Geleitet wurden die Beobachtungen vom genannten Vorsteher des botanischen Gartens und von mir.

Die Beobachtungen am Leopoldsberge leitete der Freiherr von Smolla, Lieutenant im k. k. Bombardier-Corps und Professor der Chemie und Physik daselbst, in einer geographischen Breite von 48° 17′ 26″, in einer Länge von 33° 58′ 30″ östlich von Ferro und in einer Höhe von 1296 Fuss. Letztere war trigonometrisch bestimmt. Die Entfernung vom Meere beträgt 48 M.

Die interesantesten Beobachtungen waren die, welche am Schneeberge unter der Leitung des Herrn Hawliczeck, Hauptmann im k. k. Generalstabe angestellt wurden.

Der Schneeberg ist der ausgezeichnetste Höhenpunct um Wien, und stellt eine kahle Felsenkuppe in der Nähe von Steiermarks Grenze vor. Sein höchster Punct, der Alpengipfel, hat eine Höhe von 6390 P. Fuss, die auf trigonometrischem Wege bestimmt wurde. Sein Gipfel gewährte, da er von allen Seiten die umliegenden Berge beherrcht, den Beobachtern für eine so lange Zeit nicht den nöthigen Unterstand und deshalb wurde zum Beobachtungsorte die etwas abwärts gelegene, von Hirten erbaute Hütte gewählt, die von drei Seiten geschlossen, von der vierten offen ist, und ungefähr 2000 Schritte südöstlich des Alpengipfels liegt. Die Breite dieser Station ist 47° 45′ 45″, die Länge 33° 29′ 12″. Ihre Entfernung vom Meere 38,6 geog. Meilen, und ihre Höhe über die Meeresfläche 5428.4 P. Fuss. Leztere ist aus Barometermessungen abgeleitet.

Die Beobachtungen zu Laibach leitete der Herr Johann Kersnik Professor der Physik am dortigen Lyceum. Sie wurden am sogenannten Rosenbachberge, der 1700 Schritte vom Laibacher Rathhause entfernt ist und 39 W. Klafter über dem Horizont dieser Stadt emporragt, an drei verschiedenen Stellen angestellt, nämlich am Fusse dieses Berges, an der Kapelle. 2 Klafter über dem Laibacherhorizont, in einem 34 Klafter 2 F. höhergelegenen Wohngebäude, und bei der noch 2° 3′ höher liegenden Kirche. Die geographische Breite von Laibach ist mit 46° 2′ die Länge mit 35o 17′, die Seehöhe mit 1800 P. Fuss, und die Entfernung vom Meere mit 10 deutschen Meilen in dem mir zugekommenen Verzeichnisse der Beobachtungen angegeben.

Zu Görz wurden die Beobachtungen vom Herrn Philipp Jordan, Professor der Physik geleitet und in einer Breite von 45° 57′ 30″, in einer Länge von 11° 8′ 30″ östlich von Paris in einer barometrisch bestimmten Höhe von 264 P. Fuss, und in einer Entfernung von 3¼ geo. Meilen vom Meere angestellt.

Demnach folgen die Beobachtungsorte der Höhe nach auf einander in der Ordnung: Schneeberg, Laibach, Leopoldsberg, Botanischer Garten in Wien, Görz. Der grösste Höhenunterschied beträgt 5164 P. F.

Der geographischen Breite nach liegen diese Stationen in folgender Reihe, von der dem Aequator nächsten angefangen: Görz, Laibach, Schneeberg, Botanischer Garten, Leopoldsberg. Die grösste Breitendifferenz beläuft sich auf 2° 19′ 56″.

Die Entfernung vom Meere ist am grössten für Wien und dem Leopoldsberg, am kleinsten für Görz,

und der grösste Unterschied kommt etwa 45 geo. Meilen gleich.

a. Temperatur der Luft im Schatten.

3.

Die Lufttemperatur im Schatten zeigte sich so wie sie in folgender Tafel angegeben ist. Sie wurde an 80theiligen Quecksilber-Thermometern beobachtet.

Stunde der Beobachtung.	Beobachtungsstation.						
	Schneeberg.	Laibach.			Leopoldsberg.	Wien.	Görz.
		1ste	2te	3te			
1 Nachts	4.°4 R.	12.5	13.0	12 5	11.5	12.8	15
2	3.8	12.0	13.5	12.5	11.7	12.9	15.4
3	3.7	12.0	13.1	12.7	12.0	12.8	15.8
4	4.0	11.25	12.75	12.25	12.0	12.7	15.2
5	4.4	11.25	12.5	13.0	11.8	12.7	15.8
6	4.8	12.5	14.0	14.0	12.5	13.9	16.0
7	5.7	12.75	14.0	14.5	12.7	13.9	18.0
8	5.3	13.25	16.0	16.5	14.0	14.8	19.3
9	5.7	16.0	16.66.		15.2	15.8	19.5
10	7.2	16.16	17.0	17.5	16.5	16.5	20.2
11	7.4	16.25	17.5	16.5	17.5	17.3	21.0
12 Mittags	8.5	17.21	18.75	18.16	18.0	18.0	21.3
1	10.0	18.0	19.25	18.0	18.0	17.8	21.5
2	11.3	18.0	20.33	19.0	19.0	17.9	22.5
3	8.8	16.25	18.0	17.75	17.5	17.6	23.2
4	9.0	16.75	19.3	18.0	19.0	18.5	23.0
5	7.5	15.75	17.5	16.5	17.5	17.9	22.6
6	5.8	15.0	17.0	16.3	16.5	17.2	20.3
7	5.0	14.25	17.0	16.8	15.8	16.3	19.4
8	5.5	13.75	15.75	15.0	14.4	15.5	17.8
9	6.5	12.75	15.5	14.75	14.7	14.8	17.6
10	5.9	12.0	15.0	14.25	14.5	14.6	17.0
11	6.0	11.25	14.0	14.16	15.0	13.9	16.7
12 Mitternacht	5.8	11.5	14.0	13.0	14.5	14.0	16.3
Mittl. Temper.	6.32	14.10	15.48	15.00	15.40	15.42	18.76
		15.17					

4.

Die mittlere Temperatur am Beobachtungstage ist selbst nach diesen wenigen Beobachtungen fast regelmässig desto grösser, je geringer die Erhöhung der Beobachtungsstation über die Meeresfläche ist. Nur Laibach hat eine um 0°,23 R. grössere Temperatur als der Leopoldsberg und liegt doch höher als dieser; dafür liegt aber Laibach auf einer hohen Fläche, der Leopoldsberg hingegen ragt völlig isolirt über das ihn umgebende Land hervor, ein Umstand, der anerkannter Weise auf die Temperatur einen Einfluss hat. Der Temperaturunterschied zwischen Görz und dem Schneeberge, als den an Höhe am meisten von einander abweichenden Stationen beträgt 12°. 44 R. Dieser Unterschied kommt aber nicht blos auf Rechnung der verschiedenen Höhe, sondern er wird nebst dieser auch noch durch den Breitenunterschied, die verschiedene Tageslänge, die verschiedene Entfernung vom Meere und die verschiedene Beschaffenheit des Bodens bestimmt.

5.

Die mittlere Wärme des Beobachtungstages hätte man bis auf sehr kleine Differenzen gefunden, wenn man nach der zuerst von A. v. Humboldt gegebenen Regel aus der grössten und kleinsten beobachteten Temperatur das arithmetische Mittel genommen hätte. Auf diesem Wege hätte man als mittlere Temperatur für den Schneeberg 6°.35, für Laibach 15°.75, für den Leopoldsberg 15°,25, für Wien 15,°60 und für Görz 19°.10 gefunden, mithin ein Resultat, das

für ersteren Ort um 0°,103 für den zweiten um 0°,64 für den dritten um 0°,21 für den vierten um 0°.18 und endlich für den fünften um 0°,34 zu gross ist. Minder genaue Angabe hätte man aus den Beobachtungen erhalten, die um 8 Uhr früh, um 3 und 10 Uhr Nachmittags angestellt wurden.

6.

Die mindeste Temperatur tratt im Durchschnitte zwischen 3 und 4 Uhr Morgens ein, nur am Leopoldsberge war am Anfange der Beobachtungen nämlich um 1 Uhr Morgens der geringste Thermometerstand, der aber ohne Zweifel durch den vorhergehenden starken Gewitterregen aus seiner Regelmässigkeit gebracht wurde.

Die grösste Hitze herrschte zwischen 2 und 3 Uhr, nur im botanischen Garten in Wien erreichte das Thermometer erst um 4 Uhr seinen höchsten Stand, welches wohl auch nur durch einen Nebenumstand hervorgebracht worden seyn dürfte.

7.

Um eine recht anschauliche Vorstellung vom Gange der Wärme an allen 5 Beobachtungsorten zu erhalten, wählte ich das längst bewährte Mittel der graphischen Darstellung. Fig. 19 zeigt die Thermometerstände, wie sie sich durch dieses Mittel darstellen *). Man sieht leicht, dass die unterste Curve

*) Von den 3 Thermometerbeobachtungen, die zu Laibach angestellt wurden, ist nur die dritte in die graphische Darstellung aufgenommen worden.

die Temperatur am Schneeberge, die nächstfolgende die am Leopoldsberge, die dritte die zu Laibach, die vierte jene zu Wien, die fünfte aber jene zu Görz darstellt.

Die Gestalt dieser Linien ist nicht uninteressant. Die zu den Temperaturen am Schneeberge gehörige stellt beinahe selbst das Profil eines steilen Berges vor. Die Temperatur steigt daselbst gegen Mittag hin sehr schnell, und sinkt Nachmittags wieder ebenso eilig. Es hat demnach selbst der tägliche Gang der Wärme den Charakter derselben Erscheinung in Polargegenden. Denn man weiss, besonders seitdem Brandes den Gang der Wärme durch das ganze Jahr so schön nachgewiesen hat, dass in nördlichen Gegenden die Wärme im Sommer sehr schnell wächst, aber auch eben so schnell wieder abnimmt.

Nach der Curve vom Schneeberge hat diejenige die meisten Zacken und Winkel, welche der Temperatur zu Laibach entspricht, als der Beobachtungsstation, die auch wirklich nach dem Schneeberge die grösste Seehöhe hat.

Die Curve für Görz hat zwar eine starke Krümmung, jedoch schreitet sie unter allen am meisten stettig fort, und stellt so das Bild eines mildern Clima's dar. Indess ist doch der Unterschied zwischen der höchsten und niedrigsten Temperatur zu Görz um 0°.4 grösser als der am Schneeberge beobachtete; denn ersterer beträgt 8°R, letzterer nur 7°.6.

b. Temperatur einer Quelle.

8.

Quellen wurden nur an 2 Stationen durch alle

24 Stunden beobachtet, nämlich im botanischen Garten zu Wien, und in Laibach. In ersterem Orte wurde stündlich die Temperatur des Wassers geprüft, welches jedesmal einen Augenblick vorher mittelst einer gewöhnlichen Saugpumpe aus dem zur Füllung eines Bassins bestimmten Brunnen gehoben ward. Stets wurde darauf gesehen, dass das erste beim Pumpen hervorkommende Wasser, das schon im Pumpenstiefel gestanden haben mochte, unbenützt abfloss. In Laibach wurden zu jeder Stunde 3 Quellen beobachtet, wovon die ersten gegen Mittag, die zwei anderen gegen 6 Uhr von directen Sonnenstrahlen getroffen werden können.

Am Schneeberge konnte keine Quelle beobachtet werden, auch am Leopoldsberge war die Beobachtungsstation von jeder Quelle zu weit entfernt, als dass man die Beobachtung ihrer Temperatur mit den übrigen Observationen hätte vereinigen können. Indess wurde doch die Temperatur eines 3 Toisen tiefen Kellers beobachtet. Bei Görz wurde einmal der Isonzo, einmal der sogenannte Bischofbrunnen und einmal der Stadtbrunnen beobachtet.

Folgende Tafel enthält die Resultate der Beobachtungen.

Stunde.	Beobachtungsort.					
	Wien.	Laibach.			Leopoldsberg.	Görz.
		1.	2.	3.		
1 Morgens.	11°	12.0	12.5	10.25	—	—
2	11	12.16	12.0	11.0	—	—
3	11	11.75	12.25	11.0	—	—
4	11.2	11.75	11.5	10.75	—	14° b)
5	12.2	11.5	12.0	10.75	—	—
6	14.6	11.5	11.5	10.75	—	—
7	9.2	11.75	11.75	11.25	—	11° c)
8	9.6	11.25	12.0	11.5	—	—
9	9.8	13.25	12.25	11.5	—	—
10	10.0	13.75	11.5	11.75	—	—
11	10.0	15.0	13.25	11.75	—	—
12 Mittag.	9.7	15.5	12.0	11.8	—	9°.6 d)
1	11.2	15.5	11.8	11.16	—	
2	9.7	16.25	12.16	13.16	—	
3	11.2	14.5	11.8	13.16	—	
4	9.6	14.25	12.5	13.16	—	
5	10.4	14.0	12.0	12.75	—	
6	10.2	14.0	11.5	12.75	—	
7	9.4	13.7	12.25	12.7	—	
8	10.0	13.2	12.25	12.2	11.0 a)	
9	11.2	13.0	12.25	12.0	—	
10	11.2	12.5	12.0	11.5	—	
11	11.2	11.75	10.5	11.5	—	
12	11.2	12.0	10.5	11.5	—	
Mittelwerth	10.7	13.12	11.90	11.75		
		12.26				

a) Temperatur der Luft in einem etwa 5 Toisen tiefen gegen Nord offenen Keller.
b) Stadtbrunnen.
c) Isonzo.
d) Bischofsbrunnen.

8.

Die mittlere Jahreswärme beträgt nach Professor Franks Beobachtungen zu Laibach 9°R., die zu Wien ist 8°.2 R. Es ist demnach die mittlere Wärme des Quellwassers am Beobachtungstage an beiden Orten grösser als die mittlere Jahreswärme.

c. Luftdruck.

9.

Der Druck der Luft wurde auf die gewöhnliche Art mittelst eines Barometers gemessen und die gefundene Quecksilbersäule auf die Temperatur von 0° R. reducirt. Folgende Tabelle enthält die Resultate der Beobachtungen im Pariser-Mass. Von den 3 Laibacherbeobachtungen wurden aber nur die Dritte aufgenommen.

Stunde.	Beobachtungsort.									
	Schneeberg.		Laibach.		Leopoldsberg.		Wien.		Görz.	
	Z.	L.	Z.	L.	Z.	L.	Z.	L.	Z.	L.
1 Morgens	22	9.012	26	9.73	26	9.65	27	5.76	27	9.55
2		8.595		9.73		9.55		5.68		9.55
3		8.608		9.73		9.66		5.70		9.48
4		8.608		9.78		9.57		5.69		9.55
5		8.608		9.34		9.59		5.70		9.48
6		8.938		8.44		9.68		5.68		9.58
7		8.754		8.44		9.67		5.76		9.63
8		8.869		8.00		9.44		6.35		9.55
9		8.899		7.95		9.64		5.76		9.55
10		8.880		7.95		9.74		6.01		9.48
11		9.066		8.44		9.66		5.90		9.50
12 Mittag		9.033		7.95		9.72		5.76		9.50
1		8.915		8.34		9.69		5.75		9.50
2		8.935		6.76		9.58		6.52		9.43
3		9.069		7.64		9.36		6.33		9.25
4		9.064		7.59		9.56		5.67		9.25
5		9.103		8.20		10.32		5.58		9.25
6		9.076		8.37		9.63		5.67		9.48
7		9.117		8.92		9.71		5.70		16.07
8		9.267		9.16		9.50		6.03		10.21
9		9.337		9.66		9.75		6.13		10.31
10		9.392		9.89		9.78		6.07		10.49
11		9.329		9.89		9.76		6.17		10.97
12		9.329		10.70		9.78		6.17		10.57
Mitt. Höhe	22	8.990	26	8.77	26	9.60	27	5.91	27	9.70

10.

Aus dieser Tabelle ersieht man, dass die Veränderungen im Luftdrucke am Beobachtungstage im Ganzen genommen sehr gering waren. Die grösste Aenderung fand in Laibach Statt, wo sie 3.94 L, beträgt. In Görz betrug sie 1.32 L, am Leopoldsberge

0.96 L. in Wien 0.94 L, am Schneeberg gar nur 0.787 L. Es wäre voreilig aus einer so kurzen Zeit auf die tägliche Periode der Variationen des Luftdruckes schliessen zu wollen. Mit mehr Sicherheit lässt sich aus den 24 Beobachtungen auf den mittleren Luftdruck des Beobachtungstages ein Schluss machen, wiewohl man auch hierin noch einen Fehler begehen kann, weil die Aenderungen desselben, welche zwischen zwei auf einander folgende Beobachtungen fielen, nicht berücksichtiget werden können. Indess kann man doch annehmen, dass man aus diesen 24 Beobachtungen ein der Wahrheit näher liegendes Resultat erhält, als wenn man dieses aus 2 oder 3 Beobachtungen schöpfet. Nimmt man nun den mittlern Luftdruck, der sich aus den angeführten Beobachtungen ergibt, als den mittleren des ganzen Tages an, wo beobachtet wurde; so kann man sehen, wie viel der Fehler betrüge, der begangen würde, wenn man an 2 oder 3 Stunden beobachtet, hieraus das Mittel genommen, und dieses als mittleren Luftdruck des Beobachtungstages betrachtet hätte. Die gewöhnlichsten Stunden, wo Barometerbeobachtungen angestellt werden sind: 8 Uhr Vormittags, 3 Uhr und 10 Uhr Nachmittags. Nach diesen Stunden erhielte man für:

den Schneeberg 22 Z. 8.990 L. mithin als Fehler — 0.120 L.

Laibach	26 — 8.770	—	—	+ 0.26 =
den Leopoldsberg	26 — 9.60	—	—	+ 0.07 =
Wien	27 — 5.91	—	—	— 0.34 =
Görz	27 — 9.76	—	—	— 0.06 =

Die geringe Differenz der nach beiden Methoden gefundenen mittleren Barometerhöhe für Wien

und dem Leopoldsberge darf noch nicht als Empfehlung obiger Beobachtungsstunden angesehen werden; denn der 17. Juli 1826 war einer jener ruhigen Tage, an welchen, sich das Barometer um nicht viel änderte, wo man also fast den Stand zu jeder Stunde als den mittleren des ganzen Tages ansehen kann; bei grossen Variationen könnte die Differenz bedeutender werden. Dieses zeigt schon der Umstand, dass die auf beiden Wegen gefundenen Barometerhöhen für Laibach ziemlich stark differiren, wo auch die Variationen des Barometers grösser waren.

Kleiner fallen diese Differenzen aus, wenn man um 10 Uhr Früh und um 10 Uhr Abends den Luftdruck beobachtet, und aus beiden Resultaten das Mittel nimmt. Da erhält man für den Schneeberg —0.146, für Laibach — 0.15, für den Leopoldsberg — 0.01 für Wien — 0.13 und für Görz — 0.32 als Fehler. Am nächsten erhält man den mittleren Luftdruck aus zwei Beobachtungen, die um 8 Uhr Früh, und um 9 Uhr Abends angestellt wurden. Man enthält nämlich den mittleren Druck am Schneeberg um 0.113 L, zu Laibach um 0.06 L. am Leopoldsberge um 0.005 L. zu Wien um 0.085 L. zu hoch, und in Görz um 0.03 L. zu gering. Wahrscheinlich gibt es für jede Gegend eine andere Stunde, in welcher der Luftdruck dem mittleren am nächsten ist.

11.

Um eine bessere Uebersicht des Ganges der Barometer in den Beobachtungsstationen zu bekommen, und die Richtung und Stärke der dieselben bestimmenden Ursachen besser beurtheilen zu können, habe

ich folgende Tabelle entworfen, welche die stündlichen Aenderungen des Luftdruckes in Hunderttheilen einer Pariser Linie angibt. Das Zeichen — bezeichnet ein Fallen des Barometers; wo kein Zeichen vorgesetzt ist, deutet die Zahl auf Steigen. o zeigt an, dass sich das Barometer nicht geändert habe.

Zeit.	Ort der Beobachtung.				
	Görz.	Laibach.	Schneeberg.	Wien.	Leopoldsberg.
von 1 bis 2 U. früh	0	0	—42	— 8	—10
2— 3	— 7	0	1	2	11
3— 4	7	0	0	— 1	— 9
4— 5	— 7	— 39	0	1	2
5— 6	10	10	33	— 2	— 1
6— 7	5	0	—18	8	— 1
7— 8	— 8	— 44	11	51	—23
8— 9	0	— 5	3	—51	20
9—10	— 7	0	— 1	25	10
10—11	2	49	18	—11	—14
11—12	0	— 49	— 3	—14	12
12— 1	— 0	39	—12	— 1	— 3
1— 2	7	—158	2	77	—11
2— 3	—18	88	13	—19	—22
3— 4	0	— 5	0	—66	20
4— 5	0	61	4	— 9	82
5— 6	23	17	— 3	9	—69
6— 7	59	55	4	3	8
7— 8	14	24	11	33	—21
8— 9	10	50	7	10	25
9—10	18	23	6	— 6	3
10—11	8	0	— 7	10	— 2
11—12	0	81	0	0	2

Die Fortsetzung folgt.

VIII. Verbesserte und neue physikalische Instrumente.

1.

Buntens verbessertes Reisebarometer.

(Annales de l'industrie nat. et étrang. N. 78.)

Es ist sehr schwer, ein gewöhnliches Reisebarometer zu transportiren, ohne dass Luft hinein käme. Gay-Lussac hat dadurch, dass er am unteren Theile des Instrumentes ein Haarröhrchen anschmelzen lies, diesem Uebel zwar zum Theile, aber nicht ganz vorgebeugt. Bunten glaubt diesen Zweck durch die Einrichtung der Barometerröhre erreicht zu haben, welche in Fig. 15 vorgestellt ist, und der übrigens die von Gay-Lussac angegebene Einrichtung zu Grunde liegt.

Die Röhre ab endet sich unten in eine haarröhrchenförmige Verlängerung bd vom 8—9 Z. Länge. Ein Ende dieses Ansatzes reicht in den Heber cefg, wovon der Theil fg genau dasselbe Caliber hat, wie die Röhre in ab. Das Ende c dieses Hebers wird an das Haarröhrchen 2—3 Z. ober dem Ende d angeschmolzen, nachdem man vorläufig die Röhre ai bis i mit Quecksilber gefüllt und hierauf in der Röhre gekocht hat, um Luft und Feuchtigkeit zu vertreiben. Giesst man hierauf durch die Oeffnung in o neues Quecksilber nach, um den Theil cdef damit anzufüllen, so wird man leicht durch Erwärmung des Stückes ab das Quecksilber von i bis d steigen machen, um so die ganze Säule ad luftfrei zu erhalten. Endlich schmelzt man den Heber in g zu, und lässt der Luft zu ihrem Aus- und Eintritte

nur die kleine Oeffnung o, durch welche, wie in Gay-Lussac's Barometer, kein Quecksilber entweichen kann.

Gelangt nun ein Luftbläschen durch den Hals e in den Heberarm, so kann es doch nicht in das Haarröhrchen dl emporsteigen, weil es gar so leicht nach c gelangen kann. Wiewohl nun dadurch die Quecksilbersäule unterbrochen zu seyn scheint, so hat dieses doch auf den Unterschied der Länge der Quecksilbersäulen beider Arme keinen Einfluss. Denn drückt z. B. die in c hineingelassene Luft das Quecksilber so weit herab, dass es dadurch im anderen Schenkel von f bis f′ steigen muss, so kann doch die äussere Luft, deren Elasticität dadurch nicht verändert worden ist, noch immer dieselbe Quecksilbersäule tragen, und es muss darum auch die Säule in ab von a bis a′ steigen, so dass aa′ = ff′ ist, mithin bleibt die Barometerhöhe dieselbe. Uebrigens ist es auch sehr leicht, die Luft aus c zu vertreiben. Bunten sagt, zwei solche Barometer, die einen Monat lang beobachtet wurden, blieben durchaus übereinstimmend, wiewohl in einem derselben bei c eine grosse Luftblase war, und die Instrumente dem Einflusse verschiedener Temperaturen ausgesetzt waren.

2.

Mills neues Pyrometer.

(Annal. de l'indust. nat. et étrang. N. 77.)

Dass von Mill angegebene Pyrometer ist in Fig. 16 abgebildet. Es besteht aus einer Röhre B von Platin, die inwendig eine völlig cylindrische, eine Linie oder etwas mehr im Durchmesser haltende Oeffnung hat,

an deren unterem Ende sich eine hohle Kugel A von demselben Metalle befindet, welche etwa einen halben Zoll innern Durchmesser hat. Das andere Ende ist mittelst einer Aufsatzröhre an die Luftprobe befestiget, die eine heberförmig gebogene Röhre CD vorstellt. In D ist diese Röhre mit einer Kugel versehen, welche dieselbe Capacität hat, wie die an der Platinröhre befindliche; auch enthält sie eine geringe Menge Quecksilber, welches den Raum in der Biegung gewöhnlich einnimmt. Die auf einer Glas- oder Metallplatte angebrachte Scale EF ist wie die eines Thermometers graduirt. Wird die Luft in der Platinkugel erhitzt, so dehnt sie sich aus, und treibt die Quecksilbersäule in der Glasröhre gegen die Glaskugel D hin.

Damit die Platinröhre- und Kugel durch das offene Feuer keinen Schaden leide, gibt man sie beim Gebrauche in ein cylinderförmiges Thongefäss, füllt den übrigen Raum mit Sand oder gepulverten Kohlen aus, und deckt dieses noch durch Thonstücke.

3.

Meikle's heberförmiges Hydrometer zur Bestimmung der Temperatur, wo das Wasser die grösste Dichte hat etc.

(Phil. Mag. and Journ. sept. 1826)

Das von Meikle angegebene Hydrometer ist in Fig. 17. abgebildet. Man sieht daraus, dass es aus einer in Form eines doppelten Hebers gebogenen Glasröhre besteht. Will man dieses Instrument zur Bestimmung des specifischen Gewichtes von Flüssigkeiten benützen, so schliesst man mit dem Finger oder mittelst eines

Korkstöppels einen Arm desselben, und giesst in den anderen reines Wasser. Dieses kann im zweiten kürzeren Arme nur bis zu einer geringeren Höhe steigen weil die Luft aus selben nicht entweichen kann. Hierauf schliesst man auch den längeren Arm des anderen Hebers durch dasselbe Mittel, das man beim ersten anwendet, öffnet hierauf den ersten, und füllt durch ihn diejenige Flüssigkeit ein, deren specifisches Gewicht man finden will. Auch in diesem wird die Flüssigkeit nicht in beiden Armen gleich hoch stehen können. Hält man nun das Instrument vertical, und misst den Höhenunterschied der beiden Säulen sowohl einer als der anderen Flüssigkeit, so gibt ihr Verhältniss das ihrer specifischen Gewichte an. Zur grösseren Richtigkeit im Gebrauche versieht man die vier Arme mit einer Scale, an der sich sehr kleine Theile leicht messen lassen.

Um beim Ausgiessen beide Flüssigkeiten nicht mit einander zu vermischen, biegt man die beiden offenen Arme etwas aus der Ebene der übrigen heraus, so, dass sie bei der horizontalen Lage des Instrumentes etwas höher liegen, als der übrige Theil.

Richtet man dieses Instrument so ein, dass die horizontale Verbindungsröhre beider Heber lang genug ist, so kann man jeden derselben in ein eigenes Bad setzen, sich bis zu einer bestimmten Temperatur erwärmen, und so, indem man in beide Heber reines Wasser giesst, die Temperatur finden, bei welcher das Wasser die grösste Dichte hat. Dieses geschieht dadurch, dass man die Temperatur sucht, bei welcher eine wirksame Säule, d. i. der Unterschied der Säulen in einem Heber, am kürzesten ist, oder indem

man zwei Temperaturen sucht, bei denen die Säulen gleich lang sind. Im letzteren Falle liegt die Temperatur der grössten Dichte nahe in der Mitte der zwei beobachteten. Man findet dann aus einer Reihe solcher Beobachtungen gewiss diese Temperatur genau.

4.

Blackadder's registrirendes Thermometer.

(The Edinb. Jour. of Science N. IX.)

Dieses Instrument besteht aus 2 Thermometern, deren Röhren an dasselbe Bret befestiget sind, wovon aber doch jedes eine eigene Scale hat.

Eine der Röhre Fig. 18) a ist wie ein gewöhnliches Thermometer ganz geschlossen, und mit einer gewöhnlichen Scale versehen; die andere b ist an einem Ende c offen und gerade abgeschnitten. Ueber dieses wird eine kurze, mit einer Kugel versehene weitere Röhre gesteckt, die sich genau daran anlegt, und in der Kugel einen Quecksilbertropfen enthält; auch sind diese beiden Röhre so über einander gesteckt, dass die Kugel der einen genau dort anfängt, wo die andere aufhört. Sie sind durch ein Bischen farbenlosen Firniss mit einander verbunden. Die Scale der letzteren Röhre beginnt an ihrem offenen Ende e, und ist von da angefangen mit 1, 10, 20 etc. numerirt.

Hält man dieses Instrument vertical; so deckt der Quecksilbertropfen in der Kugel c die Oeffnung c der Röhre b. Erwärmt man nun das Quecksilber in p mit der Hand, so steigt es bis an das offene Ende, vermengt sich mit dem Quecksilbertropfen in c, und bleibt in dieser Vereinigung so lange, als der Appa-

rat vertical steht. Setzt man ihn in dieser Stellung der freien Luft aus, die z. B. eine Temperatur von 60° F. hat, so entspricht das obere Ende der Quecksilbersäule in a diesem Wärmegrade, während das Quecksilber in b am Anfangspuncte seiner Scale bleibt, und zwar in Vereinigung mit dem Tropfen in c.

Gibt man nun dem Instrumente eine horizontale Lage, so verlässt der Quecksilbertropfen in c augenblicklich die Oeffnung der Röhre b und diese Röhre ist vollkommen mit Quecksilber gefüllt. Werden in diesem Augenblicke beide Thermometerkugeln n und p mit einer schnell verdünstenden Flüssigkeit gefüllt, wie z. B. mit Aether, Alkohol etc., so sinkt das Quecksilber in beiden um gleich viel und bleibt so lange unter dem Puncte, welcher der Temperatur der Luft entspricht, als die verdünstende Flüssigkeit die Kugeln deckt. Gesetzt, es käme auf Rechnung der Verdünstung ein Wärmeverlust von 10° F., während die Luft noch immer 60° F. hat. Dann zeigt die Quecksilbersäule in a 50° F. und die in b 10° F. Ihre Summe, nämlich 10 + 50, gibt also die Temperatur der Luft an, welche im Augenblick Statt fand, als das Instrument die horizontale Lage annahm. In diese Lage kann es in Abwesenheit eines Beobachters zu einer bestimmten Stunde durch einen einfachen Mechanismus versetzt werden, der mit einer Uhr in Verbindung steht, und die verdünstende Flüssigkeit kann in einem Gefässe enthalten seyn, das mittelst einer Klappe verschlossen ist, und mittelst Haarröhrchen die Flüssigkeit an einen feinen Haarpinsel abgibt.

Gibt man dem Halse der Röhre, an welcher die

Kugel c angebracht ist, eine Krümmung, damit das angesteckte Glasstück wie eine kleine Retorte aussieht, so braucht man den Apparat gar nicht von der verticalen Lage in eine horizontale zu versetzen, um den Quecksilbertropfen in c von dem Quecksilber in der Thermometerröhre b zu trennen; man erreicht diesen Zweck schon dadurch, dass man den horizontal liegenden Apparat um 180° dreht und dadurch den früher aufwärts gekrümmten Hals der kleinen Retorte in einen abwärts gekrümmten verwandelt.

IX. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

Optik.

Die optischen Wissenschaften haben in der neueren Zeit viele Männer von ausgezeichneten Talenten und umfassenden Kenntnissen beschäftigt. Die Entdeckung mehrerer sehr wichtiger Wahrheiten und ein bedeutendes Vorrücken in der Kunst, optische Instrumente zu verfertigen, sind die Früchte ihrer Bemühungen.

Lichtsauger. Leslie *) hat das von Planeten und vom Monde zu uns gelangende Licht einer näheren Betrachtung unterzogen, und findet sich bewogen, den Mond für einen phosphorescirenden Körper

---

*) Bibl. univers. 1825, Avril.

zu halten. Er gelangte zu dieser Behauptung durch folgende Verknüpfung physikalischer Sätze:

Wären die Planeten vollkommen kugelförmige Körper, welche das Licht wie eine spiegelnde Fläche reflectiren, so würde jeder derselben ein kreisförmiges Sonnenbild machen, dessen Durchmesser von der relativen Lage beider Körper gegen einander abhinge. Unter dieser Voraussetzung erschiene uns unser Planetensystem wie eine Gruppe kleiner Sonnen ohne Phases. Man kann leicht aus den Gesetzen der Katoptrik deduciren, dass jeder Lichtstrahl von einem Puncte hinter der Oberfläche des Planeten zu kommen scheinen müsste, dessen Entfernung von dieser Oberfläche dem halben Radius des Planeten gleich wäre. Das so durch Reflexion gebildete Sonnenbild würde vom Mittelpuncte des Planeten aus unter demselben Winkel erscheinen, wie die Sonne selbst. Daher müsste sich der Durchmesser eines Planeten zu dem des genannten Bildes bei seiner oberen Conjunction, wie die Entfernung dieses Planeten von der Sonne zum halben Sonnenhalbmesser verhalten. Auf diese Weise erschiene die Venus mit einem Durchmesser, welcher $\frac{1}{517}$, Jupiter mit einem, der $\frac{1}{2712}$ des Sonnendurchmessers beträgt.

Nach derselben Voraussetzung müsste der Mond gleich nach dem Neumonde wie ein leuchtendes Fleckchen erscheinen, welches immer grösser wird und endlich im Augenblick des Vollmondes $\frac{1}{468}$ des Sonnendurchmessers zum Diameter hätte. Selbst wenn der Mond alles Licht, das ihm die Sonne sendet, reflectirte, würde seine Beleuchtung nur $\frac{1}{2100000}$ von der der Sonne betragen. Man würde auch nie seinen Durch-

messer und seine Flecken kennen gelernt haben, wenn obige Voraussetzung in der Wirklichkeit vorhanden wäre.

Hieraus ergibt sich nun der unwidersprechliche Schluss, dass die Planeten und der Mond eine matte Oberfläche haben müssen, wenn sie überhaupt ihr Licht der Sonne verdanken. Allein die Lichtmenge, welche eine matte weisse Fläche reflectirt, ist in jedem Fall äusserst gering. Nach Bouguer's Erfahrungen reflectirt Papier vom senkrecht auffallenden Licht nicht mehr als den $\frac{1}{150}$sten Theil, und noch viel weniger, wenn das Licht schief auffällt. Wäre die Oberfläche des Monds ganz gleichförmig weiss, so würde kaum mehr der 300ste Theil der auf ihn fallenden Sonnenstrahlen zurückgesendet werden, aber diese Oberfläche ist sehr unregelmässig und mit dunklen Stellen gleichsam übersäet. Man kann daher wohl obige Zahl auf $\frac{1}{500}$ vermindern. Demnach würde die Lichtmenge, die uns der Mond zusendet 500×210000 oder 105 Millionen mal kleiner seyn, als die, welche wir von der Sonne erhalten. Nun ist aber das Mondeslicht ohne Vergleich stärker als diese Rechnung angibt. Bouguer schloss aus seinen Beobachtungen, dass das Mondlicht dem 250000sten oder 300000sten Theil des Sonnenlichts gleich komme, und Leslie fand es gar mit seinem Photometer dem 150000ste Theil desselben gleich. Man muss daher annehmen, dass das Sonnenlicht an der Oberfläche des Mondes fast ganz absorbirt wird, aber hierauf am Mondeskörper eine Wirkung ausübe, welche eine viel stärkere Lichtaussendung zur Folge hat. Diese Entwicklung des Lichtes muss an einigen Stellen schwä-

cher an anderen ausnehmend stark seyn, so dass uns jene als dunkle, diese als leuchtende Flecken erscheinen. Demnach hätte der Mond eine Aehnlichkeit mit dem Bologneserstein, und wäre ein wirklicher Lichtmagnet, wie dieser Stein.

Osan *) hat mehrere Leuchtsteine von vorzüglicher Stärke und Schönheit kennen gelehrt. Wird arseniksaurer Baryt durch Zerlegung des salpetersauren Baryts mit arseniksaurem Kali bereitet, mit Tragant zu Pasten geformt und dann im Kohlenfeuer geglüht, so übertrifft er im Leuchten den Bononi'schen Phosphor weit. Eben so erhält man einen blau leuchtenden Phosphor, durch Calciniren der Austerschalen und Behandeln derselben mit Realgar, wie Canton'schen Phosphor. Das stärkste Licht soll aber ein Phosphor zeigen, den man erhält, wenn man Austerschalen auf gleiche Weise mit Schwefelantimon behandelt.

Becquerel **) erhielt durch Lehmann ein besonderes Exemplar von Flussspath, der in Sibirien gefunden wurde, und im Dunkeln ein merkwürdiges Phosphoresciren zeigte, welches mit der Temperatur an Stärke zunahm, und auch unter Wasser Statt fand. Ja in diesem wird die Lichtentwickelung noch stärker, so dass ein solcher Körper in siedendem Wasser, das in einem gläsernen Gefässe enthalten ist, Licht genug durch das Gefäss sendet, um eine Schrift lesen zu können. Im siedenden Oehl ist dieses

*) Kastners Archiv. B. IV. S. 347.

**) Le Globe. N. 98. August 1826.

Licht noch stärker, in siedendem Quecksilber ist die Phosphorescenz so stark, dass man selbst noch in einer Entfernung von 5 Z. lesen kann.

Durchsichtigkeit des Weltraumes. Der berühmte Olbers in Bremen hat in einem sehr schönen Aufsatze *) gezeigt, dass der Weltraum nicht für vollkommen durchsichtig angenommen werden dürfe. Es ist wohl höchst wahrscheinlich, dass in jener unendlichen Ferne, in die kein bewaffnetes Auge zu dringen vermag, eben so wie in dem Raume, der uns zu durchspähen erlaubt ist, Fixsterne und Sonnen existiren, und dass daher die Zahl dieser so gross ist, dass sie das ganze Firmament bedecken würden, wenn sie in einer für uns noch wahrnehmbaren Ferne existirten. Wäre nun der Weltsaum ganz vollkommen durchsichtig, so müsste das ganze Firmament wie der Sonnenkörper glänzen, und man würde die Planeten und den Mond nur als dunkle Scheiben daran wahrnehmen. Da nun dieses weit von der Erfahrung abweicht, so sind wir gezwungen anzunehmen, dass das Licht auf seiner langen Reise von seiner Quelle bis in unser Auge geschwächt werde und daher der Weltraum nicht völlig durchsichtig sey. Olbers meint nicht sehr von der Wahrheit abzuweichen, wenn er annimmt, dass das Licht, welches vom Sirius ausgeht, abgesehen von der Divergenz der Strahlen, blos wegen der nicht vollkommenen Durchsichtigkeit des Raumes auf dem Wege bis zu uns $\frac{1}{800}$ verliere. Dieser Verlust ist hinreichend gross, um uns das Firmament so erscheinen zu

*) Astronomische Neuigkeiten herausgegeben von Schuhmacher.

machen wie es die Erfahrung zeigt, ungeachtet unendlich viele Sterne im Raum existiren.

Absorption des Lichts in gefärbten Mitteln. Brewster und Herschel fanden es zum Behufe ihrer wissenschaftlichen Untersuchungen nöthig, sich homogenes Licht zu verschaffen, ersterer um damit microscopische Gegenstände beleuchten zu können, und dadurch dem Einflusse der Farbenzerstreuung in Microscopen zu entgehen, letzterer um einen Vergleichungspunct für anderes Licht zu haben. Sie bedienten sich zu diesem Zwecke verschieden farbiger Glässer und anderer durchsichtiger Substanzen, und waren desshalb genöthiget, die Wirkung farbiger Mittel auf das Farbenbild zu untersuchen. Dabei gelangten sie zu mehreren wichtigen Resultaten über diese Wirkung, die im Allgemeinen in Folgendem bestehen*):

Jedes gefärbte Mittel absorbirt gewisse Strahlen des Farbenbildes vorzugsweise. Die Menge der absorbirten Strahlen richtet sich bei übrigens gleichen Umständen nach der Dicke des Mittels. Ist dieses homogen, so nimmt die Menge des durchgelassenen Lichts in einer geometrischen Progression ab, wenn die Dicke desselben in einer arithmetischen Progression zunimmt.

Jedes Mittel wirkt nach einem anderen Massstabe auf die verschiedenen Strahlen des Farbenbildes, so dass die genannte Progression, nach welcher die Dicke desselben wächst und die Menge des durchgelassenen Lichtes abnimmt, für jeden Grad der Brech-

*) Transact. of the royal soc. of Edinburgh. Tom. IX.

barkeit eine andere ist. Daher kommt es auch, dass sich die Farbe eines Mittels mit seiner Dicke ändert. Die Strahlen, welche am wenigsten absorbirt werden, dringen am weitesten in das Mittel ein, und sind bei einer gewissen Dicke desselben die einzigen, welche es durchdringen.

Man würde irren, wenn man glaubte, dass sich die Wirkung gefärbter Mittel auf verschiedene farbige Strahlen nach einem Gesetze richtet, dass stetig sich ändert, wie die Brechbarkeit der Lichtstrahlen grösser oder kleiner wird.

Brewster überzeugte sich auch vom Einfluss der Wärme auf die Aenderung der Farben eines Mittels, und fand, dass das Absorptionsvermögen bei einigen gefärbten Gläsern durch Wärme abnahm, bei andern aber wuchs, und erklärt daraus die Farbenänderung, welche manche Körper, wie z. B. Mennig, Quecksilberperoxyd, in der Hitze erleiden. Mit diesem steht das in nächster Verbindung, was Soret *) von den Farben des Topases berichtet. Die Herren Dumas und Raisin haben nämlich zu Genf eine Fabrik von falschen Edelsteinen errichtet, und in ihrer Fabrication grosse Fortschritte gemacht. Es ist bekannt, dass der brasilianische Topas durch Brennen seine Farbe ändert, und vom Orangegelben in das Violette übergeht, wo er dann gebrannter Topas, wohl auch Rubin genannt wird. Aehnliche Farbenänderungen bewirkten obige Fabriksinhaber auch an gefärbten Gläsern. Wird blassgelbes Glass in kleine Stücke zerschlagen, und

---

*) Mémoire de la société de physique etc. de Genève Tom. I. oder Kastners Archiv. B. II. S. 438.

einer hohen Temperatur ausgesetzt, so ändert es die Farbe, es geht durch Dunkelgelb in Orange über, und in dem Augenblicke, wo es zu schmelzen anfängt, gar Violett mit vorwaltendem Roth. Soret fand bei Wiederhohlung dieses Versuches, dass sich der Farbenwechsel nach der Newtonschen Scale richtet. Vom lichtbraunen, den blauen Beryll nachahmenden Glase fanden Dumas und Raisin, dass es in Stücke zerschlagen, und einer verstärkten Hitze ausgesetzt, durch dass Blassblaue in das Blassgrüne und endlich in das Gelblichgrüne überging. Erkalten diese Stücke, so erscheinen dieselben Farben wieder in umgekehrter Ordnung, und das Glas wird zuletzt wieder blassgrün. Wurde die Erhitzung bis zum Rothglühen getrieben, so erschien nach dem Gelblichgrünen ein Blassgelb, und endlich Orangegelb, welches auch bis zum gänzlichen Erkalten verblieb.

Farbe undurchsichtige Körper. Die Farbe undurchsichtiger Körper hat man seit Newtons Untersuchungen fast durchgehends aus der Beschaffenheit der feinsten Blättchen an der Oberfläche derselben erklärt, und angenommen, es dringe ein Lichtstrahl bis zu einer gewissen Weite in dieselbe ein, und an der Grenze erleiden die einen oder die anderen farbigen Bestandtheile desselben oder auch mehrere zugleich eine Reflexion, kommen so ins Auge, und bestimmen die Farbe des Gegenstandes. Es wurde demnach der mechanischen Beschaffenheit der äussersten Fläche der Körper kein wesentlicher Einfluss auf deren Farbe beigelegt. Allein seit Young das Interferenzprincip aufgestellt, und Fresnel es durch directe Versuche erwiesen hatte, musste man auch der äussersten Fläche der

Körper einen Einfluss auf die Farbe, unter welcher sie erscheinen, gestatten, weil sie die Art der Durchkreutzung des reflectirten Lichtes bestimmt, bei welcher einige Strahlen sich vermehren, andere hingegen sich verstärken können. Brewster hat dieses sehr schön an Perlmutter nachgewiesen, indem er zeigte, dass ihr Farbenspiel von der wellenförmigen Gestalt der Oberfläche abhängig sey. Es fehlte nun noch ein Fall, bei dem erwiesen werden könnte, dass bei einer solchen Durchkreutzung der von einem Körper reflectirten Strahlen alles Licht aufgehoben würde, und er daher schwarz erschien. Ein solcher Fall kam Brewster *) vor. Er fand, dass ein Stück eines etwas grossen Rauchtopases, dass man durch Zerschlagen eines ganzen Krystalls erhielt, auf den Bruchflächen ganz schwarz erschien, als wären sie mit einem schwarzen Pigment überzogen. Man kann nicht wohl zweifeln, dass dieses Phaenomen durch Interferenz des Lichtes an den feinen Streifen der Oberfläche erzeugt werde, weil es sogleich verschwand, wenn man das Krystallstück in Aniesöhl tauchte, welches dasselbe Brechungsvermögen hat, wie der Rauchtopas, und wieder zum Vorschein kam, wenn es herausgenommen und abgetrocknet wurde.

Farbige Schatten. Da in vielen Zweigen des menschlichen Wissens sehr wohl bewanderte Zschokke **) hat in der naturforschenden Gesellschaft zu Aarau über die farbigen Schatten, ihr Entstehen und Gesetz

*) Annals of philosophy 1824. Sept.

**) Ueber die farbigen Schatten, ihr Gesetz und Entstehung. Aarau 1826.

eine Vorlesung gehalten, deren Inhalt für die Optik von Wichtigkeit ist. Er beweiset darin:

1) Dass die farbigen Schatten weder Augentäuschung, wie Rumford wollte, noch etwas bloss subjectives, wie Grotthuss glaubte, seyen, sondern dass sie so, wie die schwarzen oder grauen Schatten objective Realität haben, 2) dass es in der Natur so viele farbige Schatten gebe, als Abstufungen im prismatischen Farbenbilde vorhanden sind; 3) Dass ihre Farbe immer auf eine bestimmte Farbe im Newtonschen Farbenkreise hinweise, von der sie herstammt. So wie das weisse (farblose) Licht einen schwarzen (farblosen) Schatten macht, eben so hat jedes farbige Licht seinen eigenen farbigen Schatten, und beide Farben, die des Lichtes und die des Schattens bilden mit einander immer einen Gegensatz.

Hält man, sagt Zschokke, der auf- oder untergehenden Sonne die Hand so entgegen, dass der Schatten darüber auf weisses Papier fällt, das von ihr etwa 6 Zoll entfernt ist, so erscheint dieser Schatten seladongrün, blau oder violett; der grüne hat oft einen violletten, der blaue einen feuerfarbnen oder gelben, der violette einen grünen Rand, vorzüglich wenn man die Finger etwas ausspreitzt. Dieser Schatten wird bei einerlei Sonnenhöhe und Luftdichte stets auf dieselbe Art wahrgenommen, jedes Auge erkennt ihn auf einerlei Weise ohne Rücksicht auf eine vorhergegangene Farbenempfindung, und jeden Tag mit denselben sich allmählig ändernden Tönen, welche das Steigen oder Sinken der Sonne begleiten; er verlängert und verkürzet sich, und begleitet die Hand in allen ihren

Bewegungen. Man kann daher wohl nicht zweifeln, dass er ein wahrer Schatten sey.

Um auszumitteln, von welcher Art die Farbe des Schattens, der jedes Licht von bestimmter Farbe begleitet sey, nahm Z. grosse farbige Glasscheiben und liess durch sie im Freien oder im hellen Zimmer die Sonnenstrahlen gegen eine weisse Fläche reflectiren, so dass diese die Färbung der Glasscheibe annahm. Wurde nun zwischen das Licht und die dasselbe reflectirende Fläche ein dunkler Körper gestellt, so bildet er einen Schatten. Da zeigte sich

im rothen Lichte	der Schatten	hellblau
— orangen	- - -	etwas dunkler blau
— gelben	- - -	blau, röthlichblau
— grünen	- - -	violett, purpurn
— hellblauen	- - -	roth
— dunkelblauen	- - -	orange
— violetten	- - -	grün.

Vergleicht man diese Farben mit denen im Newton'schen Farbenkreise, so überzeugt man sich, dass jede Farbe des Lichtes immer derjenigen gerade gegenüber steht, welche der von ihr erzeugte Schatten hat.

Trechsel *) unterscheidet die subjectiven farbigen Schatten von den objectiven. Als subjective nimmt er jene an, die auf einer eigenthümlichen Disposition des Sehorganes beruhen, welches durch den längern oder stärkern Eindruck einer Farbe die fernere Empfänglichkeit für dieselbe verliert. Die objectiven farbigen Schatten entstehen durch das in einen Schatten

*) Biblioth. univers. Mai 1826.

geleitete fremdartige Licht. Sie sind eigentlich Halbschatten. Nach diesen könnten farbige Schatten nicht durch ein Licht entstehen, allein es ist zu deren Entstehen nicht immer ein eigentlicher Schatten nothwendig, sondern es reicht dazu eine starke Differenz in der Beleuchtung zweier weisser Flächen hin.

Fähigkeit des Auges, sich verschieden entfernten Gegenständen anzupassen. Wiewohl viele ausgezeichnete Gelehrte den hier bezeichneten Gegenstand behandelt haben, so war man darüber doch noch völlig im Dunkeln, bis Brewster *) wenigstens über einige dahin gehörige Puncte Licht verbreitete. Er entschied durch bestimmte Versuche, dass die schon längst bekannte Verengung der Pupille, welche die Adjustirung des Auges für nahe Gegenstände begleitet, das deutliche Sehen nicht durch ein Verringern der Oeffnung, sondern durch eine andere dieselbe begleitende Veränderung hervorbringe, sondern dass das Vermögen, sich für nahe und entfernte Gegenstände gehörig einzurichten, zweifach sey, wovon eines vom Willen des Sehenden, das andere aber vom Lichtreitz abhängt und dass letzteres die nöthige Adjustirung des Auges bewirkt, wenn auch ersteres mangelt. Brewster meint nun die Behauptung aufstellen zu dürfen, dass die Fähigkeit des Auges, sich der Entfernung der Gegenstände anzupassen von den mit der Basis der Iris in Berührung stehenden Theilen erzeugt wird und dass diese Adjustirung, mittelst des Mechanismus an der Basis der Iris durch

*) Edinb. journal of science N. I. oder Poggendorffs Annalen II. Bd. S. 271.

Vergrösserung des Abstandes der Krystallinse von der Retina bewirkt werde.

Sehen unter Wasser. Schon der berühmte Huyghens hat sich die Frage aufgeworfen, ob man unter Wasser deutlich sehen kann, und sie aus theoretischen Gründen verneinend beantwortet. La Hire meinte dasselbe aus einem von ihm angestellten Versuche schliessen zu können. Munke,*) hat dieses von Neuem auf theoretischem Wege untersucht und Huyghens Behauptung bestätiget gefunden. Er substituirte in die gewöhnliche Formel, welche die Brechungsgesetze des Lichtes in Linsen enthält, die Werthe der Brechungsverhältnisse und Krümmungen, wie sie die genauesten Bestimmungen für das menschliche Auge angeben, und fand, dass die Vereinigungsweite der aus einer Entfernung von 10 Zoll aus Wasser auf die Hornhaut fallenden Lichtstrahlen, in so fern sie von der Wölbung der Cornea und dem Brechungsvermögen der wässerigen Flüssigkeit anhängt, negativ sey, d. i. dass diese Strahlen sich gar nicht vereinigen, woraus man sieht, dass die Krystalllinse die Vereinigung solcher Strahlen auf der Retina nicht bewerkstelligen kann. Um unter Wasser deutlich zu sehen, müsste selbst das gesunde Auge mit einer Loupe versehen seyn. Damit ist aber die Möglichkeit, einen Gegenstand, der im Wasser liegt und gegen den Grund absticht, wahrzunehmen, keineswegs geläugnet, es geschieht dieses aber nur vermög eines Lichtscheines, keineswegs vermög eines deutlichen Bildes im Auge

*) Poggendorffs Annalen. B. II. S. 257.

MATHEMATISCHE ABTHEILUNG.

I. Gesetze des Gleichgewichts, auf eine neue Art entwickelt, vom Professor Nörrenberg.

(Erste Fortsetzung)

Zerlegung der Kräfte nach drei beliebigen Richtungen, und allgemeinere Ausdrücke für die Bedingungen des Gleichgewichts.

31. Damit drei in dem Angriffspuncte der Kraft P angebrachte Kräfte Q, Q′, Q″, deren Richtungen mit den drei Geraden

$$x = az + \cdots \qquad x = a'z + \cdots \qquad x = a''z + \cdots$$
$$y = bz + \cdots \qquad y = b'z + \cdots \qquad y = b''z + \cdots$$

parallel sind, die Composanten von P seyn können, muss offenbar, wenn diese vier Kräfte parallel mit den Achsen x, y, z zerlegt werden, für jede dieser Achsen die Summe der Composanten von Q, Q′, Q″, der Composante von P gleich seyn. Da nun, wenn man

$$\sqrt{(a^2 + b^2 + 1)} = R$$
$$\sqrt{(a'^2 + b'^2 + 1)} = R'$$
$$\sqrt{(a''^2 + b''^2 + 1)} = R''$$

setzt,

$$\frac{a}{R}, \quad \frac{b}{R}, \quad \frac{1}{R};$$
$$\frac{a'}{R'}, \quad \frac{b'}{R'}, \quad \frac{1}{R'},$$

$$\frac{a''}{R''}, \quad \frac{b''}{R''}, \quad \frac{1}{R''}$$

die Cosinus der Winkel sind, welche die drei Geraden mit den Achsen der x, y, z machen, so hat man nach No. 28 u. 29 I. B. St. 4 für die Bestimmung der Kräfte Q, Q', Q'', folgende drei Gleichungen:

$$Q.\frac{a}{R} + Q'\frac{a'}{R'} + Q''\frac{a''}{R''} = P\cos\alpha,$$

$$Q.\frac{b}{R} + Q'.\frac{b'}{R'} + Q''.\frac{b''}{R''} = P\cos\beta,$$

$$Q.\frac{1}{R} + Q'.\frac{1}{R'} + Q''.\frac{1}{R''} = P\cos\gamma.$$

Man erhält hieraus, wenn man

$$a(b'-b'') - b(a'-a'') + a'b''-a''b' = S$$

setzt,

$$Q = \frac{P}{S}.\ R[\cos\alpha\ (b' - b'') - \cos\beta\ (a' - a'') + \cos\gamma\ (a'b'' - a''b')]$$

$$Q' = \frac{P}{S}.\ R'[\cos\alpha\ (b'' - b) - \cos\beta\ (a'' - a) + \cos\gamma\ (a''b - ab'')]$$

$$Q'' = \frac{P}{S}.\ R''[\cos\alpha\ (b - b') - \cos\beta\ (a - a') + \cos\gamma\ (ab' - a'b)]$$

Wenn $S = o$ wird, so reduciren sich diese Ausdrücke entweder auf $\frac{1}{o}$, oder auf $\frac{o}{o}$; im ersten Falle ist die verlangte Zerlegung unmöglich, und im zweiten unbestimmt.

32. Es sey

$$Ax + By + Cz + D = o$$

die Gleichung einer Ebene, so sind (Littrow S. 44)

$$Aa + Bb + C = o,$$
$$Aa' + Bb' + C = o,$$
$$Aa'' + Bb'' + C = o,$$

die Bedingungsgleichungen, dass die drei Geraden Nro. 31 mit dieser Ebene parallel sind. Eliminirt man A, B, C, so erhält man

$$(a - a')(b' - b'') - (a' - a'')(b - b') = o$$

oder reducirt,

$$a(b' - b'') - b(a' - a'') + a'b'' - a''b' = S = o$$

als Bedingungsgleichung, dass die drei Geraden mit irgend einer Ebene parallel sind.

33. Vergleicht man die in den Werthen von Q, Q′, Q″ mit

$$\frac{P}{S}.R, \quad \frac{P}{S}.R'', \quad \frac{P}{S}.R''$$

multiplicirten Ausdrücke mit der eben gefundenen Gleichung, und erinnert sich aus No. 22, dass

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\gamma} \qquad \frac{\cos\beta}{\cos\gamma}$$

die Richtung der Kraft P eben so bestimmen, wie a, b, a′, b′, a″, b″ die Richtungen der drei Geraden, so sieht man leicht, dass das Nullwerden dieser Ausdrücke die Bedingung ist, dass die Richtung der Kraft P und je zwei der drei Geraden mit irgend einer Ebene parallel sind.

Die Zerlegung einer Kraft P, parallel mit drei Geraden, ist also unbestimmt, wenn diese Geraden und die Richtung von P mit irgend einer Ebene parallel sind; unmöglich, wenn es nur die drei Geraden sind.

34. Zerlegt man sämmtliche an einem unveränderlichen Systeme angebrachten Kräfte P′, P″,..

parallel mit den drei Geraden No. 31, und bezeichnet die Summen der parallelen Composanten mit Q, Q', Q'', so hat man nach No. 31.

$$Q = \frac{R}{S}\,[(P'\cos\alpha' + P''\cos\alpha'' + ..)(b'-b'')$$
$$-(P'\cos\beta' + P''\cos\beta'' + ..)(a'-a'')$$
$$+(P'\cos\gamma' + P''\cos\gamma'' + ..)(a'b''-a''b')]$$

oder nach der in No. 25 eingeführten Bezeichnung

$$Q = \frac{R}{S}[X(b'-b'') - Y(a'-a'') + Z(a'b''-a''b')]$$

$$Q' = \frac{R'}{S}[X(b''-b) - Y(a''-a) + Z(a''b-ab'')]$$

$$Q'' = \frac{R''}{S}[X(b-b') - Y(a-a') + Z(ab'-a'b)]$$

und folglich, wenn für jede der Geraden die Summe der Composanten null ist;

$$X(b'-b'') - Y(a'-a'') + Z(a'b''-a''b') = 0,$$
$$X(b''-b) - Y(a''-a) + Z(a''b-ab'') = 0,$$
$$X(b-b') - Y(a-a') + Z(ab'-a'b) = 0,$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen erhält man

$$Z[a(b'-b'') - b(a'-a'') + a'b'' - a''b'] = 0$$

woraus vermöge No. 32, weil die drei Geraden nicht mit irgend einer Ebene parallel seyn dürfen, $Z = 0$ folgt.

Durch diesen Werth von z reduciren sich die drei vorletzten Gleichungen auf folgende zwei:

$$X(b'-b'') - Y(a'-a'') = 0,$$
$$Y(b-b') - Y(a-a') = 0;$$

aus welchen sich

$$X[(a-a')(b'-b'') - (a'-a'')(b-b')] = 0;$$
$$Y[(a-a')(b'-b'') - (a'-a'')(b-b')] = 0.$$

ableiten lässt. Da nun nach No. 32, vermöge der Voraussetzung, dass die drei Geraden nicht mit irgend einer Ebene parallel seyn sollen, die Coefficienten von X und Y nicht null sind, so hat man $X = o$ und $Y = o$.

Die drei ersten der sechs Gleichungen in No. 24 sind also befriedigt, wenn die Summe der Componsanten, parallel mit drei Geraden, die nicht mit irgend einer Ebene parallel sind, für jede dieser Geraden null ist.

35. Wenn die Summe der statischen Momente für drei, durch den Ursprung der Coordinaten gehende Achsen

$$x = az, \quad x = a'z, \quad x = a''z,$$
$$y = bz, \quad y = b'z; \quad y = b''z$$

null ist, so hat man nach No. 26, und der in No. 31 gebrauchten Bezeichnungsart,

$$L. \frac{a}{R} + M. \frac{b}{R} + N. \frac{1}{R} = o:$$
$$L. \frac{a'}{R'} + M. \frac{b'}{R'} + N. \frac{1}{R'} = o;$$
$$L. \frac{a''}{R''} + M. \frac{b''}{R''} + N. \frac{1}{R''} = o;$$

woraus

$$L[(a - a')(b' - b'') - (a' - a'')(b - b')] = o;$$
$$M[(a - a')(b' - b'') - (a' - a'')(b - b')] = o$$

folgt. Da nun, wenn die drei Achsen nicht in einer Ebene liegen, nach No. 32 die Coefficienten von L und M nicht null sind, so hat man $L = o$, $M = o$, und folglich, vermöge der vorhergehenden Gleichungen auch $N = o$.

Die drei letzten der sechs Gleichungen in No.

24 sind also befriedigt, wenn die Summe der statischen Momente für jede von drei Achsen null ist, welche durch den Ursprung der Coordinaten gehen und nicht in einer Ebene liegen.

36. Da aber die Gleichung, A. No. 25, unabhängig von l, m, n wird, wenn man $X = o$, $Y = o$, $Z = o$ hat, so ist klar, dass in diesem Falle die Summe der statischen Momente für alle parallele Achsen gleich ist, und dass sich also die Bedingungen für das Gleichgewicht eines freien unveränderlichen Systems auch auf folgende Art ausdrücken lassen:

Ein freies unveränderliches System ist im Gleichgewichte, wenn erstens, die Summe der Composanten, parallel mit drei Geraden, die nicht mit irgend einer Ebene parallel sind, für jede dieser Geraden, und zweitens, die Summe der statischen Momente für jede von drei Achsen, die ebenfalls nicht mit irgend einer Ebene parallel seyn dürfen, null ist.

37. Wenn die Gleichung A, No. 25, auf folgende Art geordnet wird:

$$\begin{aligned} &(L - Yn + Zm) \cos \lambda \\ + &(M - Zl + Xn) \cos \mu \\ + &(N - Xm + Yl) \cos \nu = o, \end{aligned}$$

so ist klar, dass dieselbe nur dann für jede durch den Punct l, m, n gehende Achse befriedigt ist, wenn man

$$\begin{aligned} L - Yn + Zm &= o \\ M - Zl + Xn &= o \\ N - Xm + Yl &= o \end{aligned}$$

hat. Diese drei Gleichungen drücken also die Bedingungen aus, welche erfüllt werden müssen, wenn das System mit Hülfe eines unbeweglichen Punctes,

l, m, n, mit dem es fest verbunden ist, im Gleichgewichte seyn soll.

38. Ist das System um jeden der drei Puncte l, m, n; l′, m′, n′; l″, m″, n″ im Gleichgewichte, so hat man ausser den drei letzten Gleichungen noch folgende:

$$L - Yn' + Zm' = o;$$
$$M - Zl' + Xn' = o;$$
$$N - Xm' + Yl' = o:$$

$$L - Yn'' + Zm'' = o;$$
$$M - Zl'' + Xn'' = o;$$
$$N - Xm'' + Yl'' = o;$$

Aus diesen Gleichungen erhält man zunächst

$$X(n - n') - Z(l - l') = o;$$
$$X(n' - n'') - Z(l' - l'') = o;$$

$$Y(n - n') - Z(m - m') = o;$$
$$Y(n' - n'') - Z(m' - m'') = o;$$

und hieraus

$$X[(l - l')(n' - n'') - (l' - l'')(n - n')] = o;$$
$$Z[(l - l')(n' - n'') - (l' - l'')(n - n')] = o;$$
$$Y[(m - m')(n' - n'') - (m' - m'')(n - n')] = o$$
$$Z[(m - m')(n' - n'') - (m' - m'')(n - n')] = o;$$

39. Da nun die Gleichungen der Geraden, welche durch die zwei Puncte l′, m′, n′; l″, m″, n″ geht,

$$(x - l')(n' - n'') - (l' - l'')(z - n') = o,$$
$$(y - m')(n' - n'') - (m' - m'')(z - n') = o.$$

sind, (Littrow S. 31), woraus, wenn auch noch der Punct l, m, n in dieser Geraden liegen soll,

$$(l - l')(n' - n'') - (l' - l'')(n - n') = o,$$
$$(m - m')(n' - n'') - (m' - m'')(n - n') = o,$$

folgt, so hat man für den Fall, dass die drei Puncte nicht in einer Geraden liegen,

$$X = o, \quad Y = o, \quad Z = o,$$

und folglich auch vermöge der vorhergehenden Gleichungen,

$$L = o, \quad M = o, \quad N = o.$$

Wenn also ein unveränderliches System um jeden von drei Puncten, die nicht in einer Geraden liegen, im Gleichgewichte ist, so ist es auch noch im Gleichgewichte, wenn es frei wird.

40. Zu diesem Satze gelangt man übrigens auch durch folgende ganz einfache Betrachtung.

Wenn ein System mit Hülfe eines unbeweglichen Punctes im Gleichgewichte ist, so muss die Richtung der Resultante sämmtlicher Kräfte durch diesen Punct gehen. Alsdann ist aber auch das System um einen beliebigen zweiten Punct, der in dieser Richtung liegt, im Gleichgewichte. Da nun diese Resultante um jeden dritten Punct, der sich nicht in ihrer Richtung befindet, eine Drehung hervorbringen müsste, wenn die beiden ersten Puncte frei würden; so ist klar, dass wenn der Voraussetzung gemäss, diese Drehung nicht erfolgen soll, die Resultante null seyn muss.

Bestimmung der zum Gleichgewichte eines freien unveränderlichen Systems erforderlichen Kräfte, wenn dasselbe nicht im Gleichgewichte ist.

41. Wenn die an einem, nicht im Gleichgewichte befindlichen Systeme angebrachten Kräfte P', P'', .. mit ihren Richtungen und Angriffspuncten gegeben sind, so hat man für die Bestimmung der Grösse, der

Richtung und des Angriffspunctes einer noch zu dem Gleichgewichte des Systems erforderlichen Kraft P folgende Gleichungen:

$$P\cos\alpha + X = 0;$$
$$P\cos\beta + Y = 0;$$
$$P\cos\gamma + Z = 0; \qquad \text{(C)}$$
$$P(z\cos\beta - y\cos\gamma) + L = 0;$$
$$P(x\cos\gamma - z\cos\alpha) + M = 0;$$
$$P(y\cos\alpha - x\cos\beta) + N = 0.$$

Aus den drei ersten folgt

$$P\cos\alpha = -X$$
$$P\cos\beta = -Y$$
$$P\cos\gamma = -Z$$

und hieraus

$$P = \sqrt{(X^2 + Y^2 + Z^2)} \qquad \text{(D)}$$
$$\cos\alpha = -\frac{X}{P}$$
$$\cos\beta = -\frac{Y}{P} \qquad \text{(E)}$$
$$\cos\gamma = -\frac{Z}{P}$$

42. Setzt man diese Werthe von $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ in die drei letzten von den sechs Gleichungen (C), so erhält man für die Bestimmung der Coordinaten des Angriffspunctes x, y, z, folgende Gleichungen:

$$L - Yz + Zy = 0;$$
$$M - Zx + Xz = 0; \qquad \text{(F)}$$
$$N - Xy + Yz = 0.$$

43. Wenn man diese Gleichungen der Ordnung nach mit X, Y, Z multiplicirt, so erhält man

$$LX - XYz + XZy = o;$$
$$MY - YZx + XYz = o;$$
$$NZ - XZy + XZx = o,$$

und hieraus durch Addition,

$$LX + MY + NZ = o, \qquad (G)$$

eine Bedingungsgleichung, welcher die gegebenen Grössen L, X, M, . . genügen müssen, wenn die Gleichungen (C) zugleich Statt finden sollen.

Wenn also diese Bedingungsgleichung nicht befriedigt ist, so kann auch das gegebene System nicht durch eine einzige Kraft ins Gleichgewicht gesetzt werden.

44. Beispiel. Wenn an einem Systeme nur zwei Kräfte P', P'' angebracht sind, so kann man den Angriffspunct von P'' zum Ursprunge der Coordinaten, die Richtung von P'' zur Achse der x, und die durch den Angriffspunct von P' und die Richtung von P'' gehende Ebene zur Ebene der xy annehmen.

Dadurch wird

$$x'' = o,\ y'' = o,\ z'' = o;$$
$$\alpha'' = o,\ \beta'' = \frac{\pi}{2},\ \gamma'' = \frac{\pi}{2};$$
$$z' = o;$$

und man hat

$$X = P'\cos\alpha' + P'';$$
$$Y = P'\cos\beta'$$
$$Z = P'\cos\gamma';$$
$$L = P'(-y'\cos\gamma');$$
$$M = P'x'\cos\gamma';$$
$$N = P'(y'\cos\alpha' - x'\cos\beta');$$

woraus

$$LX + MY + NZ = - P'P''y'\cos\gamma'$$

folgt. Die Bedingungsgleichung (G) ist also hier nur dann befriedigt, wenn entweder $y' = 0$, oder $\cos \gamma' = 0$ ist; in beiden Fällen liegen aber die Richtungen von P' und P'' in einer Ebene.

Man sieht hieraus, dass zwei Kräfte, deren Richtungen nicht in einer Ebene liegen, sich nicht durch eine einzige Kraft ins Gleichgewicht setzen lassen.

45. Es gibt einen Fall, in welchem die Gleichung (G) befriedigt ist und dennoch die sechs Gleichungen (C) nicht zugleich Statt finden können; nähmlich wenn

$$X = 0,\ Y = 0,\ Z = 0,$$

und nicht auch zugleich

$$L = 0,\ M = 0,\ N = 0$$

ist. In diesem Falle lässt sich also das System ebenfalls nicht durch eine einzige Kraft P ins Gleichgewicht setzen.

46. Beispiel. Wenn an einem Systeme zwei gleiche, parallele Kräfte P' P'' nach entgegengesetzten Richtungen wirken, und man nimmt den Angriffspunct von P' zum Ursprunge der Coordinaten, die Richtung von P' zur Achse der x, und die durch die Richtungen beider Kräfte gehende Ebene zur Ebene der xy, so hat man

$$x' = 0,\ y' = 0,\ z' = 0;$$
$$\alpha' = 0,\ \beta' = \frac{\pi}{2},\ \gamma' = \frac{\pi}{2};$$
$$z'' = 0;$$
$$\alpha'' = \pi,\ \beta'' = \frac{\pi}{2},\ \gamma'' = \frac{\pi}{2},$$

und folglich

$$X = 0,\ Y = 0,\ Z = 0;$$
$$L = 0,\ M = 0,\ N = -Z''\, y''.$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen (C,)

so geben die drei ersten, weil $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ nicht zugleich null seyn können, $P = o$, und die sechste reducirt sich hierdurch auf

$$- P'' y'' = o.$$

Da diese Gleichung nur durch $y'' = o$ befriedigt werden kann, in welchem Falle die Richtungen der beiden Kräfte einander gerade entgegengesetzt und also die Kräfte schon von selbst im Gleichgewichte sind, so sieht man, dass zwei parallele, gleiche, nach entgegengesetzten Richtungen wirkende Kräfte, durch keine dritte Kraft ins Gleichgewicht gesetzt werden können.

47. Wenn die Gleichung (G) als befriedigt vorausgesetzt wird, so ist jede der drei Gleichungen (F) eine Folge der beiden andern, und man hat also für die Bestimmung der drei Coordinaten x, y, z des Angriffspunctes von P, nur zwei verschiedene Gleichungen. Da diese Gleichungen eine Gerade bestimmen und folglich durch die Coordinaten eines jeden Punctes derselben befriedigt werden, so kann auch jeder Punct derselben als Angriffspunct gelten.

48. Es seyen a, b, c die Coordinaten eines als Angriffspunct der Kraft P angenommenen Punctes dieser Geraden, so hat man, weil sie den Gleichungen derselben

$$L - Yz + Zy = o,$$
$$M - Zx + Yz = o,$$

genügen müssen,

$$L - Yc + Zb = o,$$
$$M - Za + Xc = o.$$

Eliminirt man zwischen diesen vier Gleichungen die Grössen L und M, so erhält man

$$Z(x-a) - X(z-c) = o,$$
$$Z(y-b) - Y(z-c) = o$$

als die Gleichungen der nämlichen Geraden.

Da nun die Gleichungen für die Richtung von P, weil sie durch den Angriffspunct a, b, c geht,

$$(x-a)\cos\gamma - (z-c)\cos\alpha = o,$$
$$(y-b)\cos\gamma - (z-c)\cos\beta = o,$$

oder statt $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ die gefundenen Werthe (E) gesetzt,

$$Z(x-a) - X(z-c) = o;$$
$$Z(y-b) - Y(z-c) = o;$$

also einerlei mit den Gleichungen sind, welche so eben für die Gerade gefunden wurden, worin jeder Punct zum Angriffspuncte von P genommen werden kann, so sieht man, dass diese Gerade mit der Richtung von P zusammenfällt.

49. Beispiel. Es seyen zwei Kräfte P′, P″, deren Richtungen in einer Ebene liegen und nicht parallel sind, durch eine Kraft P ins Gleichgewicht zu bringen.

Man nehme die Ebene, worin die Richtungen der Kräfte liegen, zur Ebene der xy; den Angriffspunct von P″ zum Ursprunge der Coordinaten, und die Richtung von P″ zur Achse der x; so hat man

$$x'' = o,\ y'' = o,\ z'' = o;$$

$$\alpha'' = o,\ \beta'' = \frac{\pi}{2},\ \gamma'' = \frac{\pi}{2};$$

$$z' = o,\quad \gamma' = \frac{\pi}{2};$$

folglich

$$X = P'\cos\alpha' + P'';$$
$$Y = P'\cos\beta';$$
$$Z = o;$$
$$L = o;$$
$$M = o;$$
$$N = P'(y'\cos\alpha' - x'\cos\beta').$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen (D), (E) und (F), so erhält man

$$P = \sqrt{(P'^2 + P''^2 + 2 P' P'' \cos\alpha')};$$

$$\cos\alpha = -\frac{P' \cos\alpha' + P''}{P};$$

$$\cos\beta = -\frac{P' \cos\beta'}{P};$$

$$\cos\gamma = 0;$$

$$z = 0;$$

$$P'(y' \cos\alpha' - x' \cos\beta') - (P' \cos\alpha' + P'')\, y + P' \cos\beta' \, x = 0.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen, welche nach Nr. 47 und 48 als die Gleichungen der Richtung von P angesehen werden können, sieht man, was auch von selbst klar ist, dass diese Richtung in der Ebene der xy, und also mit den Richtungen von P′ und P″ in einer Ebene liegt.

50. Aus der letzten Gleichung erhält man, indem man $y = 0$ setzt, für den Durchschnittspunct der Richtungen von P und P″,

$$x = x' - y' \frac{\cos\alpha'}{\cos\beta'}$$

Da man nun aus der Gleichung

$$(y - y') \cos\alpha' - (x - x') \cos\beta' = 0,$$

welches die eine von den Gleichungen für die Richtung von P, ist, das nämliche für den Durchschnittspunct der Richtungen von P′ und P″ erhält, so sieht man, dass sich die Richtungen der drei Kräfte P, P′, P″ in einem Puncte schneiden.

51. Nimmt man diesen Durchschnittspunct zum gemeinschaftlichen Angriffspuncte, so führt die geometrische Construction der Ausdrücke

$$P = \sqrt{(P'^2 + P''^2 + 2\,P'P''\cos\alpha')},$$

$$\cos\alpha = -\frac{P'\cos\alpha' + P''}{P},$$

indem man nämlich die Intensitäten der Kräfte durch proportionale Linien ausdrückt, die man vom Angriffspuncte aus auf ihre Richtungen trägt, zu dem so genannten Parallelogramme der Kräfte, worunter man den Satz versteht, dass die Resultante zweier Kräfte, so wohl der Grösse als der Richtung nach, durch die Diagonale des durch die Grösse und Richtung der Composanten bestimmten Parallelogramms vorgestellt wird.

52. Wenn zwei Kräfte P, P_1 nöthig sind, das gegebene System ins Gleichgewicht zu bringen, so hat man die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
&P\cos\alpha + P_1\cos\alpha_1 + X = 0;\\
&P\cos\beta + P_1\cos\beta_1 + Y = 0;\\
&P\cos\gamma + P_1\cos\gamma_1 + Z = 0;\\
&P(z\cos\beta - y\cos\gamma) + P_1(z_1\cos\beta_1 - y_1\cos\gamma_1) + L = 0,\\
&P(x\cos\gamma - z\cos\alpha) + P_1(x_1\cos\gamma_1 - z_1\cos\alpha_1) + M = 0,\\
&P(y\cos\alpha - x\cos\beta) + P_1(y_1\cos\alpha_1 - x_1\cos\beta_1) + N = 0
\end{aligned}\right\}\ (H)$$

für das Gleichgewicht, und als Bedingungsgleichung, dass diese Statt finden können,

$$\begin{aligned}
&[L + P_1(z_1\cos\beta_1 - y_1\cos\gamma_1)]\,(X + P_1\cos\alpha_1)\\
+&[M + P_1(x_1\cos\gamma_1 - z_1\cos\alpha_1)]\,(Y + P_1\cos\beta_1)\\
+&[N + P_1(y_1\cos\alpha_1 - x_1\cos\beta_1)]\,(Z + P_1\cos\gamma_1) = 0,
\end{aligned}$$

oder entwickelt und reducirt,

$$\left.\begin{aligned}
&LX + MY + NZ\\
&+P_1[L\cos\alpha_1 + X(z_1\cos\beta_1 - y_1\cos\gamma_1)\\
&\quad + M\cos\beta_1 + Y(x_1\cos\gamma_1 - z_1\cos\alpha_1)\\
&\quad + N\cos\gamma_1 + Z(y_1\cos\alpha_1 - x_1\cos\beta_1)] = 0.
\end{aligned}\right\}\ (I)$$

53. Wenn nun P_1, α_1, β_1, x_1, y_1, z_1 so ange-

nommen werden, dass diese Gleichung befriedigt wird, welches für jeden besondern Fall auf mannigfaltige Art geschehen kann, so erhält man aus den Gleichungen (H) folgende Gleichungen für die Bestimmung von P, α, β, γ, x, y, z.

$$P = \sqrt{[X^2 + Y^2 + Z^2 + P_1^2 + 2P_1(X\cos\alpha_1 + Y\cos\beta_1 + Z\cos\gamma_1)]}; \quad (K)$$

$$\cos\alpha = -\frac{X + P_1 \cos\alpha_1}{P};$$

$$\cos\beta = -\frac{Y + P_1 \cos\beta_1}{P};$$

$$\cos\gamma = -\frac{Z + P_1 \cos\gamma_1}{P};$$

$$\begin{aligned} &L + P_1(z_1\cos\beta_1 - y_1\cos\gamma_1) \\ &\quad -(Y + P_1\cos\beta_1)z + (Z + P_1\cos\gamma_1)y = 0; \\ &M + P_1(x_1\cos\gamma_1 - z_1\cos\alpha_1) \qquad (M) \\ &\quad -(Z + P_1\cos\gamma_1)x + (X + P_1\cos\alpha_1)z = 0; \\ &N + P_1(y_1\cos\alpha_1 - x_1\cos\beta_1) \\ &\quad -(X + P_1\cos\alpha_1)y + (Y + P_1\cos\beta_1)x = 0. \end{aligned}$$

54. **Beispiel.** Es sey ein gegebenes System, für welches weder $LX + MZ + NZ = 0$, noch $N = 0$ ist, durch zwei Kräfte P und P_1 ins Gleichgewicht zu setzen, mit der Bedingung, dass P_1 im Ursprunge der Coordinaten nach der Richtung der Achse der z angebracht werden soll, so hat man

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = 0,$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \beta_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \gamma_1 = 0;$$

und die Gleichungen (I), (K), (L), (M) geben

$$P_1 = -\frac{1}{N}(LX + MY + NZ);$$

$$P = \sqrt{[X^2 + Y^2 + (Z + P_1)^2]};$$

$$\cos\alpha = -\frac{X}{P};$$

$$\cos\beta = -\frac{Y}{P};$$

$$\cos\gamma = -\frac{Z + P_1}{P};$$

$$L - Yz + (Z + P_1)\ y = o;$$
$$M + Xz - (Z + P_1)\ x = o;$$
$$N - Xy + Yx = o.$$

II. Neue Ansicht des unendlich Kleinen und Anwendung derselben in der Theorie der Berührung der Linien und Flächen, von Cauchy.

(Aus den Exercices de Mathématiques, pp. 145, 177 frei übertragen).

A. Von den verschiedenen Ordnungen der unendlich kleinen *) Grössen.

1.

Bei einigen Untersuchungen, welche mit der Infinitesimalrechnung in Verbindung stehen, namentlich

---

*) Keine Grösse ist unendlich klein, in der mathematischen Bedeutung des Wortes, denn eine Grösse mag noch so klein seyn, so lässt sich immer eine noch kleinere denken. Auch die Nulle ist nicht als eine unendlich kleine Grösse zu betrachten, da ihr durchaus keine Grösse zukommt. Eine fortwährend abnehmende Grösse wird nur unendlich klein, wenn sie bei ihrem Abnehmen Werthe anzunehmen vermag, oder nach und nach wirklich annimmt, welche kleiner sind, als jede beliebige

in der Lehre von der Berührung der Linien und Flächen, ist es nützlich, nicht bloss, wie es gewöhnlich geschieht, unendlich kleine Grössen der ersten, zweiten, dritten Ordnung u. s. w., sondern auch solche zu betrachten, deren Ordnungszahlen gebrochen oder gar irrational sind. Obgleich es bei dem ersten Anblicke schwierig scheinen dürfte, sich einen deutlichen Begriff von derlei unendlich kleinen Grössen zu verschaffen; so geht diess doch sehr leicht an, wenn man die Sache, wie es im Folgenden geschehen wird, aus einem allgemeinen Standpuncte in das Auge fasst.

2.

Es sey i eine unendlich kleine, der Bildung anderer zum Grunde liegende Grösse; f(i) eine der Grössen aus dem Systeme dessen Basis i ist: so soll f(i) ein unendlich Kleines der Ordnung a heissen, wenn der Quotient

$$\frac{f(i)}{i^r}$$

so beschaffen ist, dass er für alle Werthe von r, welche kleiner als a sind, verschwindet, und für alle Werthe von r, welche a übertreffen, unendlich gross ausfällt*).

noch so kleine Grösse. Die Nulle ist demnach die Grenze der unendlichen klein werdenden Grössen, welcher dieselben so nahe kommen können, als man will. Wenn daher die Analysten gerade zu „von unendlich kleinen Grössen" sprechen, so ist diess nur ein abgekürzter Ausdruck.

*) Oder vielmehr, wenn der genannte Quotient bei dem unendlichen Abnehmen von i für $r < a$ unendlich klein wird, und für $r > a$ unendlich wächst.

3.

Hieraus folgt sogleich, dass in der geometrischen Progression

$$f(i)\,,\ \frac{f(i)}{i}\,,\ \frac{f(i)}{i^2}\,,\ \frac{f(i)}{i^3}\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.$$

das Glied, in welchem der Exponent von i der Zahl a, oder wenn a keinen ganzen Werth besitzt, der grösseren der beiden unmittelbar auf einander folgenden ganzen Zahlen, zwischen denen a liegt, gleichkommt, das erste ist, welches bei dem unendlichen Abnehmen von i nicht verschwindet; woraus sich denn, wenn man f(i) nach den Potenzen von i entwickelt, weiter ergibt, dass in der Reihe

$$f(i)\,,\ \frac{d\,f(i)}{di}\,,\ \frac{d^2\,f(i)}{di^2}\,,\ \frac{d^3\,f(i)}{di^3}\,,\,.\,.\,.\,.\,.\,.$$

der dem so eben genannten Gliede der Stelle nach correspondirende Differenzial-Quotient der erste ist, welcher für ein unendlich kleines i nicht ebenfalls unendlich klein wird.

4.

Was den Quotienten $\frac{f(i)}{i^a}$ selbst betrifft, so kann er bei den obigen Voraussetzungen, bald einer von der Nulle verschiedenen endlichen Grenze sich nähern, bald unendlich klein werden, und bald wieder unendlich wachsen. So sind z. B.

$$i^a e^i\,,\ \frac{i^a e^i}{li}\,,\ .\,i^a e^i\, li$$

drei unendlich kleine Grössen von der Ordnung a;

den Quotienten, welche dieselben nach verrichteter Division durch a^n darbieten, nämlich

$$e^i\,,\quad \frac{e^i}{li}\,,\quad e^i li\,,$$

entsprechen die Grenzen

$$1\,,\quad 0\,.\quad \frac{1}{0}$$

5.

Es seyen nun f(i), F(i) zwei auf die Basis i sich beziehende unendlich kleine Grössen von den Ordnungen a, b; ferner sey $a < b$, so wird, wenn r zwischen a und b fällt. $\frac{f(i)}{i^r}$ bei dem unendlichen Abnehmen von i unendlich klein und $\frac{F(i)}{i^r}$ unendlich gross, woraus erhellet, dass der Quotient

$$\frac{F(i)}{f(i)}$$

die Nulle zur Grenze hat. Diess kann aber nicht Statt finden, wenn nicht bei den kleinsten Werthen von i, f(i), stets die Grösse F(i) übertrifft.

Von zwei auf dieselbe Grundgrösse sich beziehenden unendlich abnehmenden Grössen verschiedener Ordnungen erhält also diejenige, welcher die höhere Ordnungszahl zukommt, zuletzt fortwährend die kleineren Werthe.

6.

Unter denselben Voraussetzungen wird offenbar die Summe

$$\frac{f(i)}{i^r} + \frac{F(i)}{i^r} = \frac{f(i) + F(i)}{i^r}$$

unendlich klein, oder unendlich gross; je nachdem $r \lessdot a$ oder $r \gtrdot a$ ist, und daher ist $f(i) + F(i)$ ein unendlich Kleines der Ordnung a. Dasselbe kann von der Summe gesagt werden, welche sich ergibt, wenn man zu $f(i)$ mehrere unendlich kleine Grössen höherer Ordnungen addirt.

Der Ordnungsexponent der Summe mehrerer zu demselben Systeme gehörender unendlich kleinen Grössen kommt daher immer dem kleinsten Ordnungsexponenten dieser Grössen gleich.

7.

Sind ferner $f(i)$, $F(i)$, wie oben, unendlich kleine Grössen von den Ordnungen a, b, so werden die Quotienten

$$\frac{f(i)}{i^r}, \quad \frac{F(i)}{i^s}$$

unendlich klein oder unendlich gross, je nachdem man

$r \lessdot a$ und $s \lessdot b$ oder $r \gtrdot a$ und $s \gtrdot b$

annimmt; ein Gleiches gilt daher auch von dem Producte dieser Quotienten, nämlich von

$$\frac{f(i) \cdot F(i)}{i^{r+s}}$$

für $r+s \lessdot a+b$ und $r+s \gtrdot a+b$. Es ist also $f(i) \cdot F(i)$ ein unendlich Kleines von der Ordnung $a+b$ und somit besteht folgender Satz:

Der Ordnungsexponent des Productes zweier unendlich kleiner Grössen desselben Systems ist der Summe der Ordnungszahlen der Factoren gleich.

Man wird denselben ohne Mühe auch auf ein Product mehrerer unendlich kleiner Grössen ausdehnen.

8.

Es sey $f(i) = I$ im Systeme dessen Basis i ist eine unendlich kleine Grösse von der Ordnung a; aus ihr entspringe eine andere unendlich kleine Grösse $F(I)$, welcher in dem auf die Basis I gegründeten Systeme die Ordnungszahl b zukomme, so werden die Quotienten

$$\frac{f(i)}{i^r}, \quad \frac{F(I)}{I^s}$$

gleich Null oder unendlich gross, je nachdem $r \lessdot a$, $s \lessdot b$ oder $r \gtrdot a$, $s \gtrdot b$ ist. Dasselbe findet daher bei dem Producte

$$\left(\frac{f(i)}{i^r}\right)^s \frac{F(I)}{I^s} = \frac{F(I)}{i^{rs}} = \frac{F(f(i))}{i^{rs}}$$

in Bezug auf die Annahme $rs \lessdot ab$ und $rs \gtrdot ab$ Statt, und desshalb ist $F(f(i))$ hinsichtlich der Basis i ein unendlich Kleines von der Ordnung ab.

Wird daher aus einer unendlich kleinen Grösse als Basis eine andere unendlich kleine Grösse gebildet, so muss man die Ordnungszahl der letzteren mit jener der ersteren multipliciren, um die Ordnung zu erhalten, welche der letzteren Grösse in dem Systeme, zu welchem die erstere gehört, zukommt.

9.

Aus diesem Satze erhellet

Erstens: dass das Verhältniss der Ordnungszah-

len zweier zu demselben Systeme gehörender unendlich kleinen Grössen durch Uebertragung dieser Grössen in ein anderes System keine Aenderung erleidet.

Zweitens: dass der Quotient, welchen die Ordnungszahl einer unendlich kleinen Grösse durch jene einer zweiten getheilt darbietet, die Ordnung ausdrückt, welche die erste Grösse in dem auf die zweite als Basis gegründeten System einnimmt.

Drittens: dass, wenn f(i) in Bezug auf die Basis i ein unendlich Kleines von der Ordnung a ist, umgekehrt i in Bezug auf die Basis f(i) als ein unendlich Kleines von der Ordnung $\frac{1}{a}$ betrachtet werden muss.

Viertens: dass die Ordnungszahl einer unendlich kleinen Grösse nicht geändert wird, wenn man ihre Basis gegen eine in dem auf diese Basis sich beziehenden Systeme enthaltene unendlich kleine Grösse der ersten Ordnung vertauscht.

B. Ueber die verschiedenen Ordnungen der Berührung der Linien und der Flächen.

10.

Die Theorie der Berührung der Linien und der Flächen hat durch Lagrange eine neue Grundlage erhalten. Er zeigte, dass zwischen zwei in einem Puncte (P) sich begegnenden ebenen Curven, deren auf die rechtwinkligen Coordinaten x, y sich beziehende Gleichungen für das dem Puncte (P) gehörende x nicht nur allein dasselbe y, sondern auch überdiess einerlei $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$, ... $\frac{d^ny}{dx^n}$

geben, durch diesen Punct (P) keine dritte Curve geführt werden kann, wofern nicht alle genannten Grössen auch mittelst der Gleichungen dieser letzteren Curve hinsichtlich des Punctes (P) beziehungsweise die nämlichen Werthe erhalten. Wird die so eben ausgesprochene Bedingung nicht erfüllt, so liegen sich die zwei ersten Curven in der Gegend des Punctes (P) näher, als ihnen die dritte kommt. Durch diese Betrachtungen sucht Lagrange den Begriff eines grösseren oder geringeren Grades der Berührung zweier Curven festzusetzen, worunter man sich, der gewöhnlichen Ansicht der Differenzialrechnung zufolge, ein Zusammenfallen mehrerer oder wenigerer Elemente die Curven vorstellt, obschon streng genommen, jede zwei an irgend eine Stelle wie immer in Berührung stehende Curven sich dort nur in einen einzigen Puncte begegnen. In der Theorie dieses Analysten wird die Ordnung die Berührung zweier ebenen Curven durch die Anzahl der unmittelbar auf einander folgenden Glieder der Reihe

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \ldots\ldots\ldots$$

bestimmt, welche für beide Curven in Bezug auf den Berührungspunct übereinstimmende Werthe annehmen. Lagrange dehnt seine Theorie auch auf Curven von doppelter Krümmung und auf krumme Flächen aus. Er misst den Grad der Berührung zweier Curven im Raume, deren jede durch zwei Gleichungen zwischen drei rechtwinkligen Coordinaten x, y, z vorgestellt wird, durch die Anzahl der aufeinander folgenden Glieder der Reihen

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \ldots\ldots$$

$$\frac{dz}{dx}, \frac{d^2z}{dx^2}, \frac{d^3z}{dx^3}, \ldots\ldots$$

welche in Bezug auf den Berührungspunct ihre Werthe nicht ändern, wenn man eine dieser Curven an die Stelle der anderen treten lässt, und behauptet, dass es nicht möglich sey, zwischen zwei in einer Berührung der nten Ordnung stehenden Curven an der ihnen gemeinschaftlichen Stelle eine dritte Curve zu verzeichnen, welcher hinsichtlich der beiden andern ein niedrigerer Grad der Berührung zukommt. Eben so richtet sich die Ordnung der Berührung zweier Flächen nach der Ordnung der in den letzten Gliedern der Reihe

$$\frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}; \frac{d^2z}{dx^2}, \frac{d^2z}{dxdy}, \frac{d^2z}{dy^2}; \frac{d^3z}{dx^3}, \frac{d^3z}{dx^2dy}, \frac{d^3z}{dxdy^2}, \frac{d^3z}{d^3y};$$

etc. erscheinenden Differenzialien von z, vorausgesetzt, dass man diese Reihe sogleich abbricht, wenn man auf eine Folge gleichnamiger Differenzialquotienten stösst, deren auf den Berührungspunct bezogene Werthe nicht sämmtlich dieselben bleiben, indem man eine der genannten Flächen der anderen substituirt, und auch hier wird als characteristisches Merkmal der Berührung der nten Ordnung zweier Flächen die Unmöglichkeit aufgestellt, zwischen dieselben durch den Berührungspunct eine dritte Fläche zu legen, welche mit den ersteren nicht in einer Berührung der nten oder einer höheren Ordnung steht.

11.

Obschon die Theorie, welche wir so eben erwähnt

haben, den Vortheil besitzt, im Allgemeinen eine deutliche Vorstellung von den verschiedenen Graden der Berührung zweier ebenen Curven zu geben, so dürfte sie doch, was Strenge und Präcision betrifft, Einiges zu wünschen übrig lassen. Erstlich gründet sie die Erklärung der Ordnung der Berührung zweier Linien oder zweier Flächen auf die Beschaffenheit von Grössen, die dem Einflusse des gewählten Coordinatensystems unterliegen, während doch diese Ordnung einzig und allein durch die Natur beider Curven oder Flächen selbst bedingt wird. In der That wird die grössere oder geringere Annäherung zweier sich berührenden Curven in diesem Systeme mit Hülfe der Länge der Verbindungslinie zweier von dem Berührungspuncte nicht stets gleichweit entfernter, sondern mit der Lage der Achsen der Coordinaten zugleich ihre Stellen wechselnder Puncte beurtheilt. Ferner möchte es wohl schwer seyn, zu sagen, was man sich, wenn von einander berührenden Linien doppelter Krümmung die Rede ist, unter einer Curve, welche zwischen denselben liegt, oder nicht liegt, denken soll. Eine ähnliche Schwierigkeit findet bei krummen Flächen Statt. Um dieselbe deutlich einzusehen, betrachte man die zwei Flächen deren Gleichungen

$$z = -x^4 - y^4 \text{ und } z = x^4 + y^4$$

sind. Diese Flächen berühren sich im Anfangspuncte der Coordinaten und zwar gehört ihre Berührung daselbst zur dritten Ordnung; die durch die Gleichung

$$z = x^2$$

vorgestellte cylindrische Fläche steht mit ihnen bloss in einer Berührung der ersten Ordnung. Daher sollte, den oben angeführten Lehren gemäss, die letztere Flä-

che zwischen den ersteren nicht hindurch gehen. Allein diess geschieht dennoch wenigstens in der Nähe der Achse der y und namentlich bei den auf dieser Achse selbst befindlichen Puncten der cylindrischen Fläche. Diese Puncte liegen nämlich zwischen den zwei Curven, in welchen die ersteren Flächen von der Ebene yz geschnitten werden, und denen die Gleichungen

$$z = -y^4, \quad z = y^4$$

entsprechen. Endlich lässt sich die Ordnung der Berührung zweier Curven oder Flächen auf dem oben angedeuteten Wege nicht ausmitteln, wenn der Winkel, welchen die gemeinschaftliche Tangente der Curven mit der Achse der x, oder die gemeinschaftliche Berührungsebene der Flächen mit der Ebene xy bildet, ein Rechter ist. Es seyen z. B. die drei durch die Gleichungen

$$x = y^2, \quad x = y^4, \quad x = y^6$$

vorgestellten Curven mit einander zu vergleichen. Sie berühren sich wechselseitig und haben die Achse der y zur gemeinschaftlichen Tangente; die Werthe der Differenzialquotienten $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots$ aber werden für $x = 0$ sämmtlich unendlich gross. Indessen ist die Berührung der ersten Curve mit jeder der anderen bloss von der ersten, und die der zwei letzten bloss von der dritten Ordnung.

12.

Alle diese Schwierigkeiten werden beseitiget, wenn man die Lehre von der Berührung der Linien und Flächen auf folgende Art behandelt.

Die Tangente einer Curve kann füglich als die

Grenze erklärt werden, welcher sich eine diese Curve in zwei Puncten schneidende Gerade unendlich nähert, wenn die Entfernung des einen der Durchschnittspuncte von dem andern, als fix betrachteten, unendlich abnimmt. Auch ist es leicht zu zeigen, dass im Allgemeinen alle Tangenten, welche durch einen bestimmten Punct einer krummen Fläche zu verschiedenen, auf dieser Fläche verzeichneten und diesen Punct in sich enthaltenden Curven gezogen werden können, in einer und derselben Ebene sich befinden,*) welche die diesem Puncte zugehö-

*) Es seyen x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten eines gegebenen Punctes einer Curve, durch welchen zu einem zweiten Puncte derselben, dessen Coordinaten $x + \Delta x$, $y + \Delta y$, $z + \Delta z$ heissen mögen, eine Secante gehe; so bestehen, wenn wir die Coordinaten jedes beliebigen Punctes dieser Secante durch x', y', z', vorstellen, für dieselbe die Gleichungen

$$x' - x = \frac{\Delta x}{\Delta z}(z' - z), \quad y' - y = \frac{\Delta y}{\Delta z}(z' - z)$$

Den Gleichungen der Curve gemäss sind x und y Functionen von z; lassen wir nun Δz unendlich klein werden, oder in den Zustand des Differenzials dz übergehen, so haben wir, wenn wir statt der veränderlichen Quotienten $\frac{\Delta x}{\Delta z}$, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ihre Grenzwerthe setzen, die Gleichungen der dem Puncte x, y, z der Curve entsprechenden Tangente, nämlich

$$x' - x = \frac{dz}{dz}(z' - z), \quad y' - y = \frac{dy}{dz}(z' - z).$$

Auf einer Fläche, deren Differenzialgleichung

$$dz = pdx + q\,dy$$

sey, wobei p, q Functionen von x, y, z anzeigen, werde nun durch den Puncte x, y, z eine Curve beschrieben und zu dieser durch denselben Punct eine Tangente gezogen. Man kann die Curve als den Durchschnitt der gegebenen Fläche mit einer andern, welcher die Differenzialgleichung

$$dz = Pdx + Qdy$$

rige Berührungsebene der Fläche darstellt. Endlich kann man als Merkmal der Berührung zweier Curven oder krummen Flächen in einem festgesetzten Puncte den Umstand angeben, dass sie in diesem Puncte dieselbe Tangente oder Berührungsebene besitzen.

13.

Nehmen wir nun an, aus dem Berührungspuncte (P) zweier wie immer beschaffenen Curven werde mit einem unendlich kleinen Halbmesser i eine Kugel beschrieben, welche diesen Curven in zwei einander unendlich nahen Puncten (Q), (R) begegnet, so kann die grössere oder geringere Annäherung der Curven in der Gegend des Berührungspunctes offenbar durch die unendlich kleine Sehne QR, welche die letzteren

---

gehöre, betrachten. Beide Gleichungen mit einander verbunden geben

$$\frac{dx}{dz} = \frac{Q - q}{pQ - qP}, \quad \frac{dy}{dz} = \frac{p - P}{pQ - qP};$$

folglich sind die Gleichungen der oben erwähnten Tangente

$$x' - x = \frac{Q - q}{pQ - qP}(z' - z)$$

$$y' - y = \frac{p - P}{pQ - qP}(z' - z)$$

Multiplicirt man die erste derselben mit p und die zweite mit q, so gibt die Addition der Producte

$$z' - z = p(x' - x) + q(y' - y).$$

Da diese letztere Gleichung von den Grössen P, Q, durch welche die Beschaffenheit der auf der gegebenen Fläche verzeichneten Curve bestimmt wird, frei ist, so ist sie auf alle durch den Punct x, y, z gehenden Curven anwendbar, und gibt somit die Fläche an, in welcher alle diesem Puncte zugehörigen Tangenten dieser Curven liegen. Allein sie enthält x', y', z' bloss in der ersten Potenz, daher gehört sie einer Ebene.

Puncte mit einander verbindet, gemessen werden. Die Winkel, welche die zu diesen Puncten gezogenen Halbmesser $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$ mit der gemeinschaftlichen Tangente der Curven darstellen, sind ebenfalls unendlich klein., daher kann diess auch von dem Winkel ω, unter welchem diese Halbmesser gegen einander geneigt sind, gesagt werden. Das zwischen den beiden Curven enthaltene Stücke eines grössten Kreises auf der

Kugel ist $= i\omega$

und die Sehne desselben $= 2i \sin \frac{\omega}{2}$

Hier ist ω eine gewisse, von der Beschaffenheit der beiden Curven abhängende Function der unendlich kleinen Grösse i. Aendern diese Curven, sich fortwährend berührend, ihre Gestalten dermassen, dass sie sich in der Gegend des Berührungspunctes mehr nähern, oder sich weiter von einander entfernen, so vergrössern oder verkleinern sich die zu einem und demselben i gehörenden Werthe von ω. Aber hinsichtlich des unendlichen Abnehmens von i fallen die kleinsten Werthe von ω wie oben (A, 5) gezeigt worden ist, um so geringer aus, je mehr der Ordnungsexponent beträgt, welchen ω als eine unendlich kleine Grösse in dem auf die Basis i gegründeten Systeme erhält, daher kann man füglich die Ordnung der Berührung der erwähnten zwei Curven durch die Ordnung der als Function der Basis i betrachteten unendlich kleinen Grösse ω andeuten.

Es soll demnach hier die Ordnung der Berührung zweier Curven durch die Ordnungszahl des unendlich kleinen Winkels ausgedrückt werden, welchen die aus dem

Berührungspuncte zu zweien in diesen Curven von ersterem gleichweit abstehenden Puncten geführten Radienvectoren mit einander bilden, vorausgesetzt, dass die gemeinshaftliche Grösse dieser Radien die Basis des Systems ist, auf welche man alle unendlich kleinen Grössen bezieht.

14.

Es sey nun mit Beibehaltung aller oben angenommenen Benennungen a der Ordnungsexponent von ω im Systeme, welches i zur Basis hat, so ist wegen

$\frac{\sin \frac{1}{2} a}{\frac{1}{2} \omega} = 1$ das Product

$$\omega . \frac{\sin \frac{1}{2} \omega}{\frac{1}{2} \omega} = 2 \sin \frac{\omega}{2}$$

gleichfalls ein unendlich Kleines von der Ordnung a, hingegen sind nach 7.

$$i\omega \text{ und } 2 i \sin \frac{\omega}{2}$$

unendlich kleine Grössen von der Ordnung $a + 1$.

Die Ordnung der Berührung zweier Curven ist demnach um eine Einheit geringer, als die Ordnung der gegenseitigen Entfernung zweier in diesen Curven gleichweit vom Berührungspuncte angenommenen Puncte, in dem Systeme, in welchem der Abstand jedes der letztern Puncte vom Berührungspuncte zur ersten Ordnung gehört.

15.

Betrachten wir nun insbesondere zwei sich berührende ebene Curven. Durch die auf denselben befind-

lichen gleichweit und unendlich wenig vom Berührungspuncte (P) entfernten Puncte (Q), (R) seyen zwei parallele gerade Linien gezogen, welche der gemeinschaftlichen Tangente der Curven unter einem bestimmten endlichen Winkel δ begegnen, und wovon eine, z. B. die durch den Punct (Q) gehende, dem Puncte (P) näher liegen wird, als die andere. Diese letztere Gerade schneide die Curve worauf der Punct (R) erscheint, in (S.) Da die Puncte (R), (S) unendlich wenig von (P) entfernt sind, so ist $\overline{RS}$ gegen die gemeinschaftliche Tangente der Curven unter einem unendlich kleinen Winkel geneigt und bildet desshalb mit $\overline{QR}$, $\overline{QS}$ endliche Winkel, wovon der erstere unendlich wenig von einem Rechten, und der andere unendlich wenig von δ abweicht. Bezeichnen wir nun durch ζ, λ unendlich kleine Grössen, so gibt uns das Dreieck QRS

$$\overline{QS} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \zeta)}{\sin(\delta + \lambda)} \cdot \overline{QR} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \zeta)}{\sin(\delta + \lambda)} \cdot 2 i \sin\frac{\omega}{2}$$

Das aus (P) auf die Richtung von $\overline{QS}$ gefällte Perpendickel $\overline{PV}$ ist ferner unendlich wenig von dem Producte

$$\overline{PQ}.\cos(\frac{\pi}{2} - \delta) = i \sin \delta$$

verschieden, und man kann daher, wenn ε eine unendlich kleine Grösse anzeigt,

$$\overline{PV} = i\,(\sin\delta + \varepsilon)$$

setzen. Ist i ein unendlich Kleines der ersten Ordnung, so ist es auch $\overline{PV}$; stehen ferner die beiden Curven in einer Berührung der Ordnung a, so gehört $\overline{QS}$ zur Ordnung a + 1 und ändert diesen Ordnungs-

exponenten nicht, wenn man $\overline{PV}$ als die Basis des Systems aller unendlich kleinen Grössen betrachtet.

Wird also zu zwei sich berührenden ebenen Curven eine dem Berührungspuncte unendlich nahe, und der gemeinschaftlichen Tangente nicht parallele Secante gezogen, so ist die Ordnung der Berührung um eine Einheit geringer, als die Ordnung des zwischen den Curven enthaltenen Stückes der Secante, vorausgesetzt, dass die Entfernung derselben vom Berührungspuncte zur ersten Ordnung gehört.

16.

Werden die zwei ebenen Curven auf rechtwinklige Coordinaten bezogen, und ist ihre gemeinschaftliche Tangente der Achse der y nicht parallel, so bestimme man die Ordnung des zwischen ihnen enthaltenen Stückes einer dem Berührungspuncte unendlich nahen Ordinate, indem man die Entfernung der Ordinate von diesem Puncte als ein unendlich Kleines der ersten Ordnung ansieht. Der Exponent dieser Ordnung um 1 vermindert, zeigt die Ordnung der Berührung der Curven an.

Sind also $y = f(x)$, $y = F(x)$ die Gleichungen zweier ebenen Curven, und ist für einen bestimmten Werth von x für welchen $f(x)$, $F(x)$ nicht unendlich werden, sowohl

$$f(x) = F(x)$$

$$\text{als auch } \frac{df(x)}{dx} = \frac{dF(x)}{dx}$$

so berühren sich die Curven in dem Puncte dessen Abscisse durch den genannten Werth von x angezeigt wird, und erhalten die beiden Glieder der zweiten Gleichung ebenfalls endliche Werthe, so ist die Abscisse x entsprechende gemeinschaftliche Tangente der Curven der Achse den y nicht parallel. Zeigt nun i eine unendlich kleine Grösse der ersten Ordnung an, so ist die Ordnung der Differenz

$$F(x+i) - f(x+i)$$

um eine Einheit höher, als jene der Berührung der Curven.

Berühren sich die Curven, von welchen so eben die Rede war: in einem Puncte der Achse der y selbst, ohne diese Achse zur gemeinschaftlichen Tangente zu haben, so gibt die Ordnung der Grösse

$$F(i) - f(i)$$

in so fern i von der ersten Ordnung ist, um die Einheit vermindert, die Ordnung der Curven an.

Auf diese Art findet man dass die Parabeln

$$y = x^2, \quad y = x^3$$

in dem Anfangspuncte in einer Berührung der ersten Ordnung und im Allgemeinen die Curven

$$y = x^{n+1}, \quad y = x^{n+2}$$

in einer Berührung der Ordnung n stehen; die Berührung der Curven

$$y = x^{\frac{4}{3}}, \quad y = x^{\frac{5}{4}}$$

hingegen zur Ordnung $\frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4}$ gehört.

17.

Es sey x die Abscisse des Punctes, in welchem zwei ebene Curven $F(x) = 0$, $f(x) = 0$ in einer Berüh-

rung der Ordnung a stehen, so zwar, dass ihre gemeinschaftliche Tangente der Achse der y nicht parallel lauft. Bestimmen wir nun die ganze Zahl n so, dass n nicht kleiner ist, als a und n — a kleiner als die Einheit ausfällt, so muss, weil hier

$$F(x+i) - f(x+i),$$

in so fern i eine unendlich kleine Grösse der ersten Ordnung bedeutet, ein unendlich Kleines der Ordnung a + 1 ist,

$$\frac{d^{n+1}F(x+i)}{di^{n+1}} - \frac{d^{n+1}f(x+i)}{di^{n+1}}$$

oder was dasselbe heisst,

$$\frac{d^{n+1}F(x+i)}{dx^{n+1}} - \frac{d^{n+1}f(x+i)}{dx^{n+1}}$$

das erste Glied der Reihe

$$F(x+i) - f(x+i), \frac{dF(x+i)}{dx} - \frac{df(x+i)}{dx},$$

$$\frac{d^2F(x+i)}{dx^2} - \frac{d^2f(x+i)}{dx^2} \text{ etc.} \ldots$$

seyn, welches für i = o nicht verschwindet. Es entstehen demnach, unter der Voraussetzung einer Berührung von der Ordnung a, die Gleichungen

$$F(x) = fx), \frac{dF(x)}{dx} = \frac{df(x)}{dx}, \frac{d^2F(x)}{dx^2} = \frac{d^2f(x)}{dx^2}.$$

$$\ldots\ldots \frac{dx^n F(x)}{dx^n} = \frac{d^n f(x)}{dx^n}$$

ein Resultat, welches, wenn a selbst eine ganze Zahl, also n = a ist, mit der von Lagrange gegebenen Regel übereinstimmt.

18.

Hat die gemeinschaftliche Tangente zweier Curven, zwischen welchen eine Berührung der Ordnung a Statt findet, eine der Achse der y parallele Lage, so ist, wenn die obigen Bezeichnungen fort gelten,

$$F(x+i) - f(x+i)$$

nicht immer ein unendlich Kleines der Ordnung $a+1$. Indessen kann man die Ordnung der Berührung auch in diesem Falle nach der oben erklärten Methode ausmitteln, wenn man nur die Achsen der x und y mit einander verwechselt. So geben die Gleichungen

$$y = x^{\frac{3}{5}}, \quad y = x^{\frac{3}{4}},$$

welche zwei im Anfangspuncte die Achse der y berührenden Curven vorstellen,

$$x = y^{\frac{5}{3}}, \quad x = y^{\frac{4}{3}}$$

Die Differenz $(y+i)^{\frac{4}{3}} - (y+i)^{\frac{5}{3}}$ ist ein unendlich Kleines der Ordnung $\frac{4}{3}$, wenn i zur ersten Ordnung gezählt wird, daher ist die Ordnung der Berührung $= \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$.

Die Differenz $(x+i)^{\frac{3}{5}} - (x+i)^{\frac{3}{4}}$ stellt in diesem Falle auch eine unendlich kleine Grösse dar, welche aber nicht zur Ordnung $\frac{4}{3}$ sondern nur zur Ordnung $\frac{3}{5}$ gehört.

19.

Wenden wir uns jetzt zur Betrachtung des allgemeinen Falles, wenn die im Puncte (P) sich berührenden Curven von doppelter Krümmung sind. Werden auf diesen Curven die Puncte (Q), (R) so gewählt, dass $\overline{PQ} = \overline{PR} = i$ unendlich klein ist, und projicirt man das Dreieck PQR auf eine Ebene, welche

jener des Dreieckes unter keinem rechten Winkel begegnet, stellt man ferner durch ω den in Bezug auf die Basis i zur Ordnung a gehörenden unendlich kleinen Winkel der Geraden $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$; durch (p), (q), (r) die Projectionen der Puncte (P), (Q), (R); durch δ den Neigungswinkel der Ebenen PQR, pqr, endlich durch φ, χ, ψ die Winkel vor, welche die Geraden $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$, $\overline{QR}$ mit ihren Projectionen $\overline{pq}$, $\overline{pr}$, $\overline{qr}$ bilden, so hat man

$$\overline{pq} = \overline{PQ} \cos \varphi = i \cos \varphi, \ \overline{pr} = \overline{PR} \cos\chi = i \cos\chi$$

$$\overline{pr} = QR \cos\psi = 2 i \sin \frac{\omega}{2}. \cos\psi$$

$$pqr = PQR \cos\delta = \tfrac{1}{2} i^2 \sin\omega \cos\delta = \tfrac{1}{2} i^2 \sin \frac{\omega}{2} \cos \frac{\omega}{2} \cos\delta:$$

es ist daher die Länge des aus dem Puncte (p) auf die Gerade $\overline{qr}$ gefällten Perpendikels oder der Quotient

$$\frac{2pqr}{\overline{qr}} = i \frac{\cos\tfrac{1}{2}\omega. \cos\delta}{\cos\psi}$$

Da nun ω unendlich klein ist, die Unterschiede $\tfrac{1}{2}\pi - \varphi$, $\tfrac{1}{2}\pi - \chi$, $\tfrac{1}{2}\pi - \psi$ es hingegen nicht sind, so besitzen die Grössen

$$\cos\tfrac{1}{2}\omega, \cos\delta, \cos\chi, \cos\psi$$

angebbare Werthe, und daher ist 1. $\overline{qr}$ unter den obigen Voraussetzungen eine unendlich kleine Grösse von der Ordnung $a+1$, und bildet mit $\overline{pq}$ einen endlichen Winkel, 2. $\overline{qr}$ ein unendlich Kleines der ersten Ordnung. Die zum Puncte (p) geführte Tangente der Projectionen beider Curven auf die Ebene des Dreieckes pqr nähert sich der $\overline{pq}$ unendlich und ist desshalb gegen die Secante $\overline{qr}$ unter einem endlichen Winkel geneigt. Es findet also sowohl zwischen den gegebenen Curven, als auch zwischen ihren Projectionen eine Berührung derselben Ordnung a Statt.

20.

Wäre die Ebene des Dreieckes pqr merklich senkrecht auf jene des Dreieckes PQR, ohne jedoch gegen die Geraden $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$ und folglich auch gegen die Tangente der beiden gegebenen Curven unter einem verschwindenden Winkel geneigt zu seyn, so könnte die Ordnung der Berührung der Projectionen dieser Curven zu keiner niedrigeren Ordnung gehören, als die Berührung der Curven selbst. In der That wären in diesem Falle $\overline{pq}$, $\overline{pr}$ unendlich kleine Grössen der ersten Ordnung, $\overline{qr}$ hingegen ein unendlich Kleines der Ordnung $a + 1$, oder einer höheren. Nimmt man nun auf der Projection, welche (r) enthält, den Punct (s) so an, dass $\overline{ps} = \overline{pq}$ ist, so hat $\overline{rs}$ eine zur gemeinschaftlichen Tangente der projicirten Curven beinahe parallele Lage, $\overline{qr}$ aber steht auf dieser Tangente beinahe senkrecht; das Dreieck $\overline{qrs}$ ist daher beinahe rechtwinklig in (s), und $\overline{qs}$, oder das Product von $\overline{qr}$ mit dem Cosinus des Winkels (rqs), so wie qr selbst, ein unendlich Kleines von der Ordnung $a + 1$ oder von einer noch höheren, wodurch obige Behauptung gerechtiget erscheint.

21.

Projiciren wir nun die beiden einander berührenden Curven auf die Ebenen xy und xz eines rechtwinkligen oder auch schiefwinkligen Coordinatensystems, und setzen wir dabei voraus, der Winkel, unter welchem die gemeinschaftliche Tangente der Curven gegen die Achse der x geneigt ist, sey von einem Rechten um eine endliche Grösse unterschieden, so kann diese Tangente weder auf die Ebene xy

noch auf die Ebene xz senkrecht stehen, und daher können die genannten zwei coordinirten Ebenen nicht zugleich mit der Ebene des Dreieckes PQR rechte Winkel darstellen. Es wird demnach keine der Berührungen der Projectionen der Curven auf die Ebenen xy und xz zu einer geringeren Ordnung gehören, als die Berührung der Curven im Raume selbst.

Hiedurch wird die Bestimmung der Ordnung der Berührung zweier Curven im Raum, deren gemeinschaftliche Tangente mit der Achse der x keinen rechten Winkel bildet, auf die Bestimmung der Ordnungen der Berührung ihrer Projectionen in den Ebenen xy, xz zurückgeführt. Der gemeinschaftliche Werth der gefundenen Ordnungszahlen, oder wenn sie ungleich sind, die kleinere derselben, zeigt die Ordnung der Berührung der Curven im Raume an.

Auch ist nun, nach dem, was über die Berührung ebener Curven in (17) gesagt wurde, leicht einzusehen, welcher Gebrauch von der Vergleichung der auf die Abscisse des Berührungspunctes sich beziehenden Werthe der Differenzialquotienten

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \ldots \quad \frac{dz}{dx}, \frac{d^2z}{dx^2}, \frac{d^3z}{dx^3} \ldots$$

für beide Curven zur Bestimmung der Ordnung ihrer Berührung gemacht werden könne.

Bildet die gemeinschaftliche Tangente der beiden Curven mit der Achse der x einen rechten Winkel, so kann sie nicht zugleich auf jene der y und z senkrecht stehen. Man wird daher in diesem Falle bei der Anwendung der obigen Methode an die Stelle der Achse x eine Achse treten lassen, welcher die erwähnte Tangente nicht nur unter einem rechten Winkel begegnet.

22.

Betrachten wir gegenwärtig zwei in einem Puncte sich berührende Flächen. Eine durch denselben gelegte Normalebene schneidet diese Flächen in Curven, zwischen welchen ebenfalls Berührung Statt findet, und deren Gestalt und Lage, sobald man die Normalebene um die Normale sich drehen lässt, im Allgemeinen einem fortwährenden Wechsel unterliegt. Die Zahl, welche die Ordnung der Berührung zwischen diesen zwei Curven angibt, kann dabei nach Beschaffenheit der Umstände ungeändert bleiben, oder auch sich verändern. Man wird die Ordnung der Berührung der Flächen selbst füglich durch den kleinsten Werth der so eben genannten Ordnungszahl für alle Positionen der Normalebene angeben. Diess vorausgesetzt, gelangt man durch dieselben Schlüsse, welche uns in 15 leiteten, zu folgendem Satze:

Die Ordnung der Berührung zweier in einem Puncte sich begegnenden Flächen ist um 1 geringer, als der kleinste Werth der Ordnungszahl des zwischen den Flächen enthaltenen Stückes einer Secante, welche gegen die gemeinschaftliche Berührungsebene der Flächen unter einem nicht verschwindenden Winkel geneigt ist, sobald man die Entfernung der Secante vom Berührungspuncte als ein unendlich Kleines der ersten Ordnung ansieht.

23.

Bezieht man die sich berührenden Flächen auf drei rechtwinklige Coordinaten x, y, z, und ist die

gemeinschaftliche tangirende Ebene derselben der Achse der z nicht parallel, so kann man eine dem Berührungspuncte unendlich nahe der Achse der z parallele Ordinate für die erwähnte Secante nehmen.

Es seyen nun $z = f(x, y)$, $z = F(x, y)$ die Gleichungen der sich berührenden Flächen, x, y, z die Cordinaten ihres Berührungspunctes, so müssen, da die Flächen den Punct x, y, z und die demselben gehörige tangirende Ebene gemeinschaftlich besitzen, die Gleichungen

$$f(x, z) = F(x, y)$$

$$\frac{df(x, y)}{dx} = \frac{dF(x, y)}{dx}, \quad \frac{df(x, y)}{dy} = \frac{dF(x, y)}{dy}$$

Statt finden. Der allgemeine Ausdruck des von beiden Flächen begrenzten Stückes einer der Achse der z parallelen Secante ist

$$= F(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x + \Delta x, y + \Delta y)$$

wobei $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ den Abstand dieser Secante von dem Puncte, x, y, z angibt. Lässt man Δx, Δy unendlich klein werden, und betrachtet man $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta^2 y}$ als ein unendlich Kleines der ersten Ordnung, wozu bloss erforderlich ist, eine der Grössen Δx, Δy selbst für ein unendlich Kleines dieser Ordnung anzunehmen, so erhält man die Ordnungszahl der Berührung, in welcher die gegebenen Flächen stehen, wenn man die Ordnungszahl der Grösse

$$F(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x + \Delta x, y + \Delta y)$$

um die Einheit vermindert.

Man setze $\Delta x = i\xi$, $\Delta y = i\upsilon$, wobei ξ, υ beliebige endliche Grössen sind, und i eine unendlich kleine Grösse der ersten Ordnung anzeigt, ferner sey

$$F(x + i\xi, y + i\upsilon) - f(x + i\xi, y + i\upsilon) = \psi(i)$$

so ist, wenn $\psi(i)$ in Bezug auf die Basis i zur Ordnung $a + 1$ gehört, und die ganze Zahl n so gewählt wird, dass $n - a$ nicht negativ erscheint, aber kleiner als 1 ausfällt, $\frac{d^{n+1}\psi(i)}{di^{n+1}}$ das erste Glied der Reihe

$$\psi(i), \frac{d\psi(i)}{di}, \frac{d^2\psi(i)}{di^2}, \frac{d^3\psi(i)}{di^3}, \ldots\ldots$$

welches bei dem unendlichen Abnehmen von i nicht verschwindet. Es bestehen daher, bei der oben angegebenen Bedeutung von i, die Gleichungen

$$\psi(i) = o, \frac{d\psi(i)}{di} = o, \frac{d^2\psi(i)}{di^2} = o, \frac{d^3\psi(i)}{di^3} = o, \text{ etc.}$$

$$\frac{d^n\psi(i)}{di^n} = o$$

Sie sind, wie man leicht sieht, mit folgenden Gleichungen einerlei, in welchen der Kürze wegen F statt F (x, y) und f statt f (x, y) steht:

$$F - f = o, \left(\frac{dF}{dx} - \frac{df}{dx}\right)\xi + \left(\frac{dF}{dy} - \frac{df}{dy}\right)\upsilon = o$$

$$\left(\frac{d^2F}{dx^2} - \frac{d^2f}{dx^2}\right)\xi^2 + 2\left(\frac{d^2F}{dxdy} - \frac{d^2f}{dxdy}\right)\xi\upsilon + \left(\frac{d^2F}{dy^2} - \frac{d^2f}{dy^2}\right)\upsilon^2 = o. \text{ u. s. w.}$$

aus welchen nebst den bereits oben angeführten

$$F = f, \frac{dF}{dx} = \frac{df}{dx}, \frac{dF}{dy} = \frac{df}{dy} \text{ noch } \frac{d^2F}{dx^2} = \frac{d^2f}{dx^2},$$

$$\frac{d^2F}{dxdy} = \frac{d^2f}{dxdy}, \frac{d^2F}{dy^2} = \frac{d^2f}{dy^2}, \text{ u. s. w.}$$

sich ergeben, welche man so lange fortsetzen muss, bis die Ordnung der Differenzialien von F und f die

Zahl n übertrifft. Ist a eine ganze Zahl, also a = n, so stimmen diese Resultate mit den von Lagrange gegebenen Lehren überein.

Ist die gemeinschaftliche Berührungsebene beider Flächen mit der Achse der z parallel, so muss man in obigen Betrachtungen z mit einer der Coordinaten x, y verwechseln.

III. Einfacher und strenger Beweis des Taylor'schen Lehrsatzes.

(Cauchy, Résumé des leçons sur le calcul infinitésimal, Addition, p. 161 etc. Exercices de Math. p. 25. etc.)

Lehrsatz. Wenn die Function f (x) so beschaffen ist, dass für einen bestimmten Werth von x die Differenzialquotienten

$$\frac{df(x)}{dx} = f_1(x),\ \frac{df_1(x)}{dx} = f_2(x),\ \frac{df_2(x)}{dx} = f_3(x), \ldots \frac{df_{n-2}(x)}{dx^{n-2}} = f_{n-1}(x)$$

sämmtlich verschwinden, so kann man im Allgemeinen für dieses x

$$f(x+\Delta x) - f(x) = \frac{\Delta x^n}{1.2.3\ldots n} f_n(x + \xi\Delta x)$$

setzen, wobei das Functionszeichen f_n durch die Gleichung $\frac{df_{n-1}(x)}{dx} = f_n(x)$ bestimmt wird, und ξ eine die Einheit nicht übersteigende positive Grösse bedeutet.

Beweis. Nehmen wir die n ersten Differenzialquotienten der Function

$$F(z) = f(x + z) - Az^n$$

worin A eine beständige Grösse bedeutet, in Bezug auf die Variable z, so finden wir

$$F_1(z) = \frac{dF(z)}{dz} = f_1(x+z) - nAz^{n-1}$$

$$F_2(z) = \frac{dF_1(z)}{dz} = f_2(x+z) - (n-1)nAz^{n-2}$$

$$F_3(z) = \frac{dF_2(z)}{dz} = f_3(x+z) - (n-2)(n-1)nAz^{n-3}$$

. . . .

$$F_{n-1}(z) = \frac{dF_{n-2}(z)}{dz} = f_{n-1}(x+z) - 2.3\ldots(n-1)nAz$$

$$F_n(z) = \frac{dF_{n-1}(z)}{dz} = f_n(x+z) - 1.2.3\ldots(n-1)nA$$

Wird x so gewählt, dass $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, ... bis $f_{n-1}(x)$ der Nulle gleich kommen, so verschwinden für diesen Werth von x offenbar auch $F_1(o)$, $F_2(o)$, $F_3(o)$ ..... $F_{n-1}(o)$.

Es sey nun A der kleinste Werth, dessen der Quotient $\frac{f_n(x)}{1.2.3\ldots n}$ fähig ist, während x, von dem oben erwähnten Werthe angefangen, durch alle denkbaren Zwischenstufen in $x + \Delta x$ überg[illegible] in Bezug auf jenes specielle x, wie die letzte [illegible] obigen Gleichungen zeigt, $F_n(z)$ für alle Werthe der variablen z, von o angefangen bis Δx, positiv. Aber die ersten Begriffe der Differenzialrechnung reichen hin, zu beweisen, dass eine Function, deren Differenzialquotient bei einem individuellen Werthe der veränderlichen Grösse positiv ausfällt, mit diesem Werthe zu-

gleich wächst und mit ihm zugleich abnimmt; nehmen wir nun der leichteren Uebersicht wegen Δx positiv an, so ergibt sich die Folgerung, dass $F_{n-1}(z)$ für jenes specielle x, während z von der Nulle angefangen stufenweise bis Δx fortschreitet, ununterbrochen wächst, folglich, weil $F_{n-1}(o) = o$ ist, $F_{n-1}(z)$ innerhalb der erwähnten Grenzen der Werthe von z stets positiv bleibt. Dasselbe gilt aus eben diesem Grunde auch von $F_{n-2}(z)$, $F_{n-3}(z)$ u. s. w. bis $F_1(z)$; man ist demnach berechtiget zu schliessen, dass die Function $F(z) = f(x+z) - Az^n$, wenn x den öfter erwähnten besonderen Werth erhält, und z von der Nulle angefangen bis Δx wächst, ununterbrochen zunimmt.

Wird nun der erste Werth der Function $F(z)$, nämlich $F(o)$, von dem letzten Werthe $F(\Delta x)$ subtrahirt, so muss eine positive Differenz erfolgen; es ist also, für jenes besondere x,

$$f(x+\Delta x) - f(x) - A\Delta x^n$$

positiv.

Auf dieselbe Art wird bewiesen, dass wenn B den grössten Werth vorstellt, welchen der Ausdruck $\frac{f_n(x)}{1.2.3..n}$ annimmt, während x, von dem oben genannten speciellen Werthe angefangen, durch alle Zwischenstufen bis $x+\Delta x$ sich ändert,

$$f(x+\Delta x) - f(x) - B\Delta x^n$$

negativ ausfällt.

Es liegt also $f(x+\Delta x) - f(x)$ zwischen $A\Delta x^n$ und $B\Delta x^n$ oder es ist, wenn K eine zwischen A und B liegende Grösse anzeigt,

$$f(x+\Delta x) - f(x) = K\Delta x^n$$

Geht die Function $f_n(x)$, bei der so eben angeführten Aenderung des x, aus ihrem anfänglichen Zustande in den letzten $f_n(x + \Delta x)$ nach dem Gesetze der Stetigkeit über, so kann man, wenn ε eine, die Einheit nicht übersteigende positive Grösse vorstellt

$$K = \frac{f_n(x + \varepsilon \Delta x)}{1.2.3....n}$$

setzen, daher ist

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \frac{\Delta x^n}{1.2.3...n} f_n(x + \varepsilon \Delta x)$$

Es ist nicht schwer die obigen Schlüsse unter der Voraussetzung, dass Δx einen negativen Werth besitzt, zu wiederholen.

Auf die hier gefundene Gleichung lässt sich die Theorie der grössten und kleinsten Werthe der Functionen, die Bestimmung des Werthes der Bruches $\frac{0}{0}$ u. d. gl. ohne weitere Beihülfe anderer Sätze bauen, so wie sie uns sogleich zur Taylor'schen Formel führen wird.

Setzen wir in dieser Gleichung $x = 0$, nehmen wir ferner an, es bestehe nebst $f_1(0) = 0$, $f_2(0) = 0.....$ $f_{n-1}(0) = 0$. auch noch die Gleichung $f(0) = 0$, so haben wir

$$f(\Delta x) = \frac{\Delta x^n}{1.2.3....n} f_n(\varepsilon \Delta x)$$

Es sey nun $f(\Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x)$, so haben wir bloss $f(0) = 0$, also $n = 1$ und daher

$$(1)\ F(x + \Delta x) - F(x) = \frac{\Delta x}{1} \cdot F_1(x + \varepsilon \Delta x)$$

Setzen wir $F_1(x + \varepsilon \Delta x) = F_1(x) + U_1$

so wird $F(x + \Delta x) - F(x) - \frac{\Delta x}{1} F_1(x) = U_1 . \Delta x$

Nehmen wir jetzt $f(\Delta x) = U_1 \Delta x$, an, so bestehen, wie die unmittelbar vorhergehende Gleichung zeigt, die Gleichungen

$f(o) = o$, $f_1(o) = o$; daher ist hier $n = 2$ und somit wegen $f_2(\Delta x) = F_2(x + \Delta x)$;

$$(2)\ F(x+\Delta x) - F(x) - \frac{\Delta x}{1} F_1(x) = \frac{\Delta x^2}{1.2} F_2(x+\varepsilon\Delta x).$$

Lassen wir wieder $F_2(x+\varepsilon\Delta x) = F_2(x) + U_2$ seyn, wodurch

$$F(x+\Delta x) - F(x) - \frac{\Delta x}{1} F_1(x) - \frac{\Delta x_2}{1.2} F_2(x) = \frac{U_2 \Delta x}{12}$$

wird, und setzen wir $f(\Delta x) = \frac{U^2 \Delta x^2}{1.2}$, so finden die Gleichungen $f(o)$; $f_1(o)$, $f_2(o)$ Statt, und es ist $n = 3$, also

$$(3)\ F(x+\Delta x) - F(x) - \frac{\Delta x}{1} F_1(x) - \frac{\Delta x_2}{1.2} F_2(y) = \frac{\Delta x^3}{1.2.3} F_3(x+\varepsilon\Delta x)$$

Der weitere Verlauf der Rechnung fällt nunmehr leicht in die Augen. Im Allgemeinen ist

$$F(x+\Delta x) - F(x) - \frac{\Delta x}{1} F_1(x) - \frac{\Delta x^2}{1.2} F_2(x) - \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots - \frac{\Delta x^{n-1}}{1.2\ldots(n-1)} F_{n-1}(x) = \frac{\Delta x^n}{1.2\ldots n} F_n(x+\varepsilon\Delta x)$$

also

$$F(x+\Delta x) = F(x) + \frac{\Delta x}{1} F_1(x) + \frac{\Delta x^2}{1.2} F_2(x) + \ldots$$
$$\ldots + \frac{\Delta x^{n-1}}{1.2\ldots n-1} F_{n-1}(x) + \frac{\Delta x^n}{1.2\ldots n} F_n(x+\varepsilon\Delta x)$$

welches die Taylors'che Formel ist. Es bedarf wohl kaum einer Erinnerung, dass ε in den Gleichungen (1), (2), (3) etc. nicht die nämliche Grösse besitzt. Die hier gegebene Entwicklung verschafft zugleich eine Kenntniss der Form der Ergänzung der Taylor'schen Reihe, deren man bedarf, wenn man diese Reihe bei irgend einem Gliede abbrechen will.

ZEITSCHRIFT
FÜR PHYSIK UND MATHEMATIK.

PHYSIKALISCHE ABTHEILUNG.

I. Ueber Schwefel und Azot-Gehalt einiger Vegetabilien. Vom Professor Pleischl in Prag.

Schon früher wurde in Kastner's Archiv B. 4 S. 420 und Schweigger's Journal B. 43 S. 491 gesagt, dass einige Pflanzensubstanzen, von welchen man es gar nicht vermuthete, Schwefel und Azot in ihrer Mischung enthalten; ich nannte dort einige namentlich, kann ihnen jetzt noch mehrere beifügen und glaube nichts Ueberflüssiges zu thun, wenn ich meine weitern Versuche anzeige.

Zwar haben andere Naturforscher lange vor mir die Gegenwart des Schwefels im Pflanzenreiche dargethan, indem sie nachwiesen, dass in der Asche der meisten Pflanzen schwefelsaure Salze vorhanden sind: allein diesen Schwefel meine ich hier nicht, sondern denjenigen, der bei der zerstörenden Destillation als hydrothionsaures Gas entweicht. Doch auch hier habe ich schon Vorgänger, indem Willdenow in der 2ten Ausgabe seines Grundrisses der Kräu-

terkunde §. 229 vom Jahre 1799 schon anmerkt, dass die Wurzeln des Rumex Patientia L. Schwefel in Substanz enthalten; denn als die geschabten Wurzeln gekocht und abgeschäumt wurden, zeigte sich in dem der Ruhe überlassenen Schaume Schwefel. Es ist nicht zu vermuthen, dass hier eine Täuschung Statt gefunden habe, da der Schwefel so leicht zu erkennen ist.

Fourcroy und Vauquelin *) beschäftigten sich auch mit verschiedenen Getreidearten. Was von ihrer Arbeit hierher gehört, ist Folgendes über den Weizenkleber:

»Auf diese zweite Gährung, in der Ammoniak ge»bildet wurde, das die Säure sättigte, enthält der Kle»ber eine violette Purpurfarbe und auf dem Wasser »bildet sich ein eben so gefärbtes Häutchen, er wird »sehr stinkend, geht nachher in schwärzliches Grün »über, und verbreitet dann bald denselben Geruch wie »faulende schleimige Membranen. In diesem Zeit»puncte ist das darüber stehende Wasser schwärzlich »und trübe, es fällt das salpetersaure Silber braun, »das salpetersaure Quecksilberoxydul schwarz, und »verliert dabei selbst seine Farbe; oxydirte Salzsäure »macht es milchig und geruchlos, Galläpfelaufguss »fällt es nicht mehr.«

Obschon sie selbst die Bedeutung dieser Erscheinungen übersehen zu haben scheinen, indem sie nirgends von Hydrothionsäure, Schwefelwasserstoff, als der Ursache des braunen und schwarzen Niederschlags des Silbers und Quecksilbers reden; so ist es doch of-

*) Gehlens Journal f. d. Chem. u. Physik 2. 378.

fenbar, dass sich hier Hydrothionsäure aus dem Schwefel des Klebers gebildet hatte, welche die genannten Erscheinungen bewirkte und durch die oxydirte Salzsäure (Chlor) unter Ausscheidung des Schwefels zersetzt wurde, obschon letztere Erscheinung (das Milchig werden der Flüssigkeit durch Chlor) auch andere Ursachen haben konnte.

Das Lupinenmehl (l. c. S. 391) destillirten sie in einer Retorte, erhielten krystallisirtes kohlensaures Ammoniak, von Hydrothionsäure aber erwähnen sie nichts.

Die schätzbaren Arbeiten Einhofs über die Cerealien in Gehlen's Journal sind mir nicht unbekannt, und ich habe sie anderswo *) dankbar benützt, aber über Schwefelgehalt der Getreidefrüchte nichts gefunden; es kommt sogar ein Versuch vor, der für Abwesenheit des Schwefels in der thierisch-vegetabilischen Materie der Hülsenfrüchte spricht: denn Einhof**) erzählt, dass diese Substanz mit Wasser angerührt und an einen warmen Ort gestellt, in eine stinkende Faulniss überging, dass sich aus der faulenden Masse durch Kalk ein starker Geruch nach Ammoniak entwickelte; eine hineingelegte silberne Münze jedoch ihren eigenthümlichen Glanz nicht verlor.

Proust ***) hat über das grüne Satzmehl der Pflanzen arbeitend, welches er für Kleber ansieht,

*) Neue Schriften der k. k. patriot.-ökonom. Gesellschaft im Königreiche Böhmen B. 1 S. 120, über das Brotbacken aus dem Mehle des ausgewachsenen Getreides etc.

**) Gehlen's neues allgem. Journal d. Chemie B. 6 S. 128.

***) Gehlen's neues allgemeines Journal d. Chemie 1. 502.

beobachtet, dass eine kalische Auflösung dieses Satzmehles alle Kennzeichen der Auflösung einer thierischen Substanz habe, dass sie Ammoniak ausdünste, in einer silbernen Pfanne erhitzt, dieselbe schwärze, und auf Zusatz von Säuren Dünste entwickle, welche metallische Schriften verdunkeln.

Proust folgert aus diesen Ergebnissen zwar nicht weiter, aber es folgt, dass sich hier Hydrothionsäure entwickelte und die genannten Erscheinungen bewirkte, im grünen Satzmehl daher Schwefel enthalten sey. In einer spätern Arbeit *) »über das Princip, welches die Käse würzet« bemerkt Proust, dass der Kleber, nachdem er mehrere Perioden der Gährung durchgegangen, mit Wasser gewaschen, diesen die Eigenschaft ertheile, ein silbernes Becken beim Abdämpfen zu schwärzen, wegen dem vorhandenen Schwefelhydrogen.

Der Same des Senfs wurde von mehreren Chemikern untersucht, und Schwefel darin gefunden. Barmé erhielt sogar aus dem mit dem scharfen Stoffe des Rettigs und des Löffelkrauts gesättigten Alkohol nach Verlauf mehrerer Monate Schwefel in Krystallen und Deyeux erhielt ein gleiches Resultat.

Planche **) beobachtete, dass von etwa 50 verschiedenen Pflanzen mehr als zwei Drittheile sowohl geruchlose als ein äthcrisches Oel liefernde Vegetabilien deutliche Spuren von Schwefel bei der Destillation zeigten.

---

*) Annal. de Chimie et de physique par M M Gay-Lussac et Arago Tom 10. pag. 35.

**) Journ. de Pharmac VIII 367 und Schweiggers Journ. 380.

Den meisten Schwefel geben die Blüthen von Hollunder, Linden und Pomeranzen, die blühenden Stengel von Ysop, Metilotenklee, Dragun und Raute. Die Samen von Dill, römischen und gemeinen Kümmel und von Fenchel, ferner Gewürznelken und die ganze Pflanze von Parätaria und Mercurialis.

Wenig Schwefel: die blühenden Stengel von Melisse, Rosmarin, weissen Andorn, Potentilla anserina, Portulak, Boretsch und Wermuth, die Blätter des Gartenlattichs, die Blumenkronen der Centifolie und die Samen des Anis.

Spuren von Schwefel zeigten: Plantago, Schoellkraut und Agrimonia; Blätter und Blumen von lactuca virosa, die Blumenkronen des wilden Mohns, die Wasserfenchelsamen und die blühenden Stengel von Körbel und Gartenschierling.

Ohne Schwefelgehalt fand Planche die blühenden Stängel von Kornblumen, Matricaria, Nachtschatten, Benedicten, Beifuss, Euphrasia und Centaurea, die Blumen von Huflattig, römischen Kamillen und Lilien, die Erdbeeren und Himbeeren, die Zimmt-, Macis- und Muscaten-Rinden, Piment und Wachholderbeeren.

Planche destillirte etwa 20 Kilogrammen (nahe 47,6 Pfunde Medicinal-Gewicht), der genannten Vegetabilien mit dem nöthigen Wasser, und hing in den Helm des Apparates mit Bleizucker getränkte Leinwand oder blanke Kupferbleche; die Leinwand schwärzte sich, wenn Schwefel zugegen war, und von den dunkelgrau gewordenen Kupfer konnte man mit Scheidewasser eine schwärzliche Substanz abkochen,

woraus bei der Erhitzung in einer kleinen Röhre Schwefel sublimirte.

Vogel *) fand in den Sellerieblättern (Apium graveolens), unverkennbare Spuren von Schwefel, als er diese Blätter mit dem 10fachen Gewichte Wasser einer Destillation unterwarf, und in den oberen Theil des Helmes einige mit essigsaurem Blei benetzte Papierstreifen aufhängte; denn diese Papierstreifen fand er nach beendigter Operation metallisch glänzend.

Die neueste hierher gehörende Untersuchung, welche mir aber erst lange nach Beendigung meiner Versuche bekannt wurde, haben die Herren Henry, Sohn, und Garet **) angestellt, und in dem fetten Oehle aus dem Samen des gelben und wilden Senfs eine eigenthümliche saure Substanz gefunden, welche in 100 Gewichtstheilen 17,33 Schwefel enthält, und welche sie daher Schwefelsenfsäure nennen.

So viel über das Geschichtliche; ich komme nun zu meinen Versuchen.

Ich wollte die gasförmigen Producte, welche bei der trockenen Destillation der vegetabilischen Körper entweichen, etwas näher kennen lernen, weil es mir wahrscheinlich war, dass dasjenige, was chemische Schriftsteller unter dem allgemeinen Ausdrucke: „brennbares Gas" begreifen, etwas verschieden seyn könne und müsse.

Der Apparat war der Woulfe'sche. In der ersten Flasche befand sich etwas Wasser zum Absperren der Sicherheitsröhre beim Beginnen der Destil-

*) Schweiggers Journ. 37. 365.

**) Berliner Jahrbüch. Jahrg. 28. 1. 42. u. s. f.

lation, in der zweiten Flasche mehr Wasser, in der dritten Alkohol, und der letzte Hals stand mit der pneumatischen Wanne in Verbindung.

Zuerst unterwarf ich Weitzenmehl einer zerstörenden Destillation. In der erhaltenen Luft erlosch ein brennendes Kerzchen, und der Geruch nach Hydrothionsäure war bemerkbar.

Ein in essigsaures Blei getauchter Papierstreifen wurde schwärzlich braun gefärbt; in salpetersaures Blei getaucht, wurde er bläulich und metallisch glänzend.

Mit schwefelsaurem Kupfer getränkt, färbte der Papierstreifen sich braun; mit salpetersaurem Wismuth dunkelbraun; mit salpetersaurem Merkurprotoxyd schwarz; mit salpetersaurem Silberoxyd schwarz und glänzend; mit arseniger Säure gelb und glänzend. Die Gegenwart von Hydrothionsäure und somit auch des Schwefels war also vollständig nachgewiesen.

Bei der Wiederhohlung dieses Versuches wendete man in einer vierten Flasche noch eine wässerige Lösung des essigsauren Bleioxydes an, welche mit etwas Essigsäure versetzt war, um die Fällung des Bleioxydes durch die Kohlensäure zu verhindern, damit die Hydrothionsäure zersetzt und Schwefelblei gebildet werde. Der entstandene schwarze Niederschlag auf ein Filter gesammelt, gewaschen, getrocknet, und mit Salpersäure behandelt, liess einen grauweissen Rückstand, der gewaschen und getrocknet, sich auf glühenden Kohlen u. s. w. wie Schwefel verhielt.

In der Asche fand ich noch schwefelsaure und phosphorsaure Salze.

Auf diese Weise habe ich in den Samenkörnern folgender Cerealien und Nahrungsmittel Schwefel gefunden, als:

im Weizen,	Triticum vulgare.
Korn, Roggen,	Secale, cereale.
Haber,	Avena sativa.
in der Gerste	Hordeum vulgare.
Hirse,	Panicum miliaceum.
im Reis,	Oryza sativa.
Mais,	Zea Mais.
in den Erbsen,	Pisum sativum.
Linsen,	Ervum lens.
in den Bohnen,	Vicia faba, Lin.; Faba vulgaris, Lam.
im Schwaden, Himmelsthau,	Panicum sanguinale, Lin.; Digitaria sanguinalis, Scop.

Die Menge des Pflanzenstoffes betrug hier jedesmal zwei Seidel, und die Menge des erhaltenen Schwefelbleies war verhältnissmässig gross.

Zwar hat Proust im Kleber des Weizens, und Braconnot *) im Reis Spuren von Schwefel gefunden; nach meinen Versuchen sind es aber nicht blosse Spuren, sondern der Schwefel ist aus den genannten Getreidearten als Schwefelblei darstellbar.

Von einem Pfunde der frischen, gewaschenen und geschabten Kartoffeln (Erdäpfeln, Solanum tu-

*) Annal. de Chim. et de Phys. Tom. 4. p. 370. u. s. f. und Tromsdorf Journ. 2. 2. 116.

berosum), habe ich bei der trockenen Destillation verhältnissmässig nur einen geringen, schwarzen Niederschlag erhalten. Die Samen (16 Loth) von

Brabanter Klee,	Trifolium pratense.
Luzerner Klee,	Medicago sativa.
Esparsette,	Hedysarum onobrychis.

gaben viel Schwefelblei; weniger als die vorigen gaben die Samen vom weissen Klee, Trifolium repens. Astragalus baeticus lieferte ebenfalls einen ziemlich bedeutenden Niederschlag von Schwefelblei.

Auch in mehreren officinellen Pflanzen und Pflanzentheilen habe ich auf diese Weise Schwefel gefunden: als in der Wurzel und den Blättern der Althäa officinalis (Eibisch); in dem Kraut der Malva sylvestris und rotundifolia (Käsepappel); in den Blättern und Blüthen des Wollkrauts (Verbascum thapsus); in der Wurzel von Polypodium vulgare, Steinwurzel; in der Manna; in dem arabischen Gummi, und Traganthgummi, und im Salep, obwohl das erhaltene Schwefelblei nicht viel betrug, und jedesmal 8 Unzen der Pflanzenstoffe zum Versuche angewendet wurden.

Auch bei den folgenden Wurzeln fand man in der Bleiauflösung einen schwarzen Niederschlag von Schwefelblei, der bei gleicher Menge der angewendeten Körper (8 Unzen) viel mehr betrug als in den vorigen Fällen. In der Wurzel von

Triticum repens,	Graswurzel, gramen.
Leontodon Taraxacum,	Löwenzahn.
Cichoreum Intybus,	Wegwart.
Arctium lappa et Bardana,	Klette, Bardana.

Symphytum officinale,	Schwarzwurzel.
Saponaria officinalis,	Seifenkraut.
Glycyrrhiza glabra,	Süssholz, Liquiritia.
Sassaparilla,	Sassaparille.
Marunta galanga,	Galgant, galanga.
Carex arenaria,	Sandriedgras, Carex

gab einen geringen, aber schön schwarzen Bleiniederschlag.

Die herba saponaria zeigte in der Bleilösung einen bedeutenden schwarzen Niederschlag.

Die China regia gab bei der trockenen Destillation nur wenig Schwefelblei. Eben so verhielt sich Arow-root und Manna. Amylum, welches vorher mit Essigsäure gewaschen wurde, um den Kleber gänzlich zu entfernen, gab keine Spur von Schwefelblei; eben so verhielt sich Milchzucker, saccharum lactis.

Die Gegenwart des Schwefels in den meisten der oben genannten Vegetabilien ist durch vorstehende Versuche erwiesen, es frägt sich nur, in welchem Zustande befindet sich dieser bei der trockenen Destillation als Hydrothionsäure ausgeschiedene Schwefel in den Pflanzensubstanzen.

Man könnte zwar glauben, der Schwefel sey als Schwefelsäure mit Basen verbunden in den Pflanzen zugegen, und diese Schwefelsäure werde bei der trockenen Destillation durch den Kohlenstoff und Wasserstoff der Pflanzensubstanzen eben so zerlegt, als wenn schwefelsaure Alkalien, mit Kohle gemengt, geglüht werden. Allein dieser Annahme steht erstens der Umstand entgegen, dass in der Asche noch immer schwefelsaure Salze, als schwefelsaures Kali oder Na-

tron angetroffen werden, vorzüglich aber zweitens, dass bei der Zerlegung schwefelsaurer Salze durch Kohle im verschlossenen Raume verhältnissmässig nur wenig Hydrothionsäure entweicht, wie mich ein Versuch der Art belehrte, in welchem schwefelsaures Kali, mit Kohle gemengt, in einer gläsernen Retorte geglüht wurde, welche mit dem Woulfe'schen Apparat in Verbindung stand, und eine Flasche desselben essigsaures Blei gelöst, enthielt.

Oder soll man annehmen, dass der Schwefel mit einigen andern einfachen Stoffen zu eigenthümlichen organischen Verbindungen vereinigt sey. Wenn man diese Annahme auch für einige besondere Fälle zugestehen muss, wie z. B. bei der Schwefelsenfsäure, wie die Herren Henry und Garet *) bewiesen haben, so dürfte doch eine solche Behauptung bei den hier untersuchten Vegetabilien nicht Statt finden. Eben so wenig dürfte das Gegentheil — dass der Schwefel in Substanz, und von den übrigen Stoffen abgesondert, in den Vegetabilien vorhanden sey — in den vorliegenden Fällen anzunehmen seyn.

Wenn auch nicht geläugnet werden kann, dass in den Vegetabilien gebildete schwefelsaure Salze vorhanden sind, so dürfte man sich vielleicht doch am wenigsten von der Wahrheit entfernen, wenn man glaubt, dass der bei der zerstörenden Destillation als Hydrothionsäure ausgeschiedene Schwefel in den Vegetabilien eben so mit allen übrigen vorhandenen Einfachen zu einem organischen Ganzen verbunden sey, als dieses mit dem Wasserstoff, Kohlenstoff u. s.

*) Berliner Jahrb. Jahrg. 28. 42 u. s.f.

w. der Fall ist. Und hieraus dürfte sich auch die ausgezeichnete Wirkung des Gypses auf die Schottenfrüchte zum Theil erklären lassen, indem es wahrscheinlich ist, dass der durch verschiedene chemische Anziehungen aus der Schwefelsäure des schwefelsauren Kalkes, des Gypses, ausgeschiedene Schwefel als Nahrung in dieselben übergeht.

Bei den oben angeführten Versuchen machte ich noch eine andere Beobachtung, welche sich theils an schon bekannte Thatsachen anreihet, theils aber neue Resultate liefert.

Dass aus einigen Pflanzen durch eine schickliche Behandlung flüchtiges Laugensalz erhalten werden könne, wusste schon Sylvius de la Boe, der 1672 zu Leiden starb; namentlich wusste er diess vom Löffelkraut (Cochlearia) und einigen anderen antiscorbutischen Pflanzen.

Daniel Coxe *) beschrieb schon 1674 seine Methode, flüchtiges Laugensalz aus Pflanzen zu ziehen. Er liess eine Menge Blätter in einen Haufen zusammen packen, sie wurden bald heiss, faulten und gingen in eine breiartige Substanz über. Dann wurden Kugeln daraus geformt, und diese in kleinen Retorten destillirt Coxe erhielt dadurch neben Oehl und wässeriger Feuchtigkeit ein flüchtiges Laugensalz, welches nach einigen Rectificationen von anderm rectificirten Salmiakgeist nicht unterschieden werden konnte.

---

*) v. Crells chem. Archiv 1. 41.
Brandes Repert. 1. 196.

Eine grosse Menge Pflanzen, die er so behandelte, gaben ihm sämmtlich dieses Salz, z. B. Ruta, Salvia officinalis, Ranunculus Ficaria (Ficaria ranunculoides), Chelidonium majus, Cardanus benedictus (Centaurea benedicta); Chenopodium vulvaria (Olidum), Tabak, Cochlearia officinalis, Euphorbia Helioscopia, Melisse, Münze, mehrere Rumex- und Grasarten, Hollunderblumen *), Poeonia, Satureja hortensis, Primula veris, Dianthus caryophyllus u. a.

Mehrere Pflanzen, die viel kalische Asche liefern, als: Artemisia Absynthium und A. vulgaris, gaben durch diese, Gährung u. s. w. eine grosse Menge flüchtiges Laugensalz. Aus mehreren andern Pflanzen, als: Safran, Tabak, verschiedenen Moosen, erhielt Coxe auch ohne vorhergegangene Fäulniss, Salmiakgeist. Wedel und Hiärne fanden in den Blumen der Nymphäa **), in dem Safte, den Blättern und den Blumen des Flieders Ammoniak.

J. M. Hoffmann erhielt aus gefaulter Melisse durch trockene Destillation flüchtiges Salz.

Demeste fand im Senf und mehreren kreuzförmigen Blumen Ammoniak, und Bonvoisin im Knoblauch flüchtiges Laugensalz.

Spielmann entdeckte Ammoniak in den meisten antiscorbutischen kressenartigen Pflanzen; Link ***)

---

*) H. Gleitsmann zeigte durch mehrere Versuche, dass Ammoniak ein Bestandtheil des Hollunderblüthenwassers sey, in Kastners Archiv. B. 8. 2. 224.

**) In der Wurzel der Nymphäa alba fand Morin eine vegetabilisch animalische Substanz. Journ. de Pharm. 10. 450. Schweiggers Journ. 34. 265.

***) Schweiggers Journ. B. 13. 189.

erhielt aus Eibisch-Extract durch trockene Destillation Ammoniak; Brandes *) fand es in den Blättern der Belladonna (Atropium Belladona); Lindbergson **) glaubt, dass die alkalische Reaction des Morphins von freiem Ammoniak, welches durch Zersetzung des Morphiums gebildet werde, herrühre.

Dulong ***) fand in dem langen Pfeffer Piper longum L. eine azothaltige Substanz, welche mit der von Vauquelin in den Cubeben gefundenen extractartigen Materie beinahe gleich war, und durch den Azotgehalt sich davon unterschied. Hüttenschmidt †) schied aus dem Cortex geoffroyae aus Jamaika eine krystallisirbare Substanz, er nennt sie Jamaicin, welches bei der trockenen Destillation eine ammoniakhaltige Flüssigkeit liefert. Das Surinamin aus der surinamischen Wurmrinde verhielt sich eben so. Geiger ††), der durch eine vergleichende chemische Untersuchung es ganz ausser Zweifel setzte, dass die bekannten Lieber'schen Kräuter mit der Galeophis villosa, Smith: (galeophis grandiflora, Roth und Wildenow) vollkommen übereinkommen, erhielt aus dieser Pflanze ein braunes ziemlich stickstoffhaltiges Extract.

Theodor v. Saussure †††) hat in mehreren fet-

*) Schweiggers Journ. B. 28. 29.

**) Schweiggers Journ. B. 42. 308. u. s. w.

***) Journ. d. Pharm. 11. 52 Berlin Jahrb. f. d. Pharmac. Jahrg. 27 St. 2. 115.

†) Geiger's Magazin B. 7. 25 u. s. f.

††) Magazin f. d. Pharm. B. 7. 17. B. 8. 204 etc.

†††) Annal de chemie et Phys. 13. 259. u. s. f.

ten und ätherischen Oelen geringe Mengen von Azot gefunden.

Es würde zu weit führen, die zahlreichen Pflanzenanalysen, welche in der neuesten Zeit gemacht worden sind, hier alle aufzuführen, aber ein sehr merkwürdiges Vorkommen oder, richtiger zu sagen, eine merkwürdige Bildung des Ammoniaks während des Lebens einiger Vegetabilien darf nicht mit Stillschweigen übergangen werden. Die Herrn Chevallier und Lassaigne *) haben bemerkt, dass Chenopodium alidum (in der 15ten Ausgabe des Linneischen Systema Vegetabilium, welche Persoon 1797 besorgte heisst es, schon bei Chenopos Vulvaria: Sub nomine honestiore et potius assumendo: Chenop. alidum.) während des Lebens Ammoniak ausdünste. Um dieses zu beweisen, stellten sie einen Blumentopf, in welchem zwei Pflanzen Chenop. alidum vegetirten, unter einem Trichter, so dass die Dünste, welche sich aus den Pflanzen entwickelten, durch die Röhre des Trichters gehen mussten und von hier aus durch eine luftdicht schliesende Röhre in eine Flasche, in welcher verdünnte Salzsäure war, geleitet wurden; um den Zutritt der atmosphärischen Luft abzuhalten, war in der Flasche eine zweite mit Wasser abgesperrte Röhre angebracht.

Als die erste Röhre in die Salzsäure gebracht und eingetaucht wurde, entstanden alsogleich weisse

---

Anmerkung. In Buchners Repertorium B. 10. S. 141 ist durch Druckfehler im Lavendelöl der Azotgehalt 13,07 angegeben, es muss aber heissen Sauerstoff 13,07 und Stickstoff 0,36.

*) Journ. d. pharm. Fev. 100. 824. daraus übersetzt in Trommsdorff, Neues Journ. B. 10 S. 2. 95.

Dämpfe, die sich auf der Oberfläche der Flüssigkeit verbreiteten und dann verschwanden. Bei der Untersuchung der Flüssigkeit fand man, dass sie wirklich salzsaures Ammoniak enthielt. Dieses beweisst, dass die Pflanze Chenopodium alidum während ihrer Vegetation ohne alle äussere Anregung Ammoniak aushaucht.

Gemeinschaftlich mit Boullay fand Chevallier, dass noch mehrere andere Blumen, selbst solche, welche sehr angenehm riechen, Ammoniak aushauchen.

Wenn einige Pflanzen schon während ihrer Vegetation Ammoniak ausdünsten: so darf es uns nicht wundern, wenn wir bei der Zerstörung vieler Pflanzen Ammoniak erhalten; viel früher jedoch als diese Versuche von Chevallier bekannt wurden, überraschte mich die Erscheinung eines stark alkalisch reagirenden Destillats vegetabilischer Körper, von denen man es gar nicht vermuthen sollte. So z. B. erhielt ich von der herba altheae und malvae ein stark alkalisch reagirendes Destillat, und in dem Halse der Retorte kohlensaures Ammoniak in Krystallen. Doch es dürfte nicht unwichtig seyn, die Versuche insbesonders anzuführen.

Bei den Getreidearten erhielt ich durch trockene Destillation auch kohlensaures Ammoniak; hier war es jedoch zu erwarten, da sie insgesammt Kleber, oder eine dem Kleber ähnliche Azothältige Substanz enthalten; allein bei der trockenen Destillation der Eibischwurzel überraschte mich das Erscheinen von Krystallen im Retortenhalse, welche Krystalle bei der Untersuchung als kohlensaures Ammoniak erkannt wurden.

Die radix althaeae dieses ersten Versuches war auf einem ehemaligen Kirchhofe gewachsen, es wäre daher möglich, dass der Ammoniakgehalt nur zufällig sich bei dieser Wurzel gefunden hätte; es wurde desswegen der Versuch mit Eibischwurzel aus der Gegend von Schweinfurt und aus Mähren wiederholt, aber auch hier zeigte sich eben so gut kohlensaures Ammoniak im Retortenhalse krystallisirt als im ersten Versuche. Der Azotgehalt der Eibischwurzel ist daher constant und keineswegs zufällig und vom Standorte abhängig. Als ich auch hierüber ältere Erfahrungen zu Rathe zog, fand ich, dass Hr. Link *) schon Ammoniak aus dem Eibischschleim durch trockene Destillation erhielt. Wenn aber Hr. Link glaubt, auch freies Ammoniak in der Flüssigkeit gefunden zu haben, so scheint es mir glaublicher, dass das Ammoniak, wo viele Kohlensäure sich bildet, sich mit derselben befindet, und noch in dieser Verbindung, wie bekannt, alkalisch reagirt.

Dass die in meinem Versuche erhaltenen Krystalle kohlensaures Ammoniak waren, zeigte das heftige Aufbrausen derselben bei Zusatz von stärkeren Säuren, ihre alkalische Reaction und die Ammoniakentwicklung beim Zusammenreiben mit Kalk.

Die brenzliche Flüssigkeit in der ersten Woulfeschen Flasche reagirte sauer, ein in Salzsäure getauchtes Glasstäbchen darüber gehalten, zeigte wie zu erwarten war, keine sichtbaren Dämpfe, welche jedoch bald zum Vorschein kamen, als Aetzkali hinzu gebracht wurde.

*) Schweigger's Journ. 13. 189.

Eine Portion gereinigter und zerschnittener Eibischwurzel wurde mit destillirtem Wasser von mittlerer Temperatur übergossen, das Ganze an einen mässig warmen Ort hingestellt; am zweiten Tage reagirte die über der zerschnittenen Wurzel stehende Flüssigkeit schon alkalisch, am achten Tage war auf der Oberfläche derselben ein Schaum bemerkbar und reagirte noch immer alkalisch. Ein Theil dieser kalten Infusion wurde bis zur Trockenheit abgedampft, der erhaltene Rückstand lösste sich zum Theil im Alkohol auf, und wurde daraus durch Wasser gefällt. Beim Verkohlen verbreitete er einen Geruch wie Mehl bei gleicher Behandlung. Selbst nach vier Wochen reagirte das Infusum noch akalisch, hatte zwar einen widrigen Geruch, aber keinen besondern Geschmack, und behielt immer die schleimige Consistenz. Jod bewirkte darin keine Veränderung, welches ganz mit Hrn. Hofr. Buchner's Beobachtungen übereinstimmt. *)

Ein bis zur Syrupsdicke eingekochtes Decoct der Eibischwurzel, welches mit dem kalten Aufguss zu gleicher Zeit gemacht und neben demselben hingestellt wurde, ward durch Jod blau gefärbt, reagirte am 4ten Tage sauer, nach vier Wochen aber vollkommen alkalisch und überzog sich mit einem Häutchen **). Dass die Eibischwurzel eine nicht unbeträchtliche

---

*) Repertorium f. d. Pharmacie B. 4. S. 393.

**) Als ich diese Arbeit vornahm war die chemische, Untersuchung der Eibischwurzel von Hrn. Leo Meyer im berlinischen Jahrbuch für Pharmacie B. 27 Abtheil. 2 S. 75 u. s. w. 826. noch nicht bekannt. Auch Faradoy's Versuche waren damahls noch nicht bekannt.

Menge **Azot**, vielleicht schon fertig gebildetes Ammoniak (höchst wahrscheinlich an eine Säure gebunden) in ihrer Mischung enthalte, geht aus dem Umstande hervor, dass sich fein zerstossen mit einem Brei von Aetzkalk zusammengerieben, Ammoniak entwickelt. Die Gegenwart des Ammoniaks beweist die blaue Färbung des durch Säure gerötheten Lackmuspapiers, wenn es über den Brei, ohne ihn zu berühren, gehalten wird, so wie die dichten weissen Dämpfe, welche ein in Salzsäure getauchter Glasstab bei seiner Annäherung zur Reibschale verbreitet. Selbst durch den Geruch bemerkt man hiebei Spuren von Ammoniak.

Es ist nicht wahrscheinlich, dass sich das Ammoniak aus dem Hydrogen des zersetzten Wassers oder der Pflanzensubstanz und dem Azot der atmosphärischen Luft erst umgebildet habe, wie in Faraday's *) Versuchen, indem dieser Hitze anwendete, welche bei meinen Versuchen gänzlich fehlte; überdiess wurde die Berührung mit Metallen als Electricitätserregern und Wasserzerlegung Bewirkern bei meinen Versuchen möglichst vermieden und die Mengung jedesmal in Serpentinmörsern oder Glasmörsern vorgenommen, so dass also an eine Wasserzersetzung nicht gedacht werden kann. Um jeden Einwurf ähnlicher Art im Voraus zu beseitigen, erlaube man mir, kurz mein Verfahren anzuzeigen.

Kalkhydrat wurde mit Wasser zu einem Brei angemacht, man bemerkte dabei durch Gefühl zwar

*) Annal de chimie et de phys. 28. 435 und Schweiggers Journ. 44. 342.

keine Temperaturerhöhung, dennoch blieb dieser Kalkbrei einige Zeit stehen, um die Temperatur der umgebenden Luft um so sicherer anzunehmen, und dann erst wurde er weiter angewendet. Ueberdiess zeigte ein mit Salzsäure benetztes Glasstäbchen nicht die geringste Erscheinung von weissen Dämpfen, und eben so wenig wurde rothes Lackmuspapier darüber gehalten im geringsten verändert; als eben das Pulver der Eibischwurzel hineingebracht wurde, entstanden nicht nur weisse Dämpfe, sondern das rothe Lackmuspapier wurde an den Rändern ebenfalls blau gefärbt zum deutlichen Beweise, dass jetzt Ammoniak sich entwickle.

Wenn v. Grotthuss *) glaubt, dass beim Löschen des Kalks Ammoniak gebildet werde aus dem Wasserstoff des zersetzt werdenden Wassers und aus dem Stickstoff der in den Zwischenräumen des Kalks und im Wasser selbst immer vorhandenen atmosphärischen Luft, und als Beweis für diese Annahme den Umstand anführt, dass der beim Löschen des Kalks entweichende Dunst blaue Pflanzenfarben in grün umwandle, also alkalisch reagire und wir kein anderes bei dieser Temperatur flüchtiges Alkali ausser den Ammoniak kennen: so dürfte diese Erscheinung auch so erklärt werden können, dass der beim Löschen des Kalks entstehende Wasserdampf feine Kalktheilchen mechanisch mit sich fortreisst, und dadurch die alkalische Reaction bewirkt. Dass dieser Fall indessen bei meinen Versuchen nicht Statt fand und nicht Statt finden konnte, indem schon ge-

*) Schweiggers Journ. 14. 126.

löschter Kalk, trocknes Kalkhydrat, und daraus mit der nöthigen Wassermenge bereiteter **Kalkbrei** angewendet wurde, beweist das oben angegebene Verhalten zu Genüge, wo der Kalkbrei allein keine Spur einer alkalischen Reaction bewirkte, welche aber bald, als das Eibischwurzelpulver zugesetzt worden war, erfolgte.

Auch **Faraday's** Beobachtungen von Ammoniakbildung, die Hr. Professor **Bischoff** *) schon gehörig würdigte, wird man mir hier nicht entgegen stellen wollen, ich kenne sie wohl und kann schlagende Beweise dagegen anführen. Denn als ich ganz **azotlose** Körper, als reines Amylum, Stärkmehl, Zucker und andere mit Kalkbrei zusammenrieb und wie bei den übrigen Versuchen feuchtes rothes Lackmuspapier lange Zeit darüber hielt, konnte ich nicht die **geringste Spur** einer **blauen** Färbung wahrnehmen, was doch hätte geschehen müssen, wenn das Ammoniak aus dem Hydrogen des Wassers oder der Pflanzensubstanz und dem Azot der atmosphärischen Luft erst gebildet würde, indem hier alle Umstände genau dieselben waren, wie bei der Radix althaeae und bei den folgenden Pflanzensubstanzen. Da hier aber kein Ammoniak zum Vorschein kam, so muss man glauben, dass es bei den übrigen Pflanzenkörpern, bei denen es sich bei gleicher Behandlung zeigt, entweder schon gebildet vorhanden ist, oder aus den Bestandtheilen derselben, wozu **Azot** gehört, erst gebildet werde, mithin auf diese Weise

---

*) Schweiggers Journ. 45 2. 204. u. s. f.

der Azotgehalt der Pflanzensubstanzen einigermassen zuverlässig bestimmt werden könne.

Endlich muss ich noch bemerken, dass ich 1 Theil reiner Eibischwurzel mit frisch gekochtem destillirten Wasser erst abgewaschen, dann mit 6 Gewichttheilen dieses Wassers in einer ebenfalls mit destillirtem Wasser gewaschenen gläsernen Retorte und Kolben kochen, und das übergehende Wasser auffangen liess. Das zuerst überdestillirte wenige Wasser (3 Drachmen beiläufig), hatte den Geruch und Geschmack, wie Althäa, und färbte darein getauchtes und darin gelassenes rothes Lackmuspapier nach kurzer Zeit (ungefähr 10 — 15 Minuten) schwach, jedoch deutlich bemerkbar blau. Wenn H. Meyer *) nicht ein gleiches Resultat erhielt, so scheint die von ihm angewendete Wassermenge zu gross, und dadurch das vorhandene Ammoniak zu sehr verdünnt gewesen zu seyn, indem er auf 4 Unzen Eibischwurzeln 3 Pfund Wasser goss, und 1 Pfund abdestillirte. Dass dem so sey, scheint auch der Umstand zu beweisen, dass die zweite Portion des überdestillirten Wassers (wieder ungefähr ½ Unze), auch in meinem Versuche alsogleich nicht mehr alkalisch reagirte, jedoch wurde der rothe Papierstreifen, der über Nacht in der Flüssigkeit blieb, am folgenden Morgen schwach blau gefärbt angetroffen.

Als Gegenprobe liess man ein Stückchen rothes Lackmuspapier durch 6 Stunden mit destillirtem Wasser in Berührung, man konnte aber keine Farbenveränderung bemerken. Man kann also nicht sagen, das ro-

*) Berliner Jahrb. f. d. Pharm. 27. Jahrg. 2. Abtheil. S. 97.

the Lackmuspapier wurde in den obigen Versuchen desswegen wieder blau, weil das Wasser die Essig- oder Salzsäure, welche angewendet wurde, um das blaue Lackmuspapier roth zu machen, aufgenommen hat, sondern es ist wahre alkalische Reaction.

Das erhaltene sehr schleimige und consistente Decoct, welches mit Jod sich blau färbte, reagirte auf Lackmuspapier zwar weder sauer noch alkalisch, allein mit Kalkbrei (zu welchem destillirtes Wasser genommen war), zusammengerieben, färbte sich darüber gehaltenes befeuchtetes rothes Lackmuspapier nach einigen Minuten an den Rändern deutlich, wiewohl schwach, blau.

Ich glaube die Einwürfe, die man mir allenfalls machen könnte, durch das Vorausgeschickte gehoben zu haben, und gehe zur Aufzählung der bei andern Pflanzenkörpern enthaltenen Resultate.

Dass die Herba althaeae nun ebenfalls in Untersuchung genommen wurde, ist natürlich. Ein halbes Pfund, (8 Unzen,) wurde mit destillirtem Wasser gewaschen, getrocknet, und einer trockenen Destillation unterworfen. Im Vorstosse fand sich ein dickes, zähes, brandiges Oehl und kohlensaures Ammoniak krystallisirt. In der ersten Woulfe'schen Flasche war eine gelbe, brandig riechende Flüssigkeit, welche ganz alkalisch reagirte.

Ich gestehe, dass mich diese alkalische Reaction überraschte. Dass sie vom kohlensauren Ammoniak herrührte, zeigte das heftige Aufbrausen, welches auf Zusatz von Salpetersäure erfolgte, und das Entweichen von Ammoniak auf Zusatz von Aetzkalk oder Kali.

In der brandigen ammoniakalischen Flüssigkeit schwammen grosse gelbbraune Oehlflocken. Das ungewaschene Eibischkraut gab ganz dieselben Resultate.

Im Serpentinmörser zum feinen Pulver *) zerrieben, und Kalkbrei dazu gebracht, färbte sich rothes befeuchtetes Lackmuspapier darüber gehalten, in kurzer Zeit an den Rändern blau. Als ein in Salzsäure getauchter Glasstab darüber gehalten wurde, entstanden dichte weisse Dämpfe, Salmiak. Diese Versuche bestätigen sich mithin wechselseitig.

Die Flores althaeae wurden nicht destillirt; mit Kalkbrei zusammengerieben, färbten die entweichenden Dämpfe das rothe Lackmuspapier erst nach einiger Zeit schwach blau. Bei Annäherung eines mit Salzsäure befeuchteten Glasstabes zeigten sich wohl auch Dämpfe, welche jedoch nicht so dicht waren, als die bei dem Kraut.

Die Blätter der Käsepappel, Malva sylvestris et rotundifolia (8 Unzen), verhielten sich bei der trockenen Destillation, wie das Eibischkraut, nur mit dem Unterschiede, dass die Menge des krystallisirten kohlensauren Ammoniaks in dem Vorstosse bei der Käsepappel noch mehr betrug; und die brandige Flüssigkeit aus der ersten Flasche mit Salpetersäure übergossen, noch mehr und länger anhaltend aufbrauste.

In der brandigen Flüssigkeit fand sich eine gelb-

---

*) Wo in der Folge Versuche mit Kalkbrei vorkommen, wurde jedesmal die Pflanzensubstanz als sehr feines Pulver angewendet. Pl.

braune Substanz, welche theils in der Flüssigkeit schwamm, theils in Stücken auf dem Boden lag.

Mit destillirtem Wasser gekocht, färbte das Destillat (besonders der ersten übergehenden Portionen), rothes Lackmuspapier in 10 — 15 Minuten deutlich schwach blau, während destillirtes Wasser die Farbe des Lackmuspapiers nicht im geringsten veränderte.

Das Decoct reagirte weder sauer noch alkalisch, und zeigte mit Jod geprüft, keinen Amylumgehalt.

Mit Kalkbrei zusammengebracht, färbte sich das darüber gehaltene rothe Lackmuspapier noch viel eher, und stärker blau, als bei dem Eibischkraut; ein in verdünnte Salzsäure getauchter Glasstab der Reibschale genähert, bewirkte sehr dichte weisse Dämpfe.

Die Flores Malvae wurden einer trockenen Destillation zwar nicht unterworfen, verhielten sich aber gegen den Kalkbrei wie die Blätter, nur schienen die weissen Dämpfe mit Salzsäure noch dichter, und das rothe Lackmuspapier noch schneller sich blau zu färben, als bei den Blättern.

Bei der trockenen Destillation des Wollkrautes, Verbascum Thapsus, fand man in dem Retortenhalse und im Vorstosse ein braunes dickflüssiges Oehl und kohlensaures Ammoniak in Krystallen. Die brandige Flüssigkeit in der ersten Flasche reagirte sauer, und ein Klumpen eines theerartigen Oehles lag zu Boden. Mit Kalk fein gerieben und Salzsäure darüber gehalten, entstanden weisse Dämpfe, welche weniger dicht waren, als bei den Eibischblättern; diesen entsprechend, brauchte auch das rothe Lackmuspapier etwas länger, bis es schwach blau wurde.

Flores Verbasci gaben bei der trockenen De-

stillation eine brandige sauer reagirende Flüssigkeit, welche mit Aetzkali versetzt und Salzsäure darüber gehalten, nur wenige Dämpfe verbreitete. Im Retortenhalse und dem Vorstosse war keine Spur von krystallisirtem kohlensauren Ammoniak. Als der Vorstoss mit destillirtem Wasser ausgewaschen wurde, reagirte die Flüssigkeit weder sauer noch alkalisch, mit Aetzkali und Salzsäure erscheinen jedoch einige wenige Dämpfe.

Das Pulver davon mit Aetzkalk gerieben, brauchte, um rothes Lackmuspapier schwach blau zu machen, verhältnissmässig ziemlich lange. Die bei Annäherung von Salzsäure entstehenden Dämpfe waren nicht sehr intensiv.

Man sieht ohne Erinnerung, dass auch hier die Resultate der trockenen Destillation ziemlich gut mit den Ergebnissen des Kalkbreies übereinstimmen.

Die Flores meliloti (Melilotus officinalis), wurden einer trockenen Destillation nicht unterworfen; mit Kalkbrei gerieben, zeigte Salzsäure sehr viele weisse Dämpfe, und feuchtes rothes Lackmuspapier wurde sehr bald blau gefärbt.

Die herba meliloti zeigte dieselben Erscheinungen, nur viel schwächer.

Die Blätter des Huflattigs (Tussilago farfara), gaben mit Kalkbrei gerieben, sichtbare Dämpfe, rothes Lackmuspapier wurde nur nach längerer Zeit schwach blau gefärbt. *)

---

*) Bei dieser Gelegenheit muss ich bemerken, dass ich in den meisten Fällen bei Annäherung der verdünnten nicht dampfenden Salzsäure mittelst eines damit benetzten Glasstabes Dämpfe zum Vorschein kommen sah; allein sie unterschieden sich

Salepwurzel (Orchis morio et mascula), zeigte sowohl bei der trockenen Destillation als bei der Behandlung mit Kalkbrei einigen Azotgehalt, jedoch viel weniger als die Eibischwurzeln.

Süssholzwurzel (8 Unzen Glycyrrhiza glabra), zeigte bei der trockenen Destillation im Vorstosse einen kleinen Anflug von kohlensaurem Ammoniak, mit destillirtem Wasser ausgewaschen, reagirte dieses alkalisch, brauste mit Salzsäure übergossen, und verbreitete dichte weisse Dämpfe. Auch die saure Flüssigkeit in der ersten Vorlage gab beim Zusatz von Aetzkali mit Salzsäure Dämpfe. Die rückständige Kohle wog 2 Unzen und 3 Drachmen.

Mit Kalkbrei gerieben, entwickelte sich ein Geruch nach Ammoniak; Salzsäure in die Nähe gebracht, verursachte sehr viele und sehr dichte weisse Dämpfe. Rothes Lackmuspapier wurde in wenigen Augenblicken so weit es feucht war, blau.

Hier hat der Kalkbrei einen grössern Ammoniakgehalt nachgewiesen, als die trockene Destillation, was sich einigermassen zu widersprechen scheint; höchst wahrscheinlich liegt aber die Ursache dieser Verschiedenheit in der Wurzel selbst.

Polypodium vulgare, Steinwurzel, gab bei

---

sehr wesentlich von einander. Bei denjenigen Pflanzensubstanzen, wo das befeuchtete rothe Lackmuspapier gar nicht verändert wurde, waren diese Dämpfe nur wenig sichtbar, konnten nur in gewissen Richtungen gegen das Fenster bemerkt werden, und waren, wenn ich mich dieses Ausdruckes bedienen darf, gleichsam körperlos, wie z. B beim Amylum. Bei jenen Pflanzenstoffen aber, bei welchen das rothe Lackmuspapier blau gefärbt wurde, waren sie mehr oder weniger weiss, dicht, und deutlich sichtbar.

trockener Destillation keine Krystalle, das Auswaschwasser des Vorstosses reagirte nicht alkalisch, gab aber mit Kali und Salzsäure weisse Dämpfe; eben so verhielt sich die saure Flüssigkeit in der Vorlage. Von den angewendeten 8 Unzen wog die Kohle 2 Unzen, 1 Drachme.

Mit Kalkbrei behandelt, wurde das rothe Lackmuspapier erst nach einigen Minuten an den Rändern schwach blau gefärbt; Salzsäure verursachte wenige lichte leichte Dämpfe.

Die Manna blähte sich zu Anfang der Destillation sehr auf. Im Vorstosse zeigten sich keine Krystalle, das Auswaschwasser reagirte auch nicht alkalisch, verbreitete aber mit darüber gehaltener Salzsäure auf Zusatz von Aetzkali einige Dämpfe. Eben so verhielt sich die saure Flüssigkeit aus der ersten Flasche. Der kohlige Rückstand von 8 Unzen wog 1 Unze und 6 Drachmen. Mit Kalkbrei zusammengebracht, wurde dieser dünnflüssiger als er vorher war, doch nicht so dünnflüssig als wie beim Rohrzucker. Salzsäure zeigte keine Spur von Dämpfen, und rothes feuchtes Lackmuspapier wurde auch nach längerer Zeit nicht im Geringsten in der Farbe verändert.

Es frägt sich, ob bei diesem Flüssigwerden keine Temperatur-Erniedrigung eintritt? Diessmal konnte ich mit dem Thermometer keinen Unterschied finden, vielleicht war die Menge zu gering. Vielleicht zeigt sich eine Differenz in der Temperatur, wenn mit grösserer Masse gearbeitet wird.

Als Milchzucker, sacharum lactis, der zerstörenden Destillation unterworfen wurde, kamen im Vorstoss keine Krystalle zum Vorschein, das Ausspülwas-

wasser reagirte nicht alkalisch, und gab mit Aetzkali und Salzsäure keine Dämpfe. Eben so verhielt sich die saure Flüssigkeit aus der ersten Woulfe'schen Flasche. Die Kohle von 4 Unzen Milchzucker betrug 1½ Unzen.

Als feines Pulver mit Kalkbrei zusammen gerieben wurde, wurde das Gemenge anfangs dünnflüssig, später ein wenig consistenter. Salzsäure darüber gehalten, zeigte gar keine sichtbaren Dämpfe; rothes Lackmuspapier wurde auch nach längerer Zeit gar nicht verändert.

Da Faraday ausdrücklich bemerkt, dass er bei seinen Versuchen auch aus dem Zucker Ammoniak erhalten habe, so wurde auch reiner weisser Zucker mit Kalkbrei abgerieben; das Ganze war erst dünnflüssig, schnalzte beim Umrühren, war stark klebend, später nahm es ziemliche Consistenz an, wurde sogar etwas hart, und hinzugebrachtes Wasser löste es nicht leicht auf. Mit wenig Wasser übergossen, war es selbst nach 24 Stunden noch nicht aufgeweicht. Beim Trocknen wurde es spröde. Salzsäure verursachte gar keine Dämpfe, und rothes Lackmuspapier veränderte nach langer Zeit seine Farbe gar nicht. Es ist also hier gar keine Spur von Ammoniak zum Vorschein gekommen.

Arabisches Gummi (8 Unzen), gab bei der trockenen Destillation eine saure Flüssigkeit, welche mit Aetzkali versetzt, und Salzsäure darüber gehalten, Dämpfe verbreitete. Mit Kalkbrei gerieben, entstanden bei Annäherung der Salzsäure nur wenig kaum bemerkbare Dämpfe; rothes Lackmuspapier wurde gar nicht blau. Der Brei wurde dünnflüssig.

Traganthgummi verhielt sich bei der trockenen Destillation wie arabisches Gummi. Mit Kalkbrei entstand ein consistenter Teig. Lackmuspapier färbte sich erst nach vielen Minuten an den Rändern schwach blau; und mit Salzsäure entstanden wenige leichte Dämpfe.

Stärkmehl, Amylum, wurde, um den Kleber gänzlich zu entfernen, mit Essigsäure behandelt, gut gewaschen und getrocknet. Vier Stunden nach dem Anfange der Destillation fing die übergehende Flüssigkeit an, sich braun zu färben, und einige Stunden später zeigten sich häufige weisse Dämpfe in dem Vorstoss und in der ersten Flasche. Im Vorstosse und in der lichtbraunen sauren Flüssigkeit der ersten Flasche, auf deren Boden sich eine dicke schmierige braune Masse befand, zeigte sich keine Spur von Ammoniak. Mit Kalkbrei gerieben, erschienen mit Salzsäure nur wenige kaum sichtbare Dämpfe, und rothes Lackmuspapier behielt seine Farbe ganz unverändert. Gerade so verhielt sich auch das geröstete Stärkmehl mit Kalkbrei.

Als 8 Unzen **Arow-root** trocken destillirt wurden, destillirte anfangs eine wasserklare Flüssigkeit über, allmählig färbte sie sich gelb. Die saure Flüssigkeit der ersten Vorlage enthielt am Boden ein schmierig braunes Oel und verbreitete mit Aetzkali und Salzsäure einige Dämpfe. Mit Kalkbrei zeigte Salzsäure wenige leichte lichte Dämpfe, und rothes Lackmuspapier wurde erst nach vielen Minuten an den Rändern wenig bemerkbar bläulich gefärbt.

Die **Klettenwurzel** (Radix cardanae), lieferte bei der trockenen Destillation im Retortenhalse zwar

keine Ammoniakkrystalle, allein das Wasser, mit welchem der Vorstoss ausgewaschen wurde, reagirte alkalisch, und gab mit Salzsäure weisse Dämpfe. Die saure Flüssigkeit in der ersten Flasche bewirkte nach Zusatz von Aetzkali und Annäherung von Salzsäure weisse Dämpfe. Die rückständige Kohle wog 2 Unzen und 7 Drachmen.

Mit Kalkbrei behandelt entstanden bei Annäherung der Salzsäure schnell dichte weisse Dämpfe und rothes Lakmuspapier färbte sich blau.

Die Wurzel von Symphytum officinale gab bei der trockenen Destillation so wie alle Vorhergehenden anfangs eine klare wässerige Flüssigkeit, welche sich nach einigen Stunden braun färbte. Die von 8 Unzen rückständige Kohle wog 3 Unzen. Im Vorstosse waren Krystalle von kohlensaurem Ammoniak, und die in der ersten Flasche befindliche gelbbraune Flüssigkeit reagirte stark alkalisch. Mit Kalkbrei gerieben färbte sich rothes Lackmuspapier schnell und blau, und Salzsäure verbreitete viele dichte weisse Dämpfe.

8 Unzen der Seifenkrautwurzel (Saponaria officinalis) der trockenen Destillation unterworfen, gaben im Vorstosse keine Krystalle. Das Wasser, womit der Vorstoss ausgewaschen wurde, reagirte nicht alkalisch; die Flüssigkeit der ersten Flasche färbte blaues Lackmuspapier roth, verbreitete jedoch mit Aetzkali gesättigt mit Salzsäure Dämpfe. Der Kohlenrückstand wog 2 Unzen 3 Drachmen.

Mit Kalkbrei entstanden bei genäherter Salzsäure weissliche Dämpfe und rothes Lackmuspapier färbte sich bläulich.

Herba Saponariae wurde ebenfalls einer zerstörenden Destillation unterworfen. Anfangs ging eine farbenlose und sauer reagirende Flüssigkeit über, in der 3ten Stunde färbte sie sich gelb und reagirte vollkommen alkalisch. (Die Untersuchung geschah durch die Sicherheitsröhre). Zugleich ging eine zähe brenzliche Substanz über (Oehl), welche den Vorstoss verstopfte und erwärmt werden musste, um sie wieder flüssig zu machen, und in die erste Vorlage zu bringen.

Im Vorstosse waren häufige Krystalle von kohlensaurem Ammoniak, welche mit Salzsäure stark aufbrausten. Die Flüssigkeit der ersten Vorlage reagirte stark alkalisch.

Die von 8 Unzen rückständige Kohle, welche ein sehr schönes pfauenschweifiges Farbenspiel zeigte, wog 2 Unzen und 1½ Drachmen.

Mit Kalkbrei zusammengerieben zeigte Salzsäure dichte weisse Dämpfe und feuchtes rothes Lackmuspapier wurde bald blau.

Die Wurzel von Triticum repens, Gramen, lieferte bei der trockenen Destillation in der ersten Flasche eine saure Flüssigkeit, welche aber mit Aetzkali und Salzsäure weisse Dämpfe ausstiess. In dem Vorstosse befanden sich einige Krystalle von kohlensaurem Ammoniak. Die von 8 Unzen zurückgebliebene Kohle wog 2 Unzen und 10 Scrupel. Mit Kalkbrei vermengt nahm das rothe Lackmuspapier darüber gehalten in wenigen Minuten eine blaue Färbung an. Salzsäure genähert bewirkte ziemlich viele weisse Dämpfe.

Bei der zerstörenden Destillation der Wurzel

des **Leontodon Taraxacum** fand man zwar im Vorstosse keine Krystalle, das Wasser aber, mit welchem der Vorstoss ausgespült wurde, reagirte alkalisch. Die saure Flüssigkeit in der ersten Vorlage gab mit Salzsäure bei der Sättigung mit Aetzkali weisse Dämpfe von sich. Der kohlige Rückstand von 8 Unzen Wurzel betrug 2½ Unzen. Mit Kalkbrei gerieben entstanden dichte weisse Dämpfe, und das rothe Lackmuspapier färbte sich blau.

Das **Kraut** vom Löwenzahn wurde nicht destillirt; mit Kalkbrei gerieben zeigten sich weisse Dämpfe und das rothe Lackmuspapier wurde bei längerem Darüberhalten blau.

Die Wurzel von **Cichoreum Intybus** gab im Vorstoss keine Krystalle und dass Wasser, mit welchem derselbe ausgespült wurde, zeigte nur Spuren von alkalischer Reaction. Die saure Flüssigkeit der ersten Flasche gab mit Aetzkali und Salzsäure weisse Dämpfe. Von 8 Unzen betrug die Kohle 2 Unzen 3 Drachmen.

Mit Kalkbrei gerieben erhielt das feuchte rothe Lackmuspapier nach einigen Minuten an den Rändern eine schwache blaue Färbung. Salzsäure verbreitete sichtbare doch leichte Dämpfe.

Die Wurzel der **Iris florentina** gab mit Kalkbrei und Salzsäure nur wenige Dämpfe und rothes Lackmuspapier wurde erst nach vielen Minuten schwach blau.

Bei der trockenen Destillation von **Sassaparilla**, Smilax Sassaparilla, destillirte anfangs eine wasserhelle Flüssigkeit über, welche nach 3 Stunden sich gelb und endlich röthlich färbte. Im Vor-

stosse befanden sich einige kleine Krystalle von kohlensaurem Ammoniak. In der ersten Vorlage war eine röthliche Flüssigkeit, welche sauer reagirte, mit Aetzkali und Salzsäure aber weisse Dämpfe verbreitete.

Mit Kalkbrei zusammengebracht gab Salzsäure dichte weisse Dämpfe, darüber gehaltenes feuchtes durch Säuren geröthetes Lackmuspapier ward bald deutlich blau, Rosenpapier grün, und Curcumapapier schwach bräunlich; jedoch war die Reaction damit zweideutig. Ueberhaupt überzeugte ich mich bei diesen Versuchen zu wiederholten Malen, dass das Lackmuspapier sowohl das blaue als das durch Säure geröthete auf Säuren und Alkalien sehr empfindliche Reagentien sind, und die Anzahl der in der neuesten Zeit gerühmten andern Pflanzenpigmente an Empfindlichkeit bei weitem übertreffen und sie daher ganz entbehrlich machen.

Die Wurzel des Sandriedgrases, Carex arenaria, zeigte während der trockenen Destillation in Hinsicht der übergehenden Flüssigkeit dieselben Erscheinungen wie die Sassaparille, allein im Vorstosse waren keine Krystalle sichtbar, und auch das Wasser, mit welchem der Vorstoss ausgespült worden, zeigte nur Spuren von alkalischer Reaction. Die saure Flüssigkeit in der ersten Flasche mit Aetzkali versetzt, verbreitete weisse Dämpfe, als ihr ein in Salzsäure getauchter Glasstab genähert wurde.

Um zu sehen, ob bei dem Zusammenreiben der Pflanzenstoffe nicht etwa Temperaturerhöhung Statt finde, wurde hier absichtlich die Temperatur des Kalkbreies gesucht, und 18° C gefunden, gleich der

Zimmertemperatur; nachdem das feine Pulver der Carex arenaria mit dem Kalkbrei schnell zusammengerieben war, zeigte das Thermometer genau wieder 18° C.

Salzsäure darüber gehalten brachte lichte leichte Dämpfe zum Vorschein, Lackmuspapier wurde erst nach mehreren Minuten an den Rändern schwach blau gefärbt.

Nach der Destillation von 8 Unzen China regia fand man im Vorstoss keine Krystalle, und die saure braun gefärbte Flüssigkeit in der ersten Flasche zeigte mit Aetzkali und Salzsäure Spuren von Ammoniak. Die Kohle wog 2 Unzen 6 Drachmen und 8 Gran.

Kalkbrei bestätigte die Aussage der trockenen Destillation dadurch, dass rothes feuchtes Lackmuspapier darüber gehalten in wenigen Minuten an den Rändern schwach aber deutlich blau gefärbt wurde und genäherte Salzsäure lichte Dämpfe hervorbrachte.

Die Galgantwurzel, Maranta Galanga, gab anfangs eine wasserklare, später dunkler gefärbte Flüssigkeit, im Vorstoss fanden sich keine Krystalle, aber mit Wasser ausgespült reagirte dieses alkalisch und verbreitete mit Salzsäure weisse Dämpfe. Die saure Flüssigkeit in der ersten Vorlage gab mit Aetzkali versetzt und Salzsäure genähert ebenfalls Dämpfe. Die Kohle (von 8 Unzen) wog 2 Unzen und 6 Drachmen.

Mit Kalkbrei gerieben färbte sich das darüber gehaltene rothe Lackmuspapier in wenigen Minuten sichtbar blau, mit Salzsäure entstanden ziemlich viele weissliche Dämpfe.

Die jetzt folgenden Körper wurden bloss mit Kalkbrei untersucht.

Die Herba Gaceae, Viola tricolor, verbreitete mit Salzsäure weisse Dämpfe, und rothes Lackmuspapier färbte sich nach und nach blau.

Das Kraut der Atropa Belladonna gab mit Salzsäure weisse Dämpfe, und färbte das rothe Lackmuspapier etwas langsam blau. Eben so verhielten sich die Blätter von der Digitalis purpurea.

Die Wurzel der Belladonna verbreitete mit Kalkbrei gerieben, einen deutlichen Ammoniakgeruch, und mit Salzsäure viele dichte weisse Dämpfe; rothes Lackmuspapier wurde bald blau. Sie kommt in diesem Verhalten der Süssholzwurzel sehr nahe.

Das Kraut von Hyoscyamus niger verbreitete mit Salzsäure viele dichte weisse Dämpfe, und rothes Lackmuspapier färbte sich bald blau.

Die Wolverleiblüthen (Arnica montana), gaben mit Kalkbrei gerieben bei Annäherung der Salzsäure schwache weisse Dämpfe, und das Lackmuspapier wurde nur nach längerer Zeit schwach blau gefärbt.

Die Arnikawurzel verbreitete mit Kalkbrei gerieben und Salzsäure in die Nähe gebracht, dichte weisse Dämpfe, und rothes Lackmuspapier färbte sich in kurzer Zeit blau; doch nicht so schnell wie bei der Belladonnawurzel.

Die Wurzel der Polygala Senega gab mit Salzsäure nur wenige Dämpfe, und rothes Lackmuspapier wurde nur erst nach vielen Minuten schwach blau. Eben so verhielt sich die Wurzel der Polygala vulgaris, und die Wurzel von Filix mas (aspidium F. m.).

Die Wurzel von Ononis spinosa verbreitete

mit Kalkbrei gerieben, bei genäherter Salzsäure viele dichte weisse Dämpfe, und das rothe Lackmuspapier färbte sich schnell blau.

Die Blätter von Uva ursi mit Kalkbrei gerieben, gaben anfangs einen gelben, später braunen Brei, mit Salzsäure entstanden nur wenige Dämpfe, und rothes Lackmuspapier wurde erst nach längerer Zeit (vielen Minuten), sehr schwach blau.

Wie die Blätter der Uva ursi verhielten sich auch die Blätter von Trifolium fibrinum mit Kalk gerieben gegen Salzsäure und rothes Lackmuspapier.

Um zu erfahren, ob die Ammoniakentwicklung bei den angeführten Pflanzensubstanzen vom Kleber- und Eiweissgehalt abhängig sey, und davon herrühre, behandelte ich diese beiden Stoffe ebenfalls mit Kalkbrei, und erhielt folgende Antwort:

Frischer Kleber mit Kalkbrei abgerieben, brachte nur eine geringe Farbenveränderung bei dem befeuchteten rothen Lackmuspapier hervor, und benöthigte dazu viele Minuten. Salzsäure darüber gehalten, gab zwar Dämpfe, aber sie waren licht.

Frisches Eiweiss mit Kalk abgerieben, veränderte die Farbe des rothen Lackmuspapiers gar nicht im geringsten, und Salzsäure brachte nur wenige kaum bemerkbare Dämpfe zum Vorschein.

Wenn man bei den vorhergehenden Versuchen die Resultate der zerstörenden Destillation mit dem Verhalten derselben Pflanzenstoffe zum Kalkbrei vergleicht; so sieht man bei unbefangener Betrachtung, dass die Ergebnisse beider Versuche sich in den meisten Fällen wechselseitig bestätigen, was um so beweisender erscheint, da die trockenen Destillationen

und die Versuche mit dem Kalkbrei zu verschiedenen Zeiten und mit verschiedenen Pflanzensubstanzen angestellt wurden. Die wenigen Abweichungen dürften nicht so sehr dem Experimente und einem Beobachtungsfehler, als vielmehr der Verschiedenheit der Pflanzenstoffe selbst, indem sie in verschiedenen Jahren und in verschiedenen Gegenden wachsen, zuzuschreiben seyn; da es ja durch mehrfältige Erfahrungen bekannt ist, welch grosser Unterschied bei derselben Pflanze oft Statt findet, je nachdem sie vor, während oder nach der Blüthe u. s. w. gesammelt wird, und ich die angewendeten Pflanzen nicht selbst sammelte, sondern kaufte.

Zugleich zeigt das Verhalten des Klebers und des Eiweisses zum Kalkbrei, dass die Entwickelung des Ammoniaks bei den untersuchten Pflanzenstoffen von dem Kleber- oder Eiweissgehalt derselben nicht abhängig sey. Einen weitern Schluss will ich mir vor der Hand nicht erlauben, so nahe er auch zu liegen scheint, bis ich vielleicht Thatsachen werde anführen können.

II. Untersuchungen über die Länge des Secundenpendels in verschiedenen Breiten, und die davon hergeleitete Ellipticität der Erde, nach Ivory.

Ivory hat in den Monatsheften Juli, August, October und Nov. des Philosophical Magazine and Journal

sätze über die Elliptiсität der Erde, in so fern sie aus Pendelbeobachtungen abgeleitet wird, und über die Methode, eine Formel für die Länge des Secundenpendels in verschiedenen Breiten aus Pendelbeobachtungen herzuleiten, mitgetheilt, die den Leser um so mehr interessiren müssen, als dieser Gegenstand durch Freycinets, Katers und Sabines Arbeiten an Wichtigkeit gewonnen hat, und er vielleicht zur Beantwortung der Frage führen kann, ob Pendelbeobachtungen einen sicheren Schluss über die Gestalt der Erde zu machen erlauben, als die ohne Vergleich kostbareren directen Messungen am Erdkörper. Desshalb mag eine gedrängte Darstellung von Ivory's Untersuchungen hier Platz finden.

Die Gestalt einer flüssigen Masse, die aus sich gegenseitig anziehenden Theilen besteht, übrigens aber nicht von äusseren Kräften afficirt wird, lässt sich auf mathematischem Wege bestimmen, sowohl für den Fall, wo sie in Ruhe ist, als auch für den, wo sie sich um eine Axe dreht, und daher zu den vorigen Kräften noch die Fliehkraft kommt. Man weiss, dass eine flüssige Masse, deren Theile sich mit einer Kraft anziehen, die wächst, wie das Quadrat ihrer Entfernung abnimmt, und die zugleich der Fliehkraft unterliegt, zur Erlangung des Gleichgewichtes die Gestalt eines Sphäroides annehmen muss, welches durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe entstanden, gedacht werden kann. Stellt man sich die Erde vor, als bestehend aus concentrischen Schichten von verschiedener Dichte, so muss die unterste Schichte, oder der Kern, auch diese Gestalt haben, falls sie einst

flüssig war. Weicht dieser Kern nicht viel von der Gestalt einer Kugel ab, so wird die Oberfläche der ihn bedeckenden flüssigen Schichten ein länglichtes Sphäroid seyn. Für dieses gibt I v o r y ohne weitere Deduction eine Formel an, welche selbst noch die zweiten Potenzen der Ellipticität in sich fasst, und aus welcher er für die Schwere g in der Breite λ die Gleichung findet, auf die es im Verlauf seiner Arbeit ankommt:

$$g = G\left\{1 + \left(\frac{5}{2}\varphi - \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2} - \frac{17}{14}\varphi\varepsilon + \frac{5}{2}A\varepsilon^2\right)\sin^2\lambda + \left(\frac{\varepsilon^2}{8} - \frac{5}{8}\varphi\varepsilon - \frac{105}{16}A\varepsilon^2\right)\sin^2 2\lambda\right\}. \quad (1)$$

In dieser Formel bedeutet G die Schwere am Aequator, φ das Verhältniss der Fliehkraft am Aequator zur Schwere, mithin $\frac{1}{289}$, und $\frac{5}{2}\varphi = 0.00865$; ferner A eine unbekannte Function der Umdrehungsaxe des Sphäroides, und ε den Werth der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{e}{2} - \frac{e^2}{8} - \frac{5}{16}Ae^2 \quad (2)$$

in welcher e die doppelte Excentricität anzeigt.

I v o r y substituirt in diese Formel die Ergebnisse der Versuche über die Länge des Secundenpendels, die S a b i n e an 6 Stationen von Maranham bis Spitzbergen angestellt hatte, und fand, dass man die zweiten Potenzen der Excentricität vernachlässigen kann, weil diese die gefundenen Zahlen, in denen die Pendellänge das einzige von der Erfahrung abzunehmende Argument ist, erst von der 4ten Decimalstelle angefangen, ändern, während es sich aus einer Vergleichung der besten Beobachtungen über diese Länge er-

gibt, dass auch diese, falls sie in englischen Zollen ausgedrückt wird, nur bis in die vierte Decimalstelle als ganz richtig angesehen werden kann. Ivory vernachlässiget daher auch die zweiten Potenzen der Ellipticität, und findet diese nach zwei verschiedenen Methoden, mit Hülfe drei verschiedener Reihen von Pendelbeobachtungen.

I.

Methoden zur Bestimmung der Ellipticität der Erde aus der Länge des Secundenpendels.

1.

Vernachlässigt man in der Gleichung (1) die mit ε^2 multiplicirten Glieder, und setzt für ε die Grösse e, so findet man

$$g = G\left(1 + \left(\frac{5\varphi}{2} - e\right)\sin^2\lambda\right)$$

oder
$$e\sin^2\lambda = 1 + \frac{5\varphi}{2}\sin^2\lambda - \frac{g}{G}$$

Heisst man L und l die Länge des Secundenpendels am Aequator und in der Breite λ, und bedenkt, dass für gleichzeitig schwingende Pendel diese Längen der Schwere proportionirt sind; so bekommt man

$$e\sin^2\lambda = 1 + \frac{5\varphi}{2}\sin^2\lambda - \frac{l}{L} \quad (3)$$

und
$$e = 0.00865 - \frac{l - L}{L\sin^2\lambda} \quad (4)$$

Bedeuten l′ und λ′ dasselbe für einen zweiten Ort, was l und λ für den ersten bezeichneten, so bekommt man:

$$e.\sin^2\lambda' = 1 + \frac{5\varphi}{2}\sin^2\lambda' - \frac{l'}{L}$$

und aus dieser Gleichung und (3) nebst der Voraussetzung, dass $\frac{l}{l'} = r$ gesetzt wird

$$e = 0.00865 - \frac{r - 1}{\sin^2\lambda - r\sin^2\lambda'} \quad (5)$$

Zur Bestimmung der Grösse L in (4) dient die Beobachtung Sabine's, dass in Maranham in der Breite von 2° 31′ 43″ $l' = 39.01214$ Z. ist. Da nun die Differenz zwischen der Länge am Aequator und an einem Pol gewiss nicht grösser ist, als 0.21 Z. oder kleiner als 0.2 Z., so hat man

$$l' = L + 0.2\sin^2\lambda' = L + 0.00039$$

und hieraus $L = 39.01175$.

Zur Bestimmung der Ellipticität mögen nun zuerst die Beobachtungen von Sabine dienen, die er vom Aequator bis zu einer Breite von 80° angestellt hat. Folgende Tafel giebt sowohl diese Resultate, als auch die Ellipticitäten, wie sie sich durch Combination der nebeneinander stehenden Stationen nach (4) ergeben:

Station		Breite	Pendellänge in Zoll	Ellipticität
St. Thomas		0°. 24′ 41″ N	39.02074	
Maranham		2 31 43 S	39.01214	
Ascension		7 55 48 S	39.02410	
Sierra Leone		8 29 28 N	39.01997	
Trinidad		10 38 56 N	39.01884	
Bahia		12 59 21 S	39.02425	
Jamaika		17 56 7 N	39.03510	
Maranhan und	Neu-York	40 42 43	39.10168	0.00325
	London	51 31 8	39.13910	332
	Drontheim	63 25 54	39.17456	343
	Hammerfest	70 40 5	39.19519	337
	Grönland	74 32 19	39.20335	336
	Spitzbergen	79 49 58	39.21469	328
			Mittelwerth	0.00333
Neu-York und Spitzbergen				0.00332
Sierra Leone und	Grönland			347
	Spitzbergen			338
Trinidad und	Grönland			337
	Spitzbergen			328
Bahia und	Grönland			344
	Spitzbergen			334
Jamaika und	Grönland			348
	Spitzbergen			359

Weil die Breitenunterschiede der Stationen von St. Thomas bis inclusive Jamaika sehr gering sind, und daher auch die Differenzen der Pendellängen sehr klein ausfallen; so kann man sie nicht mit Sicherheit zur Berechnung der Ellipticität benützen, ja selbst die ersteren zur dieser Berechnung benützten geben ziemlich ungleiche Resultate, wovon nach Ivory's Meinung Localeinflüsse auf das Pendel Schuld sind.*)

---

*) Sabine hat in seinem Werke: On account of experiments to determine the figure of the earth. London 1825, die Einwirkung localer Störungen des von der Gestalt der Erde abhäu-

Die ersteren, welche im Mittel eine Ellipticität von 0.00533 geben, harmoniren am besten mit einan-

---

genden Gesetzes der Schwere in verschiedenen Breiten selbst nachgewiesen. Er hat die durch Versuche gefundene Länge des Secundenpendels in den vorher aufgezählten Stationen auf die Meeresfläche reducirt, hieraus nach der Methode der kleinsten Quadratsummen den Ausdruck für die Länge des Secundenpendels in jeder Breite abgeleitet, und nach dieser Formel wieder die Pendellänge in den Beobachtungsstationen berechnet. Er findet aber zwischen den berechneten und den aus der Erfahrung entnommenen Pendellängen so grosse Differenzen, dass man sie durchaus nicht Beobachtungsfehlern zuschreiben kann; auch der Einfluss der Gestalt der der Station zur Grundlage dienenden Gebirgsmassen kann nicht Schuld daran seyn, weil diese Differenzen oft positiv sind, wo sie diesen Einflüssen noch hätten negativ seyn sollen und umgekehrt. Es muss demnach die verschiedene Dichte dieser Massen diesen störenden Einfluss ausüben. Sabine reducirt diese Differenzen in der Länge des Pendels auf die Anzahl der Schwingungen, welche dadurch in 24 Stunden hervorgebracht wird.

Folgende Tafel ist aus seinem Werke entnommen:

Station	Differenz in Schwingungen	Scale d. Dichte.
St. Thomas . .	5 58	100
Ascension . .	5.04	94
Spitzbergen . .	3.50	79
Jamaika . .	0.28	45
Neu-York . .	0 00	43
Grönland . .	— 0.08	43
Sierra Leone . .	— 0.12	42
London . .	— 0.28	41
Hammerfest . .	— 0.52	37
Bahia . .	— 1.80	26
Drontheim . .	— 3.10	12
Trinidad . .	— 4.12	2
Maranham . .	— 4.34	1

Die grösseren Abweichungen in obigen Resultaten erklären sich aus diesen Angaben vollständig wie z. B. die, welche die Stationen Maranham und Neu-York, London, Drontheim und Hammerfest geben, kleinere werden bei einer so delicaten Untersuchung wohl immer übrig bleiben. (B.)

der; ihr Mittelwerth mag daher als der Wahrheit am nächsten liegend angesehen werden.

Capitän Kater hat an 7 verschiedenen Stationen von Dunnose auf den Insel Wight und Unst der entferntesten der schetländischen Inseln, Pendelbeobachtungen angestellt. Wiewohl nun diese selbst nicht zur Berechnung der Ellipticität der Erde gebraucht werden können, weil die Differenz der Pendellänge in den 2 äussersten Puncten 0.35 Z. beträgt, so sind sie doch geeignet, in Verbindung mit Sabine's Beobachtungen zu Maranham beachtenswerthe Resultate zu geben. Folgende Tafel gibt diese Resultate:

Station	Breite	Pendellänge	Ellipticität
Unst.	60°46′28″N	39.17146 Z.	0.00329
Portsoy	57 40 59	16159	327
Leith Forth	55 58 41	15554	328
Clifton	53 27 43	14600	332
Arbury Hill	52 12 55	14250	328
London	51 31 8	13939	332
Shanklin Farm	50 37 24	13614	331
		Mittelwerth	0.00329

Biot hat im Supplemente zur Encyclopädia Brittanica die Pendellängen angegeben, die theils er selbst, theils andere französische Gelehrte an 9 Stationen von Formenterra bis Unst., mithin innerhalb 22° der Breite bestimmt hatte. Sie gaben, mit Sabines Beobachtung zu Maranham combinirt, folgende Resultate:

Station	Breite	Pendellänge	Ellipticität
Formentera	38° 39′ 56″N	741.2520 Millim.	0.00324
Figeac	44 36 45	6122	338
Bourdeaux	44 50 26	6087	343
Clermont	45 46 48	7052	334
Paris	48 50 14	9175	333
Dünkirchen	51 2 10	0770	331
Leith Forth	55 58 37	4134	329
Unst.	60 45 25	7231	326
		Mittelwerth	0.30332

Demnach sind die Resultate aller drei Reihen von Beobachtungen im Mittel folgende:

Nach Cap. Sabine, Ellipticität: 0.00333
— Kater — — 0.00329
Biot — — 0.00332

2.

Es sey wieder wie vorhin L die Länge des Secundenpendels am Aequator, f die Zunahme dieser Grösse vom Aequator bis zu den Polen, l' die in der Breite λ' durch Beobachtung gefundene Pendellänge, ε der dabei begangene Fehler, mithin $l' + \varepsilon$ die wahre Länge desselben; so ist

$$l' + \varepsilon = L + f \sin^2 \lambda'$$

$$L = l' + \varepsilon - f.\sin^2 \lambda' \quad (5)$$

$$f = \left(\frac{5\varphi}{2} - e\right) L$$

Heisst l die in der Breite λ beobachtete Pendellänge, $\varepsilon + x$ der dabei begangene Fehler, mithin x der Unterschied der Fehler in den Breiten λ und λ', so ist wieder $\lambda + \varepsilon + x$ die wahre Pendellänge, und

$$l + \varepsilon + x = L + f.\sin^2 \lambda.$$

Setzt man in diese Gleichung für L den Werth aus (5), so bekommt man

$$x = f(\sin^2\lambda - \sin^2\lambda') - (l - l') \quad (6)$$

Setzt man für l' und λ' die von Sabine für Maranham angegebenen Werthe, und für l und λ die für die anderen von ihm gewählten Stationen, mit Ausnahme von St. Thomas und Ascension, bedenkt ferner, dass vorhin für $f.\sin^2\lambda'$ der Werth 0.00039 gefunden worden ist, und drückt die Fehlerunterschiede in den Stationen in der oben angegebenen Ordnung durch x_1, x_2, x_3 etc. aus, so bekommt man:

$$\begin{aligned}
L &= 39.01175 + \varepsilon \\
x_1 &= 0.01985\,f - 0.00783 \\
x_2 &= 03220\,f - 00670 \\
x_3 &= 04857\,f - 01211 \\
x_4 &= 09288\,f - 02296 \\
x_5 &= 42349\,f - 08954 \\
x_6 &= 61085\,f - 12696 \\
x_7 &= 79800\,f - 16242 \\
x_8 &= 87827\,f - 18305 \\
x_9 &= 92698\,f - 19121 \\
x_{10} &= 96689\,f - 20255
\end{aligned}$$

Da diese Bedingungsgleichungen von den auf dem gewöhnlichen Wege gefundenen verschieden sind, so muss hier der Grund angegeben werden, warum man die gewöhnlichen Wege verlassen hat. Nach der gewöhnlichen Methode würde man die Summe der Quadrate aller Fehler, nämlich

$$\varepsilon^2 + (\varepsilon + x)^2 + (\varepsilon + x_2)^2 + \ldots .$$

auf ein Minimum bringen. Dabei wird aber vorausgesetzt, dass der Aufgabe nur genügt werden kann, wenn

alle Fehler verschwinden. Allein im gegenwärtigen Falle ist dieses schon geschehen, wenn der Fehler nur bei allen Beobachtungen derselbe ist. Desshalb wird die Aufgabe schon gelöset seyn, wenn man die Summe der Quadrate obiger Werthe von x_1, x_2 etc. auf ein Minimum bringt. Thut man dieses nach den gewöhnlichen Regeln, so bekommt man:

$$0 = 3.76723 f - 0.78207$$
$$f = 0.2076$$

und hierdurch wird

$$l = 39.01175 + \varepsilon + 0.2076 \sin^2 \lambda.$$

Um ε zu bestimmen, könnte man in einer Reihe von Beobachtungsresultaten, deren einige ein besonderes Zutrauen verdienen, den Fehler der Beobachtung gleich Null setzen, oder wenn alle von gleichem Range sind, die Summe aller Fehler verschwinden machen.

Die folgende Tafel enthält die Pendellänge für die Voraussetzung $\varepsilon = 0$, nebst ihrer Abweichung von der beobachteten:

Station	Berechnete Pendellänge	Differenz
Maranham	39.01214 Z.	0.00000
Sierra Leone	01627	— 0.00370
Trinidad	01884	00000
Bahia	02223	— 202
Jamaika	03143	— 367
Neu York	10006	— 162
London	13896	— 15
Drontheim	17780	+ 140
Hammerfest	19659	+ 124
Grönland	20459	+ 181
Spitzbergen	21288	

Durch Combination der Beobachtungen bekommt man

$$e = 0.00865 - \frac{f}{L} = 0.00333$$

gerade so wie nach der ersten Methode.

Verbindet man Katers Beobachtungen mit denen zu Maranham, und verfährt wieder wie vorher, so erhält man

$$o = 3.08299\, f - 0.64451$$

$$f = 02091$$

$$l = 39.01175 + e + 0.2091 \sin^2 \lambda.$$

Folgende Tafel enthält wieder die berechneten Pendellängen nebst ihrer Abweichung von den beobachteten, unter der Voraussetzung, dass $e = o$ ist.

Station	Berechnete Pendellänge	Differenz
Unst.	39.17088 Z.	— 0.00058
Portsoy	16103	— 56
Leith Fort	15532	— 22
Clifton	14668	+ 68
Arbury Hill	14230	— 20
London	13983	+ 54
Shankin Farm	13663	— 49

Die daraus sich ergebende Ellipticität ist 0.00329, mithin wieder gerade so, wie nach der ersten Methode.

Sucht man aus der mittleren Ellipticität 0.00332 die Länge des Secundenpendels aus Biots Beobachtungen, wo L = 739.6885 Millim. beträgt, so hat man:

$$f = \left(\frac{5\varphi}{2} - e\right) L = 3.9425 \text{ Millim.}$$

mithin

$$l = 739.6885 + 3.9425 \sin^2 \lambda \text{ Millim.}$$

Folgende Tafel gibt wieder die berechneten Pendellängen an, und ihre Abweichung von den beobachteten:

Station	Berechnete Pendellänge	Differenz
Formentera	741.2264 m.	— 0.0256
Figeac	741.6331	208
Bourdeaux	741.6488	401
Clermont	741.7134	82
Paris	741.9230	55
Dünkirchen	742.0720	50
Leith Fort	742.3967	167
Unst.	742.6901	330

II.

Vergleichung dieser Resultate mit den von Sabine gefundenen.

Aus allen diesen Untersuchungen ergibt sich, dass die 3 Reihen Pendelbeobachtungen die Ellipticität der Erde mit so wenig differirenden Werthen angeben, als man es kaum erwarten konnte. Cap. Sabine findet aber aus seinen Beobachtungen eine viel grössere Ellipticität, nämlich 0.00346. Er findet diesen Werth dadurch, dass er aus seinen Beobachtungen die Länge des Secundenpendels am Aequator, und seine Abnahme bis zum Pol nach der Methode der kleinsten Quadratsummen sucht. Ivory zeigt, dass diese Methode für den Werth der Ellipticität 0.003405 gibt, wenn man die Beobachtung in St. Thomas und Ascension weglässt und gar nur 0.00337, wenn nebst dieser auch noch Sierra Leone weggelassen wird. Man kann daraus wohl den Schluss ziehen, dass, weil die Genauig-

keit der Beobachtungen nicht in Zweifel gezogen werden kann, diese Uuregelmässigkeiten von einer unregelmässigen Gestalt der Erde, oder von der Methode herrühren, nach welcher man die Ergebnisse der Beobachtungen in Rechnung brachte. Ivory zeigte in einem eigenen Aufsatze (Philos. mag. Oct. p. 241. e. f.) dass nach der von Sabine befolgten Methode sehr kleine Beobachtungsfehler auf die zu findende Ellipticität einen grossen Einfluss nehmen, und dass die früher angegebenen Berechnungsweisen den Vorzug verdienen.

III.

Ausdruck für die Länge des Secundenpendels.

Es sei Δ der Bruchtheil, welcher zu 39 Z. gesetzt werden muss, um den Werth von L. zu geben, mithin

$$L = 39 + \Delta.$$

Heissen eben so die beobachteten Pendellängen in den Breiten λ, λ', λ'' etc., $39 + \delta$, $39 + \delta'$, $39 + \delta''$ etc., e, e', e'' etc. die dabei begangenen Fehler; so hat man

$$\Lambda + f\sin^2\lambda - \delta = e$$
$$\Delta + f\sin\ \lambda' - \delta' = e'$$
$$\Delta + f\sin^2\lambda_{,,} - \delta'' = e''$$
etc. etc.

Heisst die Anzahl der Stationen n, und setzt man

$$\frac{\sin^2\lambda + \sin^2\lambda' + \sin^2\lambda''}{n} \text{ etc} = B, \quad \frac{\delta + \delta'_{,} + \delta''_{,}}{n} \text{ etc.} = A,$$

$$\frac{e + e' + e''}{2} \text{ etc.} = \sigma$$

so wird

$$\Delta + Bf - A = \sigma$$

Combinirt man Katers Beobachtungen mit denen von Sabine in Maranham, so bekommt man nach diesen Formeln

$$f = 0.20905$$

$$\Delta + 0.58082\, f - 0.13314 = \Delta - 0.01177 = \sigma$$

$$L = 39.01177 + \sigma$$

wo σ einen unbekannten Fehler von derselben Ordnung bezeichnet, wie der ist, womit die beobachteten Pendellängen behaftet sind.

Hall und Foster haben zu Rio Janeiro unter 22° 55′ 22″ B. die Länge des Secundenpendels bestimmt und ersterer dieselbe = 39.04381 Z. der zweite = 39.04368 gefunden, woraus sich ein Mittelwerth = 39.04374 Z. ergibt. Verbindet man diesen Werth mit Katers Beobachtungen, so bekommt man

$$f = 0.20850$$

$$L = 39.01214 + \sigma.$$

Dieselbe Beobachtung, dann eine zu Paramatta unter 33° 48′ 43″ s. B. wo die Pendellänge 39.07696 Z. beträgt, und 4 andere, die zu Neu-York, London, Unst und Spitzbergen angestellt wurden, und deren Resultate in den vorhergehenden Tafeln enthalten sind, geben nach derselben Methode:

$$f = 0.20933$$

$$L = 39.01196 + \sigma$$

Endlich findet man auf demselben Wege aus Beobachtungen zu Maranham, Trinidad, Bahia, Rio Janeiro, Paramatta, Formentera, Neu-York, Paris, London, Leith, Unst, Spitzbergen, deren Resulate aus dem vorhergehenden bekannt sind, nebst einer Beobachtung zu Madras (Breite 13° 4′ 9′ N″ Pendellänge

39.02338 Z) und zu San Blas (Br. 21°, 32′ 24″ N, Pendellänge 39,03881) die Werthe

$$f = 0.20939$$
$$L = 39.01192 + \sigma$$

Die drei nach so verschiedenen Beobachtungen berechneten Resultate stimmen so gut mit einander überein, dass sie auf eine grössere Annäherung der Gestalt der Erde an die eines elliptischen Sphäroides schliessen lassen, als man bis jetzt angenommen hat. Ivory hat nach derselben Methode die Pendellänge am Aequator und den Coefficienten f aus den in folgender Tabelle enthaltenen 25 Stationen mit Weglassung der ersten berechnet und gefunden,

$$f = 0.20835$$
$$L = 39.01178 + \sigma$$

Lässt man die letzte Ziffer im Werthe von L weg, weil ihrem Werthe die Summe der positiven und negativen Fehler nahe kommen mag, so bekommt man als Ausdruck für die Pendellänge in der Breite λ

$$l = 39.0117 + 0.20835 \text{ Sin}^2\lambda \text{ eng. Z.}$$ *)

Die von dieser Formel gegebene Abplattung beträgt 0.00331. Alle folgende Beobachtungen geben sie zwischen dieser Grösse und 0.00329, so dass man sie für 0.00330 oder $\frac{1}{303}$ annehmen kann.

In der folgenden Tabelle sieht man, wie nahe die nach dieser Formel berechneten Pendellängen mit den beobachteten zusammen stimmen, es sind aber die Beobachtungen zu Galopogos, St. Thomas, Ascension, Sierra Leone, Jamaica und Drontheim nicht aufgenommen, weil bei diesen die Differenzen 0.003 Z. übersteigen.

*) Nach Gregory's Mathematics for practical men verhält sich der engliche Zoll zum französischen wie 1 : 1,06578, daher gibt obige Formel die Lage des Secundenpendels in Pariser Zollen.

$$l = 36.60389 + 0.19549 \sin^2\lambda. \text{ (B).}$$

Station	Breite	Pendellänge		Differenz	Beobachter
		beobachtete	berechnete		
Falklandsinsel	51°. 31′ 43″ 5	39. 13927	39. 13942	+ 0.00015	Dupperey
Paramatta	33 48 43	07696	07622	— 74	Brisbane
Rio Janeiro	22 55 22	04374	04331	— 43	Hall u. Foster
Bahia	12 59 21	02425	02223	— 202	Sabine
Maranham	2 31 43	01214	01210	— 4	„
Trinidad	10. 38 56 N	01884	01881	— 3	„
Madras	13 4 9	02338	02235	— 103	Goldingham
San Blas	21 32 24	03881	03978	+ 97	Hall u. Foster
Formentera	38 39 56	09424	09297	— 127	Biot
Neu-York	40 42 43	10168	10034	— 134	Sabine
Figeac	44 36 45	11322	11447	+ 125	Biot
Bourdeaux	44 50 26	11303	11530	+ 227	„
Clermont	45 46 48	11809	11932	+ 123	„
Paris	48 50 14	12929	12979	+ 50	„
Dunnose	50 37 24	13614	13620	+ 6	Kater
Dünkirchen	51 2 10	13773	13767	— 6	Biot
London	51 31 8	13929	13938	+ 8	Kater
Arbury Hill	52 12 55	14250	14190	— 60	„

Station	Breite	Pendellänge		Differenz	Beobachter
		beobachtete	berechnete		
Clifton	53°. 27′ 43″	39. 14600	39. 14620	— 0.00020	Kater
Leith	55 58 41	15554	15483	— 71	„
Portsoy	57 40 59	16159	16051	— 108	
Stockholm	59 20 34	16541	16588	47	Swanberg
Unst	60 45 28	17146	17034	112	Kater
Hammerfest	70 40 5	19519	19722	203	Sabine
Grönland	44 32 19	20335	20525	190	„
Spitzbergen	79 49 58	21469	21356	113	„

III. Beobachtungen über die Abnahme der magnetischen Kraft der Erde von Hansteen.

(Edinb. Journ. of Science Nr. X.)

Der horizontale Theil der magnetischen Kraft der Ende war in Christiania seit 1819, mithin dusch sechs Jahre unverändert geblieben. Die Beobachtung von 300 Oscillationen meines unveränderlichen magnetischen Cylinders, die in dem Monate Jänner, wo das Maximum, und im Juni, wo das Minimum eintritt, täglich um $10\frac{1}{2}$ Uhr Vormittags, und um 5—7 Uhr Nachmittags, in drei verschiedenen Stellen A, B, C meines Hauses gemacht wurden, gaben folgende Resultate:

Stelle	Zeit	Dauer von 300 Schwing. mitten im Monat	Mittelwerth aus dem Max. und Min.	Differenz zwischen dem Max. und dem Mittelw.
A	1819 December	825''.27	828''.11	5''.69
B	1820 Juni Juli	830.96	829.09	3.75
B	1821 Januar	827.21		
B	1821 Juni	830.93	829.07	3.72
B	1822 Januar	827.95	829.44	2.98
C	1822 Juni	——		
C	1823 Januar	825.36	827.63	4.54
C	1823 Juni	829.90	828.51	2.77
C	1824 Januar	827.13		
C	1824 Juni	829.24	828.18	2.11
	1825 Januar	— —		
C	1825 Juni	829.98	829.16	1.64
C	1826 Januar	828.34		

Von diesen Ergebnissen lassen sich folgende Wahrheiten ableiten:

1. Die Intensität des Erdmagnetismus ist im Juni beständiger, als im Januar.

In den 6 Sommermonaten ändert sie sich nur zwischen 830″.96 und 829″.24 aber in den Wintermonathen zwischen 825″27 und 829″.98. Jedoch sind die regelmässigen täglichen Variationen, die zwischen 10 U. Vormittags und 6 — 7 Uhr Nachmittags Statt finden, im Juni grösser als im Januar, wo sie nicht grösser sind, als 0.2. In dieser Beziehung herrscht zwischen diesen Veränderungen und denen des Barometerstandes eine grosse Aehnlichkeit; denn bei letzteren sind auch die regelmässigen täglichen Variationen im Sommer grösser als im Winter, während von den regelmässigen das Gegentheil gilt. Ich glaube beide Phänomene, nämlich die regelmässigen täglichen Aenderungen des Barometerstandes und die der magnetischen Abweichung haben eine gemeinschaftliche Ursache zum Grunde, nämlich eine regelmässige Strömung der Atmosphäre, welche durch die Sonnenstrahlen an verschiedenen Puncten die Erdoberfläche hervorgebracht wird. Dieses Uebergehen einer grossen Luftmasse von einem Orte in den anderen afficirt das Barometer, und verschiedene Luftströme von verschiedener Temperatur und in verschiedenen Höhen bringen vielleicht eine schwache electro-magnetische Wirkung hervor, die auf die Richtung und Schwingungszeit einer Magnetnadel Einfluss nehmen kann. Daher müssen die regelmässigen Veränderungen im Sommer viel grösser seyn, weil da der Temperaturunterschied zwischen Tag und Nacht bedeutender ist. Indess bleibet dieses bis jetzt nur noch ein unbearbeiteter Gedanke.

2. Der Mittelwerth zwischen der grössten und geringsten Stärke der magnetischen Kraft ist so beständig, dass es schwer hält zu sagen; ob er von 1819 bis 1826 zu- oder abgenommen hat.

3. Der Unterschied zwischen Sommer und Winter ist sehr veränderlich, und scheint regelmässig von 1819 bis 1826 abgenommen zu haben; wahrscheinlich wird er in den folgenden Jahren wieder wachsen. In diesen Tagen (vom 1. bis 3. Juni), habe ich gefunden, dass die Dauer von 300 Schwingungen zwischen 832.″9 und 834″ varirt. Da aber einige Beobachtungen in offener Luft dasselbe Resultat gegeben haben, wie die im Juni der vorhergehenden Jahre angestellten, so besorge ich, dass die Localeinwirkungen im inneren Hause sich etwas geändert haben mögen, welches sich aus fortgesetzten Beobachtungen wird entnehmen lassen.

Weil der horizontal wirkende Theil des Erdmagnetismus in Christiania nahe constant ist, und die magnetische Neigung abnimmt, so folgt daraus, dass der gesammte Erdmagnetismus im Abnehmen begriffen sey.

Heisst die magnetische Kraft der Erde in einem bestimmten Orte F, der horizontal wirkende Theil derselben f, die magnetische Neigung i, die Zeit, in welcher eine horizontal schwingende Magnetnadel eine gewisse Anzahl Schwingungen macht, T, während F′, f′, i′ und T′ dieselben Grössen für einen andern Ort bezeichnen; so hat man

$$f = F.\cos.i \text{ oder } F = \frac{f}{\cos.i}.$$

Da nun i im Abnehmen, mithin cos.i im Wachsen begriffen ist, so muss F abnehmen. Ferner

$$f : f' = T'^2 : T^2 = F.\cos.i : F'.\cos.i'.$$

und

$$FT^2.\cos.i = F'.T'^2.\cos.i'.$$

Mithin $FT^2.\cos.i$ für dieselbe Magnetnadel auf der gesammten Erdoberfläche, und an demselben Platze zu verschiedenen Zeiten constant. Nennt man diese Constante $= C$, so erhält man:

$$(1) \quad FT^2.\cos.i = C \text{ oder } F = \frac{C}{T^2.\cos.i}.$$

Daher kann man C finden, wenn man an einem Platze F, T und i durch Beobachten sucht.

Differenzirt man die Gleichung (1), so findet man

$$(2) \quad \frac{dF}{F} + \frac{2dT}{T} - \text{tang.i.di} = 0.$$

Da in Europa di einen negativen Werth hat, so ändert das letzte Glied das Zeichen, und es kann die Gleichung nicht Null werden, ausser es ist $\frac{dF}{F}$ oder $\frac{2dT}{T}$, oder beide zusammen negativ. Ich habe in Christiania aus einer grossen Anzahl Beobachtungen gefunden:

im Jahre 1820	. .	$i = 72^\circ.\ 42'.6$
1825	. .	$i = 72^\circ.\ 26'.4$
Abnahme in 5 Jahren	.	$= 16'.2$
Jährliche Abnahme	. .	$= 3,21$

Aus den Beobachtungen, die Arago zu Paris, wo man nach Humboldt die Intensität des Erdmagnetismus $= 1.3482$ setzt, mit einem meiner Cylinder angestellt hat, fand ich log $C = 5.45065$; in Christiania ist im Freien nach einem Jahresdurchschnitt T nahe $= 814''.76$. Demnach erhält man mittelst der Gleichung (1)

für	1820	$F' =$	1.4306
	1825	$F' =$	1.4093
Mithin als Differ. f. 5 Jahre		$F' - F' =$	$-$ 0.0213
oder für ein Jahr		$dF =$	$-$0.00426

Setzt man in die Gleichung (2) $di = -3.24$, $dT = 0$, so findet man

$$\frac{dF}{F} = -0.003,\ dF = -F.\ 0.003 = -0.00426$$

Aus einer Vergleichung der Dauer von 300 Schwingungen meines magnetischen Cylinders zu London und Paris im Jahre 1819 mit der vom Capitän Kater und Arago im Jahre 1825 gefundenen finde ich folgende Differenzen:

1819	zu London	776″.79	zu Paris	756″.19
1823	— —	775. 34	— —	753. 03
Differenz	=	2″45	Differ. =	3″.16.

Ich muss gestehen, dass meine Beobachtungen nicht im Freien gemacht wurden, wie die im Jahre 1823, sondern in der Mitte eines grossen Raumes, in dem kein Eisen bemerklich war. Sie sind daher nicht ganz unverdächtig. Da aber im Jahre 1819 die Dauer von 300 Schwingungen in beiden Beobachtungsplätzen um 3″ länger ausfiel, als 1813; so nehme ich an, dass der Werth von F in London um 0″61, in Paris um 0″79 jährlich abnehme. Setzt man demnach für 1821 für Paris

$i = 68° 23'$, $di = -3'84$, $T = 754''61$, $dT = -0''79$

für London

$i = 70° 3'$ $di = -3'22$ $T = 776''56$, $dT = -0''61$

so erhält man nach der Formel (2)

für Paris $dF = -0.00098$

für London $dF = -0.00138$

Bei einer Vergleichung meiner zu Berlin angestellten Beobachtungen mit den ebendaselbst von Humboldt gemachten, finde ich, dass die Intensität des Erdmagnetismus im Abnehmen begriffen ist. Es ist nämlich:

in Christiania dF	=	— 0.00426
Berlin	=	— 0.00193
London	=	— 0.00138
Paris	=	— 0.00098

Daher scheint es, als wenn diese Abnahme in dem nördlichen und östlichen Theile von Europa grösser wäre, als in dem südlichen und westlichen. Die Ursache fällt mit der Abnahme der magnetischen Neigung und der Zunahme der westlichen Variation in denselben Orten zusammen, und liegt in der Bewegung des in Siberien befindlichen magnetischen Nordpoles gegen West zu. Diese bringt es mit sich, dass die magnetische Neigung und die Stärke des Erdmagnetismus in der Nähe dieses Poles mehr abnimmt, als in einiger Entfernung davon, und dass die horizontal schwebende Nadel mit ihrem Nordende mehr gegen den amerikanischen Pol hingelenkt wird. Weil aber dieser Pol selbst eine kleine Bewegung gegen Ost hat, so ist es wahrscheinlich, dass in dem nordwestlichen Theile des atlantischen Oceans, gegenwärtig in Island und Grönland die Intensität des Erdmagnetismus im Zunehmen ist. Die grösste Schwierigkeit bei Untersuchungen dieser Art liegt darin, einen Magnetcylinder zu bekommen, dessen Kraft keiner Aenderung unterliegt. Ich hoffe diese Schwierigkeit zu überwinden, und werde bei einer andern

Gelegenheit die Resultate meiner Bemühungen bekannt machen.

IV. Resultate mehrerer am 17. Juli 1826 angestellter, gleichzeitiger meteorologischer Beobachtungen.

(Fortsetzung und Schluss.)

Strahlende Wärme.

12.

Die strahlende Wärme wurde nach Brewsters Anweisung durch ein Quecksilberthermometer gemessen, dessen Kugel mit schwarzem Tuch bedeckt oder geschwärzt war, und das an einem offenen Orte beobachtet wurde, indem man es durch einige Blätter Papier vom Erdboden trennte. Man erhielt folgende Resultate nach Réaumur:

Stunde.	Beobachtungsstation.			
	Schneeberg.	Laibach.	Leopoldsberg.	Wien.
1 Morgens		12.0	11.5	12.9
2		12.5	10.9	13.1
3		12.5	11.2	12.8
4		11.75	13.6	12.5
5		11.5	11.2	12.8
6		13.0	17.2	15.6
7		13.0	13.6	16.0
8	8.5	15.0	20.2	19.0
9	10.5	15.66	19.7	20.1
10	14.3	16.0	24.5	20.9
11	14.8	16.5	23.7	28.2
12	16.3	17.75	22.5	25.6
1	12.5	18.25	29.7	23.4
2	11.7	19.33	26.4	25.7
3	8.5	17.0	18.0	19.8
4	8.8	18.3	25.2	19.6
5	7.8	16.5	26.0	14.3
6	6.0	16.0	19.4	13.8
7	5.5	16.0	16.0	13.3
8		14.75	13.7	12.8
9		14.5	13.2	12.0
10		14.0	12.5	13.0
11		13.0	12.5	12.2
12		13.0	12.8	12.2
				12.8

Zu Görz wurde die strahlende Wärme nicht beobachtet.

Es wäre wohl interessant, die Stärke der Strahlung mit der jedesmaligen Sonnenhöhe zu vergleichen, allein dazu wäre eine dauernde directe Einwirkung der Sonnenstrahlen auf das Thermometer nothwendig, welche hier nicht Statt fand, weil Wolkenzüge nur selten eine solche Einwirkung gestatteten.

Die Luftelectricität wurde nicht beobachtet.

13.

Feuchtigkeitszustand der Luft.

Nach Brewsters Instruction musste die hygrometrische Beschaffenheit der Luft aus der Differenz des Standes zweier Thermometer abgenommen werden, deren eines frei im Schatten hing, während die Kugel des andern mit Musselin überzogen, und mit Wasser angefeuchtet war.

Folgende Tabelle gibt diese Differenz an, aus der man leicht den Stand des befeuchteten Thermometers selbst berechnen kann, indem man diese Angabe von der gleichzeitigen Temperatur, wie sie die Tabelle Seite 63 angibt, abzieht.

Stunde.	Station.				
	Schneeberg.	Laibach.	Leopoldsberg.	Wien.	Görz.
1 Morgens	4.5 R.	0.50	1.5	0.8	1.7
2	3.0	0.75	2.3	1.2	2.4
3	2 0	0.62	2.3	1.0	3.2
4	2.2	0.52	2.3	1.1	3.2
5	0.8	0.50	1.7	1.1	4.2
6	3.2	1.35	1.7	2.1	4.5
7	4.0	1.25	2.5	1.8	5.0
8	1.2	1.75	2.8	1.3	5.3
9	2.0	1.41	[illegible].2	3.0	5.5
10	2.2	2.25	6.1	2.9	6.7
11	1.7	3.50	5.3	3.0	6.9
12	1.6	2.00	8.0	4 0	7.3
1	2.5	1.50	7.3	3 4	7.5
2	4.3	6.03	7.3	3.3	8.0
3	2.0	4.0	8.9	2.9	8.7
4	3.4	5.05	7.5	4.1	8.5
5	3.5	1.00	8.7	4.1	8.1
6	2.9	0.75	8.7	3.9	7.5

Stunde.	Station.				
	Schnee-berg.	Lai-bach.	Leo-polds-berg.	Wien.	Görz.
7	1.8	0.75	7.3	3.5	4.1
8	0.6	3.25	7.5	3.5	4.1
9	1.8	3.00	6.4	1.8	4.1
10	2.3	3.00	7.0	2.4	4.0
11	1.3	1.50	6.5	1.3	3.5
12	0.6	2.00	7.5	1.4	3.6

14.

Aus diesen Daten lässt sich die jedesmalige Spannkraft der Wasserdünste in der Luft und auch die Dunstmenge berechnen, die ein gegebenes Volumen Luft enthält. Anderson hat die Formeln zu diesem Behufe angegeben, die im ersten Bande dieser Zeitschrift enthalten sind. Nennt man das Maximum der Spannkraft, welche die Dünste bei der herrschenden Lufttemperatur haben können F, den Unterschied im Stande eines trokenen und eines befeuchteten Thermometers δ nach Fahrenheits-Scale, den Luftsdruck in Zollen ausgedrückt b; so ist die Spannkraft f der Dünste in der Luft durch die Formel

$$f = F - \frac{\frac{1}{2} b \delta}{180 - \frac{1}{2} \delta}$$

in englischen Zollen ausgedrückt. Demnach gibt der mit dem Zeichen — behaftete Theil dieses Ausdruckes die Grösse, um welche die Spannkraft der vorhandenen Dünste vom Maximum entfernt ist. Wird dieser auf die bei unseren Beobachtungen gebrauchten Masse

nämlich auf die 80theilige Thermometerscale und auf Parisermass reducirt, so bekommt man den Ausdruck

$$\frac{\frac{1}{571}\, b\,\delta}{16.9 - \frac{1}{10}\,\delta}$$

oder wenn man $\frac{1}{10}\,\delta$ gegen 16.9 vernachlässiget

$$\frac{b\,\delta}{9654.4}$$

Mir schien es in meteorologischer Hinsicht interessanter zu wissen, wie sich während eines Tages die Grösse in verschiedenen Orten ändert, welche ausdrückt, wie weit die Spannkraft der vorhandenen Dünste vom Maximum entfernt ist, als die absolute Dunstmenge in einem gegebenen Volumen. Desshalb habe ich für alle 5 Beobachtungsstationen die Werthe von $b\,\delta$ berechnet, die man nur mit 9654.4 zu dividiren braucht, um die genannte Grösse zu finden; die aber den Feuchtigkeitszustand eben so gut ausdrückt, wie jene Grösse selbst. Hier folgen sie:

Zeit	Stationen.				
	Schnee-berg	Lai-bach	Leo-polds-berg.	Wien.	Görz.
1 Morgens	1228.5	160.8	482.4	263.8	566.9
2	817.8	241.3	739.4	395.6	800.4
3	545.2	199.4	739.7	329.7	1067.2
4	599.7	167.3	739.4	362.7	1066.8
5	218.1	160.6	546,4	362.7	1400.7
6	87.35	432.5	546.9	692.4	1500.7
7	1090.8	400.5	804.2	583.5	1668.0
8	327.5	660.0	889 9	429.4	1767.5
9	545.8	451.1	1029.1	989.1	1834.2
10	600.4	715.8	1962.3	957.0	2234.4
11	464.1	1121.4	1704.5	989.7	2301.1
12	436.8	639.8	2573.6	1318.8	2434.5
1	682.2	480.4	2348.4	1120.4	2501.2
2	1173.5	1912.2	2348.5	2090.6	2667.2
3	546.0	1278.4	2859.6	957.8	2898.8
4	928.2	1598.0	2412.0	1351.4	2837.2
5	1015.8	320.2	2804.0	1351.4	2698.9
6	791.7	240.2	2757.9	1385.4	2554.6
7	491.6	240.3	2348.4	1153.9	1369.4
8	163.9	1027.5	2401.2	1255.0	1370.2
9	491.9	964.5	2058.8	594.2	1370.6
10	628.6	995.5	2231.9	792.0	2336.0
11	355.3	482.7	2091.0	429.3	1272.1
12	323.9	645.4	2412.7	462.3	1171.1
Mittelwerth	638.7	648.3	1706.3	812.8	1770.6

15.

Aus dieser Tafel ersieht man, dass der Gang des Feuchtigkeitszustandes der Luft in Görz am regelmässigsten war. Die Spannkraft der Dünste entfernte sich vom Maximum von 1 Uhr Morgens sehr regelmässig bis 3 Uhr Nachmittags, wo sie am weitesten davon abstand, und näherte sich demselben wieder bis 9 Uhr Abends, wo sie fast eben so weit vom Maximum ent-

fernt war, als um 9 Uhr früh. Den unregelmässigsten Gang nahm die Feuchtigkeit am Leopoldsberge. Indess herrschte die grösste Trockenheit der Luft, (wenn man sie der Grösse direct proportionirt setzt, um welche die Spannkraft der vorhandenen Dünste von ihrem Maximum entfernt ist) in allen Stationen beinahe zu derselben Zeit, nämlich zu Görz, Wien und am Leopoldsberge um 3 Uhr, zu Laibach und am Schneeberge um 2 Uhr Nachmittags. Die grösste Feuchtigkeit herrschte zu Görz, zu Wien und am Leopoldsberge um 1 U., zu Laibach um 1 U. und 5 U. am Schneeberg um 5 Uhr früh, und um 8 U. Abends. Die grösste Differenz zwischen den zwei Extremen der Feuchtigkeit herrschte zu Görz, dann folgt Laibach, der Leopoldsberg, hierauf der Schneeberg und endlich Wien.

Wind und allgemeiner Charackter der Witterung.

16.

Die Richtungen des Windes giebt folgende Tabelle an:

Zeit	Stationen.				
	Schneeberg	Laibach	Leopoldsberg.	Wien.	Görz.
1 Morgens	NW	NNW	SO	NW	NO
2	NO	ONO	SO	—	NO
3	NO	ONO	O	—	NO
4	NNW	WSW	SO	—	ONO
5	—	N	—	—	O
6	—	NNO	—	—	—
7	—	NNO	—	—	W
8	—	SW	—	SW	SW

Zeit	Stationen.				
	Schnee-berg	Lai-bach	Leo-polds-berg.	Wien.	Görz.
9 Morgens	NNW	SW	SSO	NNO	SSO
10	—	OSO	SO	—	S
11	—	O	NSO	—	SO
12	—	SO	—	—	S
1	—	NNO	—	—	SSO
2	WNW	ONO	—	—	SW
3	W	ONO	—	—	O
4	W	N	—	SW	O
5	WNW	WSW	—	NW	O
6	NW	S	—	—	SSW
7	—	S	—	—	SSW
8	—	SSW	—	—	O
9	—	SW	—	—	O
10	—	SW	—	} unmk.	N
11	—	SW	—		ONO
12	—	SW	—		ONO

Demnach war der Wind der Richtung nach am beständigsten in Wien, am veränderlichsten in Laibach. In Wien wurde ein 4maliger, am Schneeberg ein 5maliger, am Leopoldsberge ein 6maliger, in Görz ein 15maliger, und in Laibach ein 16maliger Wechsel beobachtet.

Der Zug der Wolken stimmte fast immer mit der Richtung des Windes überein.

17.

An allen Stationen begannen die Beobachtungen bei trübem Wetter und dicht bewölkten Himmel, nur in Görz sah man die Wolken (fedrige Schichtwolken) auf den Horizont beschränkt; am Schneeberge herrschte

starker Nebel. Gegen Ende der Beobachtungen hatten alle Stationen heiteren Himmel mit Ausnahme des Schneeberges, wo schon um 9 Uhr Abends der Nebel alle Aussicht raubte. In Wien und der Umgebung ging den Beobachtungen ein starker Gewitterregen voran, in Görz bemerkte man noch um 1 Uhr Morgens Wetterleuchten gegen W.N.W. und um 2 Uhr starkes Blitzen in W. Eben daselbst sah man um 4 und um 8 Uhr einen Regenbogen. In Laibach zeigte sich nach 5 Uhr früh eine Regengalle, um 11 Uhr früh ein farbenloser Sonnenhof, dessen Durchmesser mit einem Sextanten auf 23° 40′ bestimmt wurde. Er verschwand zwar nach 25 Minuten, wurde aber nach Verlauf von 10 M. durch einen anderen von 33° 41′ Durchmesser ersetzt. Um 10 U. 35 M. sah man einen Mondhof, an dem man die rothe, orange und blaue Farbe unterscheiden konnte.

V. Ueber das Daseyn einer Grenze der Verdünstung, von Faraday.

(Philos. Transact. 1826.)

Es ist bekannt, dass innerhalb der durch Erfahrungen ausgemittelten Grenzen Dünste, welche mit dem Körper in Berührung stehen, von dem sie aufsteigen, eine desto grössere Spannkraft haben, je höher ihre Temperatur ist, und dass diese Spannkraft kleiner wird, wenn die Temperatur sinkt. Man weiss auch, dass man durch den letzteren Umstand in den Stand gesetzt wird, Dünste von so geringer Spannung

zu erhalten, dass sie gar nicht mehr wahrgenommen werden können. Darum ist die Meinung auch häufig ja ich glaube allgemein verbreitet, dass stets von jedem Körper sich Dünste bilden, deren Spannkraft der niederen Temperatur, in der er sich befindet, entspricht. Dem gemäss setzt man voraus, dass jede Substanz, sie mag sich im luftleeren Raume befinden, oder von Dünsten oder Gas umgeben seyn, welche keine chemische Wirkung auf sie ausüben, von einer Dunstatmosphäre umgeben ist; ja man meint, unsere Atmosphäre enthalte kleine Dunstmengen von allen den Körpern, sogar von den Erden und Metallen, mit denen sie in Berührung ist. Ich glaube, man hat darauf sogar eine Theorie der Meteoriten gegründet.

Da man vielleicht die Sache nie recht genau betrachtet hat, so halte ich es für nicht uninteressant, zwei oder drei Gründe aus Versuchen anzugeben, die beweisen, dass sie sich nicht so verhalte. Der Gegenstand, den ich in den folgenden Zeilen im Auge behalten werde, bezieht sich darauf, zu zeigen, dass es für das Entstehen der Dünste von irgend einer Spannung aus Körpern, die sich in einem Vacuum befinden, oder von einem elastischen Mittel umgeben sind, eine gewisse Grenze gibt, die nicht überschritten wird.

Wollaston *) hat bewiesen, dass unsere Atmosphäre sich nicht ins Unendliche erstrecke, sondern dort ein Ende habe, wo die Ausdehnsamkeit der Luft der Schwere das Gleichgewicht hält. Entfernt man

*) Gilberts Annalen B. 72 S. 37. In demselben Werke B. 62 S. 309 finden deutsche Leser eine noch gediegenere Abhandlung über denselben Gegenstand von Prof. Schmidt in Giessen.

sich von der Erdoberfläche nach aufwärts, so wird die Luft, wegen des stufenweise abnehmenden Druckes der oben aufliegenden Schichten, immer dünner, und daher immer weniger ausdehnsam. Ist die Ausdehnsamkeit einmal so weit vermindert, dass sie nicht mehr die Schwere übertrifft, so muss die Atmosphäre ein Ende haben.

Sieht man diesen Stand der Dinge als bewiesen an, so hat die Luft an der Grenze der Atmosphäre einen gewissen Grad der Ausdehnsamkeit, und wiewohl dieser hier nicht geringer seyn kann, so braucht doch nur eine Luftportion von der Erde weiter entfernt, oder die Schwere auf irgend eine andere Weise vermindert zu werden, um eine Ausdehnung derselben, und eine noch kleinere Spannkraft zu erzielen; bei der Wiederkehr der vorigen Schwere, welches entweder durch Annäherung an die Erde, oder auf irgend eine andere Weise bewirkt werden kann, nähern sich aber die Theile einander wieder so lange, bis die Ausdehnsamkeit der Schwere gleich ist.

In so fern Gase und Dünste durch blosse Ausdehnung und Verdünnung keine Aenderung erleiden, welche die Analogie stören könnte, die zwischen ihnen bei ihrem permanenten Stande unter den gewöhnlichen Verhältnissen herrscht; so können alle Erscheinungen, die in der Luft an der Grenze der Atmosphäre Statt finden mögen, auch mit Rücksicht auf die Dünste unter ähnlichen Umständen im Allgemeinen eintreten; denn wir haben keinen Grund, vorauszusetzen, dass die Theilchen irgend eines Dampfes der Schwere weniger unterliegen, als die eines anderen, obschon sich die Kraft mit dem Gewichte und der Elasticität der Theil-

chen jeder einzelnen Substanz ändern mag, und sich ohne Zweifel wirklich ändert.

Es ist also klar, dass die Schwere ähnliche Wirkungen bei Luft oder Dünsten hervorbringt, die auf einen sehr geringen Grad von Spannkraft gebracht sind; durch welche Mittel man sie auch in diesen Zustand der Verdünnung gebracht haben mag. Ist die Luft in den untersten Regionen mittelst einer Luftpumpe so weit verdünnt, wie am Ende der Atmosphäre; so gilt von ihr etwas Aehnliches. Hielte bei einer gewissen Verdünnung die Schwere dieser Ausdehnsamkeit gerade da das Gleichgewicht, wo sie den ganzen Recipienten ausfüllt, so wird, wenn man die Hälfte derselben wegnimmt, der Rest nicht mehr das ganze Gefäss ausfüllen, sondern sich in die untere Hälfte desselben begeben, damit wieder die Spannkraft der Schwere gleich komme. Dieses ist eine nothwendige Folge von Wollastons Gründen.

Es gibt aber noch ein anderes Mittel, die Spannkraft der Dünste herabzusetzen, nämlich die Verminderung der Temperatur. Durch die verhältnissmässig geringen Aenderungen der Temperatur, die wir hervorzubringen im Stande sind, kann man an sehr elastischen Substanzen, wie z. B. Luft und einige andere Gase sind, keine andere Veränderung auf der Erdoberfläche hervorbringen, als eine geringe Verminderung ihrer Ausdehnsamkeit, aber zwei oder drei derselben, wie die schwefelige Säure und das Chlor hat man dadurch in tropfbare Flüssigkeiten verwandelt; hingegen bei unzähligen anderen Körpern ist das Bestreben, die Dunstform anzunehmen, so gering, dass die bei der gewöhnlichen Tempera-

tur entstandenen Dünste fast eine so geringe Dichte haben, wie die Luft an der Grenze der Atmosphäre. Bei diesen kann eine Temperaturverminderung, wie sie uns zu Gebote steht, wohl hinreichen, ihre Spannkraft kleiner zu machen, als ihre Schwere, in welchem Falle sie dann ganz verdichtet werden könnte. Man hat Silber in heftigem vom Sauerstoffgas angefachten Kohlenfeuer, oder in der Flamme des Knallgebläses oder des Alkohols, die durch künstlich zugeführten Sauerstoff genährt wird, in Dämpfe verwandelt; aber etwas unter der Weissglühhitze war die Spannkraft dieses Dampfes schon so gering, dass man sich von seinem Daseyn durch die empfindlichsten Proben nicht überzeugen konnte. Man nehme an, es habe sich bei dieser Temperatur Dunst von einer bestimmten Spannkraft gebildet; so muss diese sich erstaunlich vermindert haben, bis das Metall die Rothglühhitze angenommen hat, und ich glaube, man kann es kaum für möglich halten, dass das Silber eher die gewöhnliche Lufttemperatur angenommen hat, als die Spannkraft der daraus sich bildenden Dünste durch ihre stufenweise Abnahme, selbst ohne Einfluss anderer Umstände, der Schwere gleich geworden ist. Von dem Augenblicke an, wo dieser Fall eintritt, hat das Verdünsten ein Ende, und das Metall erscheint bei jeder geringeren Temperatur als fix.

Ich habe Silber zum Beispiele gewählt, weil wegen der hohen Temperatur, die es braucht, um wahrnehmbare Dünste zu geben, kein Zweifel übrig bleiben kann, dass die Temperatur, bei welcher die Spannkraft der Schwere gleich kommt, weit über der gewöhnlichen liegt, und noch von uns erzeugt werden

kann. Man hat aber Grund anzunehmen, dass die Gleichheit dieser Kräfte bei flüchtigeren Stoffen als das Silber ist, wie bei jenen, die unter 600° oder 700° F. (252° $\frac{4}{9}$, oder 296° $\frac{8}{9}$ R.) sieden, bei oder oberhalb der gewöhnlichen Lufttemperatur Statt finde.

Ich habe schon früher*) bemerkt, dass ich, als ich in ein reines trockenes Gefäss reines Quecksilber gab, an dem unteren Theil des dasselbe verschliessenden Propfes ein Goldplättchen befestigte, und das ganze einige Monate lang bei einer Temperatur von 60°—80° F. (12° $\frac{4}{9}$—21° $\frac{1}{3}$ R.) stehen liess, das Plättchen mit weissem Amalgam überzogen fand, zum Beweise, dass vom Quecksilber Dünste aufgestiegen seyen; als ich aber denselben Versuch im Winter von 1824 auf 1825 machte, konnte ich diese Wirkung nicht erfahren, ungeachtet das Goldplättchen nahe an das Quecksilber gebracht wurde, und ich bin geneigt zu glauben, desshalb, weil die Spannkraft der Dünste, welche das Quecksilber bei dieser Temperatur geben konnte, geringer war, als die Schwere, und dass daher das Quecksilber vollkommen fix war.

Sir Humphry Davy hat bei seinen Versuchen**) über die Electricität im Vacuum gefunden, dass weder die Leitungsfähigkeit noch die Lichtphänomene eine Aenderung erlitten, sobald die Temperatur des über Quecksilber gebildeten Vacuums auf 20° F. (5° $\frac{1}{3}$ R.) gesunken war, wenn sie auch auf —20° F. (—23° $\frac{1}{9}$ R.) herabgesetzt wurde, und dass diese Erscheinungen nahe von derselben Intensität waren, wie in dem über

*) Quarterly Journal of Science X. 354.

**) Phil. Trans. 1822, und daraus in Gilberts Annalen B. 72 S. 357.

Zinn gemachten Vacuum. Dieses mit dem vorhergehenden verbunden, führt zu dem Schlusse, dass auf die genannten Phänomene kein Metalldunst Einfluss nahm, mithin aus Quecksilber sich keiner unter 20° F. (5° ⅓ R.) entwickelte.

Concentrirte Schwefelsäure siedet bei mehr als 600° F. (252° R.), bei etwas geringerer Temperatur vermindert sich die Spannkraft der Dünste sehr stark. Bellani brachte am oberen Theile eines geschlossenen Gefäses, das concentrirte Schwefelsäure enthielt, eine dünne Zinkplatte an, und bemerkte nach zwei Jahren keine Aenderung daran, indem das Zink noch so rein war, wie im Anfange, zum Beweise, dass Schwefelsäure bei der gewöhnlichen Temperatur als fix anzusehen ist. Daraus schliesse ich, dass die Spannkraft der Dünste, die sich bilden wollten, schon von der Schwere überwältiget war.

Man mag es nun zugeben oder nicht, dass bei diesen Versuchen der Verdünstung nach den dargestellten Grundsätzen Einhalt gethan war: so kann man es doch schwerlich in Zweifel ziehen, dass dieses bei der gewöhnlichen Temperatur, selbst bei Silber und anderen Körpern Statt fand, die eine hohe Temperatur vertragen, ohne sich zu verflüchtigen, wie Platin, Gold, Eisen, Nickel, Silicium, Alumnium, Kohle etc., und dass bei dieser Temperatur von den Körpern kein Dunst sich bildet und sie umgibt, daher sie völlig fix seyen; mithin dass keiner auch in der Atmosphäre als Dunst bestehen kann.

Es gibt aber ausser der Schwere noch eine andere von ihr, wenigstens von der Erdschwere, unabhängige Kraft, die mir dazu hinreichend zu seyn

scheint, eine Spannkraft von gewisser Grösse zu überwältigen, und die daher dazu geeignet wäre, Dünste von geringer Spannkraft zu condensiren, wenn auch dieses nicht durch die Schwere geschähe; ich meine das Bestreben nach Cohärenz (Force of homogenous attraction).

Ich brachte in eine reine Glasröhre, die etwa $\frac{1}{2}$ Z. im Durchmesser hatte, ein Stück Kampfer, verengte sie etwa 4 Z. über einem Ende bei der Lampe, machte sie luftleer und schloss sie dann am verengten Theile luftdicht. Als ich den Kampfer an einem Ende der Röhre gesammelt hatte, brachte ich sie in eine zweckmässige Stellung, erkältete das andere Ende ein wenig, indem ich es mit einem Stück Fliesspapier bedeckte, dem von einem Wasserbehälter mittelst eines Baumwollfadens Feuchtigkeit zugeführt wurde, um dadurch einen Temperaturunterschied von wenigen Graden an den beiden Extremitäten zu erzwecken. Nach einigen Tagen hatten sich ein oder zwei nadelförmige Kampferkrystalle im kalten Theile abgesetzt, sie vermehrten sich in der Folge nur noch um einen oder zwei, wuchsen aber an Grösse, so lange der Versuch ungestört dauerte, ohne dass deren neue gebildet worden wären, wiewohl der Temperaturunterschied bedeutend war.

Eine kleine Aufmerksamkeit reichte hin, einzusehen, dass die zuerst im kalten Theile gebildeten Krystalle die Kraft hatten, die Spannung der Kampferkrystalle bis zu dem Grade zu vermindern, wo sie unverändert das Glas berühren oder im Raume existiren konnten. Die Spannkraft, welche der Dunst im kälteren Theile hat und die er selbst in Berührung mit

dem Glase behalten kann; kann nicht in Berührung mit den Krystallen fortdauern, hier wird er verdichtet und er vermehret die Masse der Krystalle. Dieses kann aber nur der Fall seyn, wenn der Krystall die Kraft besitzt, andere Theile anzuziehen, und der Versuch zeigt, dass diese Kraft hinreicht, eine Spannkraft von gewisser Grösse zu überwinden. Man begreift daher leicht, dass bei einer Verminderung der Temperatur eines Körpers und seiner Dunstatmosphäre die Spannkraft des letzteren herabgesetzt werden kann, bis sie kleiner ist, als die Anziehung, welche die Theile der festen Masse auf die mit ihr homogenen dunstförmigen ausüben, und sie so gänzlich condensiren.

Diesen Versuch kann man mit Jod und vielen anderen Substanzen machen. Es gibt wirklich keinen Fall, wo eine bestimmte Krystallisation durch Sublimation eintritt, bei dem sich nicht die Kraft einer festen Masse zeigt, Dünste von geringer Spannkraft aus demselben Materiale zu condensiren. Es wird also das Daseyn dieser Kraft durch Auflösungen krystallisirbarer Massen erläutert, wo sich aus der Auflösung selbst dann auf einen Krystall etwas absetzt, wenn anderwärts kein Absatz erfolgt. Man kann sich wohl denken, dass in verdünnten Dünsten die Krystallisation schwerlich so Statt haben dürfte, wie in den dichten der vorigen Versuche. Jedoch ist dieses kein hinreichender Grund zur Annahme einer Differenz in dem Bestreben nach Cohärenz fester Körper, die von der Spannkraft ihrer Dünste abhängt. Eigentlich habe ich bei meinem Verfahren dieses Bestreben durch Verminderung der Temperatur gesteigert.

Diese Gründe machten mich glauben, dass es ei-

ne Grenze der Verdünstung gebe. Wenn ich auf rechtem Wege bin, so gibt es zwei Ursachen, deren jede allein hinreicht, Dünste von gewisser Spannkraft zu zerstören und wovon beide zusammen viele Substanzen auf der Erde fix machen. Ich habe die Gründe für die Annahme dargethan, dass zwei benannte Körper, die über 600° F. sieden, innerhalb der Grenze einer uns zu Gebothe stehenden Temperatur fix sind, und zweifle nicht, dass alle bekannte Metalle, die Erden, der Kohlenstoff, viele Metalloxyde und der grösste Theil ihrer Zusammensetzungen bei der gewöhnlichen Temperatur fix seyen. Man könnte gegen diese Behauptung den Geruch anführen, den einige Metalle von sich geben, wenn man sie reibt, indess sind die Umstände, unter welchen sich dieser Geruch entwickelt, nicht von der Art, dass sie mich von meiner Meinung abbringen könnten.

Ich enthalte mich, meine Ansicht, wie ich leicht könnte, auf die atomistische Theorie auszudehnen, ich wünsche vielmehr, dass Männer von Kenntnissen sie genehmigen oder zu Recht weisen möchten. Es genügt mir, mehrere Versuche über diesen Gegenstand besonders über solche Körper angeführt zu haben, die schon bei der gewöhnlichen Temperatur oder etwa darunter fix werden. Capitän Franklin hat in den kalten Regionen, in der er reiset, mehrere Versuche zu machen versprochen, und wird bei seiner Rückkehr ohne Zweifel Beiträge zu diesem Gegenstand mitbringen.

VI. Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1.

Drummond's Apparat, um das Licht des glühenden Kalkes auf grosse Entfernungen sichtbar zu machen.

(Edinb. Journ. of Science. Nr. X.)

Im ersten Band dieser Zeitschrift war von der Intensität des Lichtes die Rede, welches ein Stück Kalk in einer von Sauerstoffgas angefachten Weingeistflamme aussendet und welches man zum Behufe der Feuersignale bei geodätischen Vermessungen empfahl. Fig. 1 stellt den Apparat vor, wie ihn Drummond zu diesem Zwecke ausführen liess. A ist ein Hohlspiegel, in dessen Brennpuncte sich das Kalkkügelchen befindet. Es ruht auf einem Postamente; B ist ein Gefäss hinter dem Spiegel, welches den Weingeist enthält, der zur Ernährung der Flamme mittelst der Röhre aus Cautschouc G in den cylindrischen Theil D und von diesem mittelst 3 anderen Röhren gegen den Kalk hingeleitet wird, E erhält das Sauerstoffgas, aus einem eigenen Behälter mittelst der Cautschoucröhre G und sendet dasselbe durch drei andere Röhren in die Weingeistflamme. Fig. 2 stellt denselben Apparat etwas grösser und zur grösseren Deutlichkeit ohne Reflector vor. In dieser ist H das Kalkkügelchen, a, a, a die Röhren, welche den Weingeist aus der grösseren Röhre erhalten, und ihn gegen das Kügelchen leiten.

Die Ansatzröhre bekommt denselben aus dem Behälter B (fig. 1). F ist hier wie in Fig. 1 das cylindrische Gefäss, welches durch die Seitenröhre das Sauerstoffgas erhält. Das dreiarmige mit drei Einschnitten und eben so vielen Klemmschrauben versehene Mittelstück dienet dazu, um den Cautschoucröhren, welche der Flamme Oxygengas zuführen, die rechte Entfernung vom Kalkkügelchen zu geben. Endlich ist die Bodenplatte L mit horizontalen Stellschrauben versehen, um dem Apparat, wenn er mit dem Hohlspiegel in Verbindung steht, eine solche Richtung geben zu können, damit das Kalkkügelchen genau in dessen Brennpuncte stehe. Fig. 1 ist im achzehnten Theil Fig. 2 im vierten Theile seiner natürlichen Grösse verzeichnet. Die Kalkkugel ist hinreichend gross, wenn sie ¼ Zoll im Durchmesser hat.

Es ist nicht zu läugnen, dass Drummonds Apparat etwas einfacher und dadurch transportabler würde, wenn man das cylindrische Gefäss F mit Schlusshähnen versehen würde, an die man eine Druckpumpe anschrauben könnte. Denn dann könnte man in diesem Gefässe das Sauerstoffgas so verdichten, dass es längere Zeit die Flamme nähren könnte, ohne nachfüllen zu dürfen.

2.

Eine sich selbst nährende Gaslampe.

(Edinb. Journ. Nr. X.)

Diese Lampe ist in Fig. 3 dargestellt, A ist das Gefäss für Oehl, Weingeist etc. etc. welches durch den

Trichter B gefüllt werden kann, C ein Raum, in welchen etwas von der in Gas verwandelbaren Flüssigkeit gelangen kann, der aber übrigens wohl verschlossen ist, D ein metallenes Gefäss, das gegen innen mit rinnenförmigen Vertiefungen versehen ist, welche durch punctirte Linien angezeigt sind, damit in dieselben das in den Raum C hineinfliessende Oehl sich sammeln kann, und der Anhäufung desselben am Boden vorgebeugt werde. E ist ein metallener Schirm. G sind die Röhren, welche das Gas aus C zu den 2 Brandöffnungen F leiten, welche mit den gewöhnlichen gläsernen Zugröhren versehen sind. H ist ein Metallkolben, welcher in die Höhlung des Gefässes D passt. Macht man diesen Kolben rothglühend, und hält ihn dann in die für ihn bestimmte Oeffnung D, öffnet den Hahn L, damit etwas Oehl oder Weingeist nach C gelange, so wird diese Flüssigkeit in Gas verwandelt; dieses geht durch G nach F und kann daselbst angezündet werden. Die beim Verbrennen entwickelte Hitze, welche durch den Schirm E zusammen gehalten wird, wirket so auf den Körper D, dass die fernere Verwandlung der Flüssigkeit in Gas dadurch unterhalten wird, und so das Brennen in F fortdauern kann.

3.

Barometer zur Bestimmuug des Luftdruckes zu jeder Stunde, selbst während der Abwesenheit des Beobachters von Blackadder.

(Edinb. Transact. 18.6. p. II.)

Das Barometer, welches Blackadder zum genannten Zwecke vorgeschlagen hat, und auch ausfüh-

ren liess, und welches sehr gute Dienste thun soll, unterscheidet sich von einem gewöhnlichen Gefäss-Barometer dadurch, dass es ein weites Gefäss von Eisen hat, dessen Durchmesser über 2 Zoll beträgt, und das fast ganz mit Quecksilber angefüllet ist. Zu einer bestimmten Zeit, in welcher der Luftdruck bestimmt werden soll, wird die Communication zwischen der äusseren Luft und der im Gefässe aufgehoben, und die Quecksilbersäule kann von diesem Augenblick an nur jene Veränderung erleiden, die auf Rechnung der Aenderung der Temperatur des Quecksilbers und der im Gefässe eingeschlossenen Luftmasse kommt, die unter obiger Voraussetzung, wo das Gefäss fast ganz mit Quecksilber angefüllt ist, nicht von grossem Belange seyn kann. Fig. 4 stellt ein solches Barometer im Durchschnitte vor, dessen Hauptbestandtheile man leicht aus der Zeichnung erkennt. Am Boden des Gefässes ist eine Oeffnung angebracht, wodurch man das Quecksilber in die Röhre und in das Gefäss bringt, und die man hierauf wieder mittelst der Schraube a verschliesst; c ist eine feine Oeffnung an einer Röhre, durch welche die Luft den Zutritt zum Quecksilber hat. Auf diese Röhre lässt sich das Stück f anschrauben, das mit einem Hahn versehen ist, durch dessen Wendung man die äussere Luft absperrt. Dieses Wenden des Hahnes wird durch ein Uhrwerk hervorgebracht, das zu einer gegebenen Stunde auf den Arm h, und dadurch anf den Hahn wirkt. Man kann sehr wohl mehrere so eingerichtete Barometer neben einander anbringen, und mittelst eines Uhrwerkes zu bestimmten Zeiten einen Hahn nach dem anderen drehen lassen und so z. B. nach jeder Stunde ein Baro-

meter von der ferneren Einwirkung der Luft befreien. Fig. 5 stellt einen solchen Apparat vor. Er besteht aus einer hohlen cylindrischen Säule von 4 ½ Z. im Durchmesser und 34 Z. Höhe. Die Basis kann 2 Z. Höhe und einen Durchmesser von 6 ½ Z. haben. Diese wird nach der Länge mit so vielen von einander gleichweit abstehenden rinnenförmigen Vertiefungen versehen, als man Barometer daran anbringen will, z. B. mit 7. Die Gefässe aller dieser Barometer befinden sich in der Basis und sind so gestellt, dass die Hähne inwendig in einem Kreise herumstehen. Eben daselbst kann sich ein Rad mittelst eines Uhrwerkes in einer gegebenen Zeit einmal herumdrehen und so jede Stunde einen anderen Hahn schliessen. Man kann sich leicht eine Einrichtung denken, wo dasselbe mit Barometern geschieht, die sich auf einer ebenen Fläche befinden.

4.

Ein Thermometer und Hygrometer von ebendemselben.

(Edinb. nous Phylos. Journ. n. 2.)

Blackadder hat in einer Abhandlung, aus welcher das vorgehende Instrument entnommen ist, die Grundsätze entwickelt, nach denen die meteorologischen Instrumente, das Barometer, Thermometer und Hygrometer verfertiget werden müssen, wenn sie den Beobachter in den Stand setzen sollen, den zu einer bestimmten Stunde Statt findenden Stand auch noch nach Verlauf derselben zu erkennen. Erst viel später hat er in der oben angegebenen Quelle die Zeichnungen zu den Vorschlägen über Thermometer und Hygrometer geliefert, die hier, wie ich hoffe, klärer beschrieben sind, als im Originale.

Ein Weingeistthermometer lässt sich bekanntlich umkehren, ohne dass dadurch die Weingeistsäule bis

zum Ende der Röhre hinabsinkt. Enthält es eine kleine bewegliche Glasmarke, so wird auch diese an der Oberfläche der flüssigen Säule schweben bleiben und derselben vermöge der Adhäsion folgen, wenn diese sich auch wegen der Aenderungen der Temperatur verkürzt oder verlängert. So wie aber das Thermometer eine horizontale Lage annimmt, liegt die Glasmarke an der Seite der Röhre an und folgt der flüssigen Säule nur bei ihrer Verkürzung, keineswegs aber bei ihrer Verlängerung. Will man daher den Stand eines Weingeistthermometers zu einer bestimmten Stunde auch nach Verlauf derselben noch erkennen, so dürfte man nur eine Vorrichtung anbringen, welche im bestimmten Augenblicke das Thermometer in eine horizontale Lage bringt und verhüten, dass es von diesem Augenblick an keiner niedrigeren Temperatur ausgesetzt wird, als im Augenblicke des Umschlagens Statt hatte.

Auf einem gleichen Grundsatze beruht auch die Einrichtung eines Hygrometers. Bekanntlich lässt sich der Feuchtigkeitszustand der Luft aus der Differenz im Stande zweier Thermometer abnehmen, deren eines mit Wasser befeuchtet ist. Werden nun 2 solche Instrumente zu einer bestimmten Zeit aus der verticalen Lage in die horizontale gebracht, und dann das fernere Verkürzen der Weingeistsäulen verhütet; so lässt sich auch noch in jeder späteren Zeit der früher Statt findende Stand aus der Lage der Glasmarke in ihnen erkennen. Die Vorrichtungen, wodurch dieses geleistet werden kann, sind in Fig. 6, 7, 8 abgebildet.

Fig. 6 stellt ein Hygrometer vor, welches Blackadder ein atmizomisches nennt. a ist eine verti-

cale Leiste, auf welcher zwei Thermometer befestiget sind, und daselbst auch ihre Scalen haben. Sie werden in ihrer verticalen Lage durch den Hebel c erhalten, der in einen hakenförmigen Vorsprung der Leiste eingreift, und mittelst einer Feder d angedrückt wird. f ist ein Wasserbehälter, der in einem von der Stange h getragenen Ringe fest sitzt, und durch dessen Boden ein gläsernes Haarröhrchen g geht, aus dessen unterer Oeffnung Wasser auf die Kugel des einen Thermometers tröpfelt. Das Röhrchen geht durch einen Korkstoppel, und kann so regulirt werden, dass es gerade die rechte Wassermenge liefert. e ist eine Welle, welche mit einem Uhrwerke in Verbindung steht, und durch dasselbe umgedreht wird. Zur bestimmten Stunde drückt ein daran befestigter Däumling an den Hebel, hebt denselben, und macht dadurch die Thermometer von demselben frei. Sobald dieses erfolgt, fallen sie in die Lage b, die Kugeln dringen in das Gefäss k, durch welches die mittelst einer Lampe erwärmte Luft streicht, und beide Thermometer über die Temperatur der Atmosphäre erwärmt.

Zum thermometrischen Gebrauche ist natürlich nur ein Thermometer nöthig, und es kann auch der Wasserbehälter f wegbleiben.

Will man den Thermometerstand zu mehreren bestimmten Stunden des Tages kennen lernen, und doch nur einmal die Beobachtung machen, so braucht man nur mehrere Thermometer neben einander anzubringen, für jeden einen eigenen Hebel einzurichten, und die Welle e mit eben so vielen Däumlingen zu versehen, damit zu jeder bestimmten Stunde ein Thermometer in die horizontale Lage gebracht werde.

Fig. 7 stellt diese Vorrichtung mit sieben Thermometern nach ihrer inneren Einrichtung vor, die keiner weitern Beschreibung bedarf, als dass a die Welle ist, b einer der sieben Hebel, h der Raum, durch welchen die warme Luft geht, oder in der sich ein durch die Lampe erwärmtes Wasser befindet, n dünne Röhren aus Metall, welche in den Raum h hineindringen, und zur Aufnahme der Thermometerkugeln dienen, g Klappen, welche die Röhre schliessen, so lange die Thermometer vertical stehen. Jede Klappe wird in dieser Lage durch einen am äussersten Ende hakenförmig gebogenen Draht f gehalten, der mit dem zu demselben Thermometer gehörigen Hebel in Verbindung steht. So wie der Hebel herabgedrückt wird, und das Thermometer umschlagen will, wird die Klappe von diesem Haken frei, und eine Feder p öffnet dieselbe.

Fig. 8 zeigt denselben Apparat mit sieben Thermometern von Aussen. Drei Thermometer stehen horizontal, die übrigen haben noch die verticale Lage. Eben so sind drei Klappen offen und vier geschlossen. Es bedarf wohl keiner weiteren Erklärung, als dass c ein wasserdichter Glasschrank sey, d die Röhre, durch welche die warme Luft von der Lampe in das dazu bestimmte Gefäss oder zu dem zu erwärmenden Wasser führt, e ein Kamin für die Lampe.

Blackadder empfiehlt zu diesen Thermometern alten, ungefärbten, öfters filtrirten Weingeist, weil sich von diesem nie etwas absetzt, welches den Gang der Glasmarke stören kann.

VII. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

(Fortsetzung der Optik.)

Eigentlicher Sitz des Sehens.

Wallan *) glaubt aus mehreren Erscheinungen den Schluss ziehen zu können, dass, wenn man mit einem oder mit beiden Augen nach einem Gegenstande hinsieht, eine besondere und eine allgemeine Empfindung Statt finde. Vermög ersterer sieht das Auge deutlich (dictincly) nur einen einzelnen Punct, der grösser oder kleiner ist, je nachdem das bemerkte Object eine kleinere, oder grössere Entfernung vom Auge hat; vermög der letzteren unterscheidet das Auge undeutlich ein bedeutendes Feld, dessen Grösse sich nach seiner besonderen Constitution, und der einwirkenden Lichtmenge, mithin nach der Convexität der Hornhaut, und nach der Erweiterung und Verengung der Pupille richtet. Die besondere Empfindung hat ihren Sitz an der Basis des optischen Nerves, die allgemeine an der Netzhaut. Die Erscheinungen, woraus dieser Schluss gezogen wird, sind: Man verzeichne auf einem Papier einen Punct, beschreibe um ihn, als das Centrum, mehrere Kreise, deren Halbmesser unter einem Zoll sind, halte dieses Papier in einer Entfernung von 3 — 6 Zoll vom Auge; so erblickt man nur den Mittelpunct der

*) Annals of Philos. Octob. 1825.

Kreise in demselben Augenblicke deutlich, und wenn man auch auf den kleinsten Kreis sieht, so entgeht einem doch der Mittelpunct. Wallan sah den Mond, als er 22° über dem westlichen Horizont stand, mit einer Planconvexlinse an, die er ans rechte Auge hielt, und bemerkte mit derselben einen nebelichten Lichtkreis innerhalb dessen, und zwar gegen die rechte Seite zu, ein vollkommenes Bild des Mondes sich befand, das an Lichtstärke den vorigen Kreis gerade um so viel übertraf, dass man es davon unterscheiden konnte. Hielt er das Glas an das linke Auge, so war der Effect genau derselbe, nur mit dem Unterschiede, dass das deutliche Bild des Mondes etwas näher an dem Mittelpuncte des Lichtkreises sich befand. Beim Lesen behauptet Wallan, kann man nur immer einen Buchstaben auf einmal sehen, und nur dadurch zur Kenntniss einer ganzen Sylbe oder eines Wortes gelangen, dass man die bereits vorbeigegangenen Buchstaben im Gedächtnisse behält.

Unfähigkeit, gewisse Farben zu erkennen.

Harvey*) erzählt von einem Manne von 60 Jahren, der einige Farben gar nicht zu unterscheiden im Stande war. Er erkannte mit völliger Sicherheit nur weiss, gelb und grau, über die übrigen Farben konnte er keinen sicheren Ausspruch thun, und verwechselte oft eine mit der anderen. Schwarz hielt er oft für grün, manchmal auch für carminroth, dunkelblau erschien ihm roth und schwarz; die graue vom mittleren Töne carminroth, purpurroth hielt er für blau,

*) Philos. magaz. Sept. 1826.

ausser wenn es recht hellroth war, grün verwechselte er mit schwarz und braun, orange war ihm braun, ausser wenn es sehr hell war, in welchem Falle er es für gelb erklärte. Roth erschien ihm blau und braun grün. In einem vollkommenen prismatischen Farbenbilde konnte er nur zwei Farben, nämlich gelb und lichtblau unterscheiden, das lebhafte Roth bemerkte er gar nicht. Dabei sind seine Augen gut gebildet, und haben selbst durch das Alter wenig gelitten, nur das Grau der Iris ist ungewöhnlich schwach, und die Pupille sehr klein. Kein Glied seiner Familie leidet an demselben Uebel, wiewohl mehrere Beispiele bekannt sind, dass es erblich ist, und ganze Familien daran leiden. So erzählt Brewster*) von einem Schuster, der nur schwarz und weiss von einander unterscheiden konnte, und der zwei an demselben Fehler leidende Brüder hatte. Zwei andere Brüder und zwei Schwestern waren davon frei.

Das Merkwürdigste an dieser Sache ist, dass es sich als allgemeines Gesetz zeigt, es können Personen, die an diesem Uebel leiden, rothes Licht und jedes andere, das einen Antheil von Roth enthält, nicht wahrnehmen.

Man hat die Erklärung dieser sonderbaren Erscheinung auf sehr verschiedene Arten zu geben versucht. Dalton, welcher selbst von diesem Uebel behaftet ist, meint, es werden die rothen Strahlen von der Glasfeuchtigkeit des Auges absorbirt; Young nimmt an, es fehlen der Netzhaut diejenigen Fibern, welche zur Erzeugung der Empfindung des Roth geeignet

*) Edinb. Journ. of Science VII. p. 85.

sind; Brewster lässt das Auge für die Farben an einem Ende des Farbenbildes unempfindlich seyn, gerade so wie manches Ohr Töne, die an einem Ende der musikalischen Gradleiter liegen, nicht mehr vernimmt, das doch für die anderen Stellen dieser Scale entsprechenden sehr empfänglich ist. Vielleicht rührt es daher, dass die blaue Retina die rothen Lichtstrahlen absorbirt.

Optische Täuschungen.

Smith *) wollte die Empfindung, welche entsteht, wenn man ein Object mit beiden Augen so ansieht, dass es entsprechende Puncte der Netzhaut afficirt, mit derjenigen vergleichen, welche Statt findet, wenn verschiedene Stellen der Netzhaut getroffen werden, und nahm zu diesem Zwecke bei Kerzenlicht einen Streifen weisses Papier, hielt ihn vertical in einer Entfernung von einem Fuss vor die Augen, und richtete dieselben auf ein hinter dem Streifen liegendes entferntes Object. Er sah da den Streifen doppelt, und was eigentlich merkwürdig ist, die beiden Bilder erschienen mit complementären Farben, und zwar eines grün, das andere roth. Dabei befand sich das Kerzenlicht einige Zoll vom rechten Auge; wurde es eben so in die Nähe des linken gebracht, so ging das rothe Bild in ein grünes, und das grüne in ein rothes über. Als gefärbte Papierstreifen genommen wurden, zeigten sich ähnliche Farbenphänomene. Nahm man z. B. rothes Papier, so erschien ein Bild fast weiss, das andere dunkelroth. Wenn man schwer findet, die Au-

*) Edinb. Journ. of Science Nr. IX. p. 52.

gen auf einen entfernten Gegenstand zu richten, und dabei die beiden Bilder zu betrachten, so kann man denselben Effect dadurch hervorbringen, dass man die Augen auf den Papierstreifen selbst richtet, und einen Augapfel etwas mit dem Finger drückt. Befindet sich in der Nähe jedes Auges ein Kerzenlicht, so erscheinen die beiden Bilder weiss, sobald beide Lichtquellen gleich intensiv wirken; die kleinste Ungleichheit in der Lichtstärke verräth sich durch eine Färbung der Bilder, so dass man dieses Verhalten fast eben so sicher zum photometrischen Behufe anwenden könnte, als die Dunkelheit der Schatten. Diese Erscheinungen können von keiner krankhaften Beschaffenheit des Auges herrühren, weil die Farben zu jeder Zeit bei übrigens gleichen Umständen dieselben sind, und Personen von verschiedenem Alter dasselbe bemerken; ich selbst habe diesen Versuch mehrere Male wiederhohlt, und stets dasselbe Resultat gefunden.

Die Vertheilung von Licht und Schatten an einem Gegenstande, der von einer bestimmten Lichtquelle beleuchtet wird, leitet häufig unser Urtheil über die Beschaffenheit der Oberfläche desselben, und wir sind durch die Gewohnheit in den meisten Fällen so weit gekommen, dass es nur einer Aenderung in der gegenseitigen Lage der beleuchteten und beschatteten Stellen bedarf, um unser Urtheil über die Gestalt des Körpers zu ändern, und uns so zu täuschen. Sehr merkwürdige Beiträge zu dieser Behauptung hat Friedrich Gmelin bemerkt, und sie in den Transact. der Londner Societät für das Jahr 1744 beschrieben. Ritterhouse, Präsident der Americain philosophical Society, hat sich im Jahre 1780 mit ähnlichen Erschei-

nungen abgegeben. Brewster*) aber hat diese Phänomene auf ihren wahren Grund zurückgeführt, den seine Vorgänger nur unbestimmt angegeben hatten. Das wesentliche dieser Phänomene besteht darin, dass ein erhabener Körper, z. B. eine Thermometerkugel, die von einem seitwärts stehenden Körper beleuchtet wird, mit einer sphärischen Vertiefung erscheint, wenn man ihn mit einem Microscope, das ein wirkliches Bild gibt, ansieht und dass unter denselben Umständen ein vertiefter Gegenstand erhaben zu seyn scheint. Am leichtesten macht man den Versuch mit einer halbkugelförmigen Schale. Die Erklärung dieser Täuschung ist nach Brewster leicht. Ist die Höhlung der Schale dem Lichte zugekehrt, und dasselbe an deren rechter Seite befindlich; so steht die linke Seite der Höhlung im Lichte, die rechte hingegen im Schatten; ist aber die erhabene Seite der Schale gegen das Licht gewendet, so erscheint die rechte Seite beleuchtet, die linke hingegen beschattet. Sieht man durch ein Microscop, oder ein anderes Instrument, welches das Bild des Gegenstandes umgekehrt zeigt, auf die Vertiefung der Schale, so erscheint der beleuchtete Theil zur Rechten und der beschattete zur Linken, mithin so wie die Erhöhung der Schale dem freien Auge sich darbietet. Desshalb glaubt man auch diese, nicht jene zu sehen. Das Umgekehrte erfolgt, wenn man die Erhöhung durch ein Instrument ansieht, das ein verkehrtes Bild gibt. Bringt man, während einem die Vertiefung wie eine Erhöhung erscheint, auf der linken Seite der Schale auch eine Kerzenflamme oder eine andere Lichtquelle an; so verschwindet

*) Journ. of Science N. VII. p. 99.

die Täuschung augenblicklich, weil nun die ungleiche Beleuchtung, die den Anlass zur Täuschung gab, wegfällt.

Noch andere Umstände können diese Täuschung durch eine andere aufheben. Man denke sich, es erschiene einem eine vertiefte Schale vermöge der genannten Täuschung als Erhöhung, und man halte in die Vertiefung einen kleinen unpolirten Körper hinein, der einen Schatten wirft, aus dessen Lage man auf die des leuchtenden Körpers zu schliessen pflegt, und den man zugleich mit dem übrigen durch das Microscop sehen kann. Da dieses die Bilder umkehrt, so thut es dasselbe auch mit dem Schatten, und veranlasst dadurch die Täuschung, als befände sich das rechts stehende Kerzenlicht links, und die beschattete Seite der Vertiefung liegt gegen diese scheinbare Lage der Lichtquelle so, wie es an einem vertieften Körper der Fall seyn muss. Desshalb hört auch die Täuschung auf, und man sieht die vertiefte Schale so wie sie ist.

Die Täuschung über die Gestalt der Oberfläche ist keineswegs so gross, wie die Ueberzeugung, welche man sich hierüber durch den Tastsinn erwirbt. Daher verschwindet sie augenblicklich, wenn man den Körper, um dessen Gestalt es sich handelt, mit dem Finger berührt, erscheint aber augenblicklich wieder so wie man den Finger zurückzieht. Ist eine Höhlung, die als Erhabenheit erscheint, sehr tief, so hält man den vom Finger berührten Theil für vertieft, die übrigen aber für erhöht.

Wendet man das, was die Erfahrung über den Zusammenhang zwischen der Beschaffenheit der Ober-

fläche der Körper und der Vertheilung des Lichtes und des Schattens bei undurchsichtigen Körpern lehrt, auf halbdurchsichtige an, so verfällt man in ähnliche Täuschungen, wie die sind, welche durch Umkehrung der Bilder entstehen. Nimmt man z. B. eine Platte aus Perlmutter oder einem anderen durchscheinenden Körper, in welchem eine runde Vertiefung angebracht ist, und lässt sie durch ein seitwärts z. B. rechts stehendes Kerzenlicht beleuchten; so erscheint am rechten Ende der Vertiefung statt des Schattens, welcher da seyn wird, wenn die Platte ganz undurchsichtig wäre, gebrochenes Licht, das durch den Rand der Vertiefung gegangen ist, wie es bei einem undurchsichtigen Körper bei einer Erhöhung der Fall wäre. Da wir aber Perlmutter als undurchsichtigen Körper vor uns zu haben glauben, so scheint uns selbst mit freiem Auge die Vertiefung eine Erhöhung zu seyn.

Selbst die Umkehrung eines Bildes im Auge kann zu optischen Täuschungen Anlass geben. Dieses zeigt besonders ein schon alter Versuch von Le Cat, der darin besteht: Lässt man durch eine feine Spalte, die man in einem Blatt Papier macht, Licht ins Auge kommen, und hält nahe an dasselbe ein gerades Object, so erscheint dieses verkehrt und vergrössert. In diesem Fall empfindet das Auge von dem zu nahe stehenden Objecte nur den Schatten auf der Retina, der grösser ist als der Gegenstand, und weil das Licht, welches vom unteren Theil desselben abgehalten wird, vom oberen des leuchtenden Körpers kommt und umgekehrt, so muss der Schatten gegen das Object auch verkehrt seyn. Diesen Versuch hat Brewster in der

neuesten Zeit*) abgeändert, und statt der Spalte, die einen divergirenden Lichtbüschel liefert, einen kleinen polirten Nadelkopf genommen.

Isometrische Perspective.

Farish sollte bei seinen Vorlesungen an der Universität zu Cambridge die Modelle aller wichtigen, bei den englischen Manufacturen gebrauchten Maschinen vorzeigen, es gebrach ihm aber an dem zu ihrer Aufstellung nöthigen Locale. Darum liess er sich nur die Bestandtheile der Instrumente verfertigen und setzte aus ihnen die zu jeder einzelnen Vorlesung nöthigen Modelle zusammen. Allein bei dieser Zusammensetzung musste ein Gehülfe durch eine getreue Zeichnung unterstützt werden, aus welcher sich nicht bloss die Bestandtheile der Maschinen, sondern auch ihre Dimensionen abnehmen liessen. Eine gewöhnliche perspectivische Zeichnung konnte zu diesem Zwecke nicht genügen, weil sie nur jene Theile in einem richtigem Verhältnisse der Dimensionen darstellt, welche mit der Ebene des Papiers parallel sind; orthographische Projectionen waren zu umständlich, und nicht für jeden verständlich. Desshalb entwarf er sich selbst eine Perspective, die er isometrisch nannte, und durch welche alle geraden Linien, welche in den drei Hauptrichtungen liegen, nach demselben Massstabe gezeichnet werden. Jeder rechte Winkel wird zu einem von 60°, oder 120°, jeder Kreis, welcher in einer der drei Hauptebenen liegt, erscheint als Ellipse von derselben Excentricität. Das Verhältniss ihrer Axen ist

*) Journ. of Science N. VII. p. 90.

stets nahe wie 28:49. Soll z. B. nach dieser Methode ein Würfel verzeichnet werden, so wähle man sich einen Punct desselben aus, welcher der Leitpunct (regulating point) genannt werden kann, und der Endpunct einer Diagonale des Würfels ist, ziehe von diesem aus eine Linie vertical und zwei andere, deren jede mit dieser einen Winkel von 120° einschliesst, mache diese 3 Linien einander gleich und vollende nach den gewöhnlichen Regeln durch Linien, die mit diesen 3 parallel sind, die Figur. Auf ähnliche Weise verfährt man auch bei jedem anderen abzuzeichnenden Körper. Stets muss man sich das Auge des Beobachters in einer Linie denken, die auf der Fläche des Papieres senkrecht steht, und zwar in einer sehr grossen Entfernung von demselben. Man braucht, um eine solche Zeichnung zu vollenden, nichts als zwei Lineale, die so mit einander verbunden sind, dass sie auf einer Seite einen Winkel von 60°, auf der anderen, als Nebenwinkel von diesem, einen von 120° geben.

MATHEMATISCHE ABTHEILUNG.

I. Beiträge zur Lehre von der Entwicklung der Funktionen, von Dr. Joseph Knar, Prof. d. Math. an dem k. k. Lyceum zu Grätz.

Die Entwicklung der Funktionen nach den Potenzen der veränderlichen Grössen ist unstreitig unter die wichtigsten Aufgaben der Analysis zu zählen. Ihre Auflösung wurde zwar bereits in grosser Allgemeinheit geleistet, doch gestattet die Reichhaltigkeit, ich möchte fast sagen, Unerschöpflichkeit des Gegenstandes noch immer einige Beiträge. Ein solcher Beitrag soll hier geliefert werden.

1.

Um im Verlaufe der Rechnungen nicht durch fremdartige Dinge aufgehalten zu werden, ist es nothwendig, dass man sich über die zu gebrauchenden Namen und Zeichen im Voraus verständige.

Man kann bekanntlich um den Differentialquotienten einer Funktion P für irgend eine veränderliche Grösse z in zweifacher Hinsicht fragen. Sobald nämlich P ausser z noch andere, von z abhängige, veränderliche Grössen enthält, kömmt es darauf an, ob man bei der Differentiirung auf diese Abhängigkeit Rücksicht nehmen will, oder nicht. Im letztern Falle ist es

eben so viel, als ob die anderen Grössen von z gar nich abhängig wären, indem auf ihre Abhängigkeit keine Rücksicht genommen wird; daher wird der Differentialquotient von P bloss durch die Veränderung von z allein bestimmt. Einen solchen Differentialquotienten von P wollen wir **für z ausschliesslich** nennen, und durch

$$1)\qquad \frac{d_z P}{dz}$$

bezeichnen. Ganz anders verhält sich die Sache, wenn auf die Abhängigkeit der übrigen veränderlichen Grössen x, y, ... von z Rücksicht genommen wird. Dann ändern sich mit z zugleich auch x y, ..., und der Differentialquotient wird durch die gleichzeitige Aenderung aller dieser Grössen bestimmt. Ein solcher Differentialquotient soll bloss **für z** heissen, ohne weiteren Zusatz; seine Bezeichnung soll durch

$$2)\qquad \frac{dP}{dz}$$

geschehen. Es ist bekannt, dass nach dieser Bezeichnungsart

$$3)\qquad \frac{dP}{dz} = \frac{d_z P}{dz} + \frac{d_x P}{dx}\cdot\frac{dx}{dz} + \frac{d_y P}{dy}\cdot\frac{dy}{dz} + \ldots\ldots$$

sey, woraus man sieht, dass der Differentialquotient 1) einen Theil von 2) macht, und beide nur dann gleichbedeutend sind, und daher auch ihre Bezeichnungen verwechselt werden können, wenn P ausser z keine von z abhängige Grösse enthält.

Die angeführte Bezeichnung partieller Differentialquotienten scheint im Allgemeinen sehr passend zu seyn, in einzelnen Fällen aber, wo nur ausschliesslich-partielle Differentialquotienten, wie 1), für eine oder

höchstens zwei veränderliche Grössen vorkommen, kann man dieselben auch durch Accentuirung der Funktionen, oder, was weit vorzüglicher ist, durch blosse Ansetzung der Differentialexponenten bezeichnen. Diess soll auch in der Folge fast durchgängig geschehen. Hierbei wird als Regel festgesetzt, dass eine bei der Funktion links etwas erhöht stehende Zahl immer einen Differentialquotienten für z ausschliesslich anzeige; steht die Zahl aber rechts unten, so bedeutet sie einen ausschliesslichen Differentialquotienten entweder für x oder für y, je nachdem das eine oder das andere besonders bemerkt worden ist. Demnach ist

$$4)\quad {}^{n}P = \frac{d_z{}^{n} P}{dz^{n}},$$

und

$$5)\quad P_n = \frac{d_x{}^{n} P}{dx^{n}} \quad \text{oder} \quad 6)\quad P_p = \frac{d_y{}^{n} P}{dy^{n}}.$$

In Hinsicht der übrigen Zeichen, welche einer verschiedenen Auslegung fähig seyn könnten, werde ich mich der von H. Prof. v. Ettingshausen *) theils beibehaltenen, theils neu vorgeschlagenen bedienen, nur mit dem einzigen Unterschiede, dass keine, combinatorische Operationen bezeichnende Zahl, z. B. Klassenexponent Zeigersumme, einem Buchstaben rechts oben oder unten angesetzt werden soll, indem sie im ersteren Falle eine Potenz, im letzteren aber einen Differentialquotienten, wie vorher bestimmt wurde, anzeigen würde: solche Zahlen sollen daher gerade über oder unter den

*) Die combinatorische Analysis. Wien, 1826.

Buchstaben gesetzt werden, wodurch jede Verwechslung der Bedeutung unmöglich wird. Auf diese Art ist

7) $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{1.2\ldots\ldots r}$ und 8) $r! = 1.2.3\ldots r$,

hingegen wird die Summe aller Combinationen mit Wiederhohlungen zur Classe m und Zeigersumme n, jede mit der zugehörigen Permutationszahl multiplicirt, durch

9) $\overset{n}{\underset{m}{p\mathfrak{C}w}}$

ausgedrückt.

Nach diesen Bemerkungen, wodurch Missverständnissen möglichst vorgebeugt werden soll, kann zu dem eigentlichen Gegenstande dieser Abhandlung geschritten werden.

2.

Sey Fz irgend eine Funktion von z, welche nach Potenzen von z entwickelt werden soll. Man nehme

10) $Fz = A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \ldots\ldots + N.z^n + \ldots$

an, wo A, B, C, ..., N, weder z, noch eine von z abhängige Grösse enthalten sollen, differentiire mehrere Male für z und setze dann z = o, so erhält man:

11)
$$\left.\begin{array}{l} A = Fz, \\ B = \frac{dFz}{dz}, \\ C = \frac{1}{2!}\cdot\frac{d^2Fz}{dz^2}, \\ D = \frac{1}{3!}\cdot\frac{d^3Fz}{dz^3}, \\ \ldots\ldots \\ N = \frac{1}{n!}\cdot\frac{d^nFz}{dz^n}, \end{array}\right\} \text{für } z = o.$$

Man darf daher nur aus Fz die Differentialquotienten für z nach der Ordnung herleiten, darin z = o setzen und die Werthe in 11) substituiren; dadurch erhält man die Coefficienten der Entwicklungsreihe 10).

3.

Die Entwicklung nach z hat keine Schwierigkeit, sobald Fz unmittelbar durch z ausgedrückt ist. Diess trifft jedoch nicht immer ein, sondern man kennt oft nur eine gewisse Relation zwischen z und Fz, aus welcher man nicht im Stande ist, Fz durch z darzustellen, ohne die Entwicklung schon vorauszusetzen. Man kann sich vorstellen, dass die zu entwickelnde Funktion zunächst durch eine veränderliche Grösse x gegeben ist, (Fx) welche selbst erst vermöge einer zwischen x und z bestehenden Gleichung von z abhängt. Die Schwierigkeit besteht dann darin, dass man aus der Funktion, wie sie gegeben ist, unmittelbar nur Differentialquotienten für x herleiten kann, aus welchen man erst, vermittelst der zwischen x und z gegebenen Gleichung, die Differentialq ten für z finden muss.

4.

Eine hieher gehörige, ziemlich allgemeine, wegen des zierlichen Resultates und der schönen Anwendungen, z. B. auf die Kepler'sche Gleichung, merkwürdige Aufgabe hat Lagrange *) gelöst. Wenn nämlich zwischen x und z die Gleichung

*) Mémoires de l'Académie de Berlin, pour l'Année 1768. Théorie des fonctions analytiques. Nouv. éd. Paris, 1813; Traité de la Résolution de équations numériques. Nouv. ed. Paris 1808.

12) $x = y + z . \varphi x$

besteht, worin φx jede Funktion von x vorstellt; so findet Lagrange:

13) $$Fx = Fy + \frac{z}{1} . \varphi y . \frac{dFy}{dy} + \frac{z^2}{2!} \frac{d\left((\varphi y)^2 . \frac{dFy}{dy}\right)}{dy} + \frac{z^3}{3!} \frac{d^2\left((\varphi y)^3 . \frac{dFy}{dy}\right)}{dy^2} + \ldots\ldots$$

Laplace*) hat die Gleichung zwischen x und z etwas allgemeiner

14) $$x = \psi\,(y + z . \varphi x)$$

angenommen, wo auch ψ jede Funktion der nachstehenden Grösse bezeichnet, und daraus bestimmt:

15) $$Fx = U + \frac{z}{1} . V . \frac{dU}{dy} + \frac{z^2}{2!} \frac{d\left(V^2 . \frac{dU}{dy}\right)}{dy} + \frac{z^3}{3!} . \frac{d^2\left(V^3 . \frac{dU}{dy}\right)}{dy^2} + \ldots\ldots$$

wenn

16) $$U = F\psi y \text{ und } V = \varphi\psi y$$

ist**)

§. 5.

Legendre***) hat zwischen x und z die Gleichung

17) $$fx = fy + z\varphi x$$

---

*) Mémoires de l'Académie de sciences de Paris, pour l'année 1777;

**) Laplace hat seine Untersuchung auch auf mehrere Gleichungen und veränderliche Grössen ausgedehnt, was jedoch ausser den Gränzen des gegenwärtigen Aufsatzes liegt.

***) Exercices de Calcul Intégral. Paris, 1817. In seinen Zeichen

festgesetzt, und daraus

$$18)\quad Fx = Fy + \frac{z}{1}\,A\varphi y\,\frac{dFy}{dy} + \frac{z^2}{2!}\,A.\,\frac{d\left(A(\varphi y)^2.\frac{dFy}{dy}\right)}{dy} +$$

$$+ \frac{z^3}{3!}\,A.\,\frac{d\left(A\,d\left(A(\varphi y)^3.\frac{dFy}{dy}\right)\right)}{dy^2} + \ldots$$

entwickelt, wobei

$$19)\qquad \frac{1}{A} = \frac{dfy}{dy}$$

ist. Man wird leicht bemerken, dass sich die Gleichung 17) auf die Form 14) zurückführen lässt. Man drücke nur durch ψ die umgekehrte Funktion von derjenigen aus, welche durch f angezeigt wird, d. h., es soll $\psi u = y$ seyn, wenn $u = fy$ ist; so erhält man aus 17)

$$20)\qquad x = \psi(fy + z\varphi x),$$

eine Gleichung, welche mit 14) übereinstimmt, nur dass hier fy statt y steht. Wirklich unterliegt es auch keiner Schwierigkeit, die Formel 18) aus 15) herzuleiten, wenn man in der letzteren überall fy statt y setzt, und bedenkt, dass (wegen $\psi u = y$, wenn $fy = u$ ist) nothwendig $\psi fy = y$ seyn müsse. Durch diese Substitution enthält man aus 16)

$$21)\qquad U = F\psi fy = Fy \text{ und } V = \varphi\psi fy = \varphi y,$$

daher ist jetzt der Coeffizient von $\frac{z}{1}$ in 15)

$$22)\qquad \varphi y\,.\frac{dFy}{dfy} = \varphi y\,\frac{dFy}{dy}\,.\frac{dy}{dfy} = A\,.\,\varphi y.\frac{dFy}{dy}\,.$$

---

die ich hier zu ändern gewagt habe, heisst die Gleichung $Fx + y\varphi x = Fa$.

Ferner wird aus $\frac{d\left(V^2.\frac{dU}{dy}\right)}{dy}$ auf diese Weise

$$23)\quad \frac{d\left((\varphi y)^2\frac{dFy}{dfy}\right)}{dfy} = \frac{dy}{dfy}\;\frac{d\left(\frac{dy}{dfy}(\varphi y)^2.\frac{dFy}{dy}\right)}{dy}$$

$$= A\frac{d\left(A(\varphi y)^2.\frac{dFy}{dy}\right)}{dy};$$

eben so geht

$$24)\quad \frac{d^2\left(V^3.\frac{dU}{dy}\right)}{dy^2} = \frac{d\left(\frac{d\left(V^3.\frac{dU}{dy}\right)}{dy}\right)}{dy}$$

in

$$25)\quad \frac{d\left(\frac{d\left((\varphi y)^3.\frac{dFy}{dfy}\right)}{dfy}\right)}{dfy}$$

$$= \frac{dy}{dfy}.\frac{d\left(\frac{dy}{dfy}.\frac{d\left(\frac{dy}{dfy}(\varphi y)^3.\frac{dFy}{dy}\right)}{dy}\right)}{dy}$$

$$= A\frac{d\left(A\frac{d(A(\varphi y)^3.\frac{dFy}{dy})}{dy}\right)}{dy} =$$

$$= A\frac{d\left(A.d\left(A\;(\varphi y)^3.\frac{dFy}{dy}\right)\right)}{dy^2}.$$

über; u. s. f.

Die hier erhaltenen Werthe 21), 22), 23), 25) u. s. f., in 15) substituirt, geben die Entwicklungsreihe 18), wie sie Legendre auf einem andern Wege gefunden hat.

Eben so leicht lässt sich auch 15) aus 18) herleiten, wenn man darin überall y statt fy setzt.

Es schien mir nicht uninteressant, die gegenseitige Abhängigkeit der Entwicklungen 15) und 18) zu zeigen. Beide sind gleich allgemein; in der Anwendung kann bald die eine, bald die andere Form bequemer seyn. Uebrigens darf nicht mit Stillschweigen übergangen werden, dass die Reihe 18) die Grundlage der Untersuchungen bildet, welche schon Paoli *) über die Entwicklung der Funktionen angestellt hat.

§. 6

Bei der Betrachtung der Gleichungen 12) und 14) ist es auffallend, dass sie zwar in Bezug auf x sehr verwickelt seyn können, dass hingegen das Vorkommen von z in derselben sehr beschränkt sey. Man wird daher der Entwicklung eine grössere Allgemeinheit verschaffen, wenn man als Grundlage derselben eine Gleichung annimmt, welche auch in Bezug auf z verwickelter, als die bisher angeführten ist. Um hiebei die Form der Gleichung 14), welche stets das zierlichste Resultat liefert, beizubehalten, soll bloss vorausgesetzt werden, dass in 14) die Funktion φx nicht nur x, sondern auch z auf was immer für eine Art enthalte, mithin $\varphi(x, z)$ sey.

*) Man sehe: Traité du calcul différentiel et du calcul intégral, par S. F. Lacroix. Seconde édition. Paris, 1810. Die Abhandlung hierüber von Paoli selbst konnte ich nicht erhalten.

Man kann noch in anderer Hinsicht eine grössere Ausdehnung der Entwicklung verlangen. Bisher ist nämlich die zu entwickelnde Funktion dergestalt angenommen worden, dass sie bloss durch x ausgedrückt ist; sie könnte aber auch z selbst enthalten, und daher eine Funktion von x und z seyn. Die Aufgabe allgemein ausgedrückt, lautet also: Eine Funktion von x und z [F(x, z)] nach Potenzen von z zu entwickeln, wenn zwischen x und z die Gleichung

26) $$x = \psi[y + z\varphi(x, z)]$$

besteht.

Man wird hierbei leicht bemerken, dass die Reihe 15) zwar auch für diesen Fall gelte, jedoch nicht die vollständige Entwicklung von F(x, z) nach Potenzen von z gebe, indem sowohl U, als auch V noch z enthalten müssen. Demnach zeigt sich der leichteste Weg zur Auflösung der gestellten Aufgabe in der Ableitung aus 15). Dieser Reihe gemäss hat man nämlich, wenn

27) $$F(\psi y, z) = U \text{ und } \varphi(\psi y, z) = V$$

ist,

28) $$F(x, z) = U + \frac{z}{1} U_1 . V + \frac{z^2}{2!} (U_1 . V^2)_1 + \ldots$$
$$+ \frac{z^n}{n!} (U_1 . V^n)_{n-1} + \ldots$$

wobei nach Ableitung des §. 1 die Differentialquotienten für y durch die rechts unten angesetzten Differentialexponenten ausgedrückt sind. Nunmehr entwickle man jedes Glied von 28), da ohnehin x in denselben nicht mehr vorkömmt, und y von z ganz unabhängig ist, einzeln nach Potenzen von z; man erhält nach 2 mit der Bezeichnung 1.

$$29)\quad U = U + \frac{z}{1}\,{}^{1}U + \frac{z^2}{2!}\,{}^{2}U + \frac{z^3}{3!}\,{}^{3}U + \cdots\cdots$$
$$+ \frac{z^n}{n!}\,{}^{n}U + \cdots$$

$$U_1 . V = U_1\, V + \frac{z}{1}\,{}^{1}(U_1 . V) + \frac{z^2}{2!}\,{}^{2}(U_1\, V) + \cdots$$
$$+ \frac{z^n}{n!}\,{}^{n}(U_1 . V) + \cdots$$

$$(U_1 . V^2)_1 = (U_1 . V^2)_1 + \frac{z}{1}\,{}^{1}(U_1 V^2)_1 + \frac{z^2}{2!}\,{}^{2}(U_1 . V^2)_1 +$$
$$+ \frac{z^n}{n!}\,{}^{n}(U_1 . V^2)_1 + \cdots\cdots$$

$$(U_1 . V^3)_2 = (U_1 . V^3)_2 + \frac{z}{1}\,{}^{1}(U_1 . V^3)_2 + \frac{z^2}{2!}\,{}^{2}(U_1 V^3)_2 +$$
$$+ \frac{z^n}{n!}\,{}^{n}(U_1 . V^3)_2 + \cdots$$

. . . .

und allgemein

$$(U_1 . V^n)_{n-1} = (U_1 . V^n)_{n-1} + \frac{z}{1}\,{}^{1}(U_1 . V^n)_{n-1}$$
$$+ \frac{z^2}{2!}\,{}^{2}(U_1 . V^n)_{n-1} + \cdots + \frac{z^n}{n!}\,{}^{n}(U_1 . V^n)_{n-1} + \cdots$$

Bei diesen Gleichungen darf man nicht ausser Acht lassen, dass im zweiten Theile einer jeden, sowohl in dem ersten Gliede, als auch in den Coefficienten von z, z^2, ... z^n, . . . nach den vollendeten Differentiirungen $z = o$ gesetzt werden muss.

Substituirt man jetzt die gefundenen Werthe 29) in der Reihe 28), indem man zugleich diejenigen Glie-

der, welche einerlei Potenzen von z zum Factor haben, gehörig zusammen zieht, so erhält man folgende nach Potenzen von z geordnete Reihe:

$$30)\ F(x,z) = U + \frac{z}{1}\,[U_1 \,.\, V + {}^1U] +$$
$$+ \frac{z^2}{2!}\,[(U_1 \,.\, V^2)_1 + 2 \,.\, {}^1(U_1 \,.\, V) + \ldots {}^2U] +$$
$$+ \ldots + \frac{z^n}{n!}\,[(U_1 \,.\, V^n)_{n-1} + \frac{n}{1}\,{}^1(U_1 \,.\, V^{n-1})_{n-2}$$
$$+ \frac{n\,(n-1)}{1.\,2.}\,{}^2(U_1 \,.\, V^{n-2})_{n-3} + \ldots$$
$$\ldots + \binom{n}{r}{}^r(U_1 \,.\, V^{n-r})_{n-r-1} + \ldots$$
$$+ \frac{n}{1}\,{}^{n-1}(U_1 \,.\, V) + {}^nU] + \ldots,$$

bei welcher die vorhin wegen der Gleichung 29) gemachte Bemerkung ebenfalls ihre Anwendung findet.

7.

Vermöge der Formel 30) kann man jede Funktion von x und z nach Potenzen der letzteren veränderlichen Grösse entwickeln, sobald zwischen x und z eine Gleichung, wie 26), besteht; die Werthe von U und V stehen in 27). Diese Entwicklung wird zuweilen einfacher, wenn entweder die Funktion, oder die zum Grunde liegende Gleichung eine bestimmtere Gestalt annimmt. Ohne sich hiebei zu sehr zu verweilen, wird es doch nicht unschicklich seyn, einige solche besondere Fälle kurz anzuführen.

Setzen wir zuerst, die zu entwickelnde Funktion

enthalte z nicht, sey also bloss eine Funktion von x(Fx). Dadurch wird aus 27)

31) $U = F\psi y \,,\; V = \varphi(\psi y, z)$,

daher müssen in 30) alle Differentialquotienten von U für z verschwinden, und es wird

$$32)\; Fx = U + \frac{z}{1} U_1 . V + \frac{z^2}{1.2} [(U_1 . V^2)_1 + 2 U_1 . {}^1V]$$

$$+ \frac{z^3}{3!} [(U_1 V^3)_2 + 3 (U_1 . {}^1(V^2))_1 + 3 U_1 . {}^2V] + \ldots$$

$$+ \frac{z^n}{n!} [(U_1 . V^n)_{n-1} + \frac{n}{1} (U_1 . {}^1(V^{n-1}))_{n-2} + \ldots$$

$$+ \binom{n}{r} (U_1 . {}^r(V^{n-r}))_{n-r-1} + \ldots + \frac{n}{1} U_1 . {}^{n-1}V] + \ldots$$

Soll zwar die zu entwickelnde Funktion, nicht aber $\varphi(x, z)$, z enthalten; so wird die Gleichung 26) in 14) übergehen, und man hat aus 27)

33) $U = F(\psi y, z) \,,\; V = \varphi\psi y$.

Mithin fallen alle Differentialquotienten von V für z weg und anstatt 30) ist jetzt

$$34)\; F(x, z) = U + \frac{z}{1} (U_1 . V + {}^1U) +$$

$$+ \frac{z^2}{2!} [(U_1 . V^2)_1 + 2 . {}^1U_1 . V + {}^2U] + \ldots$$

$$+ \frac{z^n}{n!} [(U_1 . V^n)_{n-1} + \frac{n}{1} ({}^1U_1 . V^{n-1})_{n-2}$$

$$+ \frac{n(n-1)}{1.2} ({}^2U_1 . V^{n-2})_{n-3} + \ldots$$

$$+ \binom{n}{r} ({}^rU_1 . V^{n-r})_{n-r-1} + \ldots$$

$$+ \frac{n}{1} {}^{n-1}U_1 . V + {}^nU] + \ldots$$

Nehmen wir jetzt an, dass

$$35)\quad \varphi(y + z\varphi(x, z)) = y + z\varphi(x, z)$$

sey, so verwandelt sich 26) in

$$36)\quad x = y + z\varphi(x, z)$$

und man erhält aus 27)

$$37)\quad U = F(y, z)\ ,\ V = \varphi(y, z);$$

die äussere Form der Reihe 30) bleibt bei diesen Voraussetzungen unverändert.

Mit Beibehaltung der eben vorausgesetzten Gleichung 36) nehmen wir noch ferner an, dass sowohl $F(x, z)$, als auch $\varphi(x, z)$ Funktionen von $x + z$ seyn sollen ($F(x + z)$, $\varphi(x + z)$). Dadurch werden U und V Funktionen von $y + z$, und auch

$$U_1 \,.\, V^{n-r}$$

ist eine Funktion von $y + z$. Desswegen ist nun

$$38)\quad {}^{r}\left(U_1 . V^{n-r}\right)_{n-r-1} = \left(U_1 . V^{n-r}\right)_{n-1}$$

und der Coeffizient von $\frac{z^n}{n!}$ in 30) wird

$$39)\quad \left(U_1 . V^n\right)_{n-1} + \frac{n}{1}\left(U_1 . V^{n-1}\right)_{n-1} + \ldots$$

$$+ \binom{n}{r}\left(U_1 . V^{n-r}\right)_{n-1} + \ldots + \frac{n}{1}\left(U_1 . V\right)_{n-1} + U_n$$

oder

$$40)\quad \left(U_1 . (V + 1)^n\right)_{n-1}$$

Auf diese Art verwandelt sich daher die Reihe 30) in

$$41)\ F(x + z) = U + \frac{z}{1} U_1 . (V + 1) + \frac{z^2}{2!}\left(U_1 . (V + 1)^2\right)_1$$

$$+ \frac{z^3}{3!}\left(U_1 . (V + 1)^3\right)_2 + \ldots + \frac{z^n}{n!}\left(U_1 . (V + 1)^n\right)_{n-1} + \ldots$$

Da in 41) kein Differentialquotient für z vorkommt, so ist es auch einerlei, ob man erst nach oder vor den Differentiirungen $z = 0$ setzen will, denn es ist eben so viel, als ob z eine beständige Grösse wäre. Man kann also schon vor dem Differentiiren $z = 0$ setzen und erhält dadurch

42) $U = Fx$ und $V = \varphi y$,

wodurch in 41) jede weitere Substitution von selbst wegfällt.

Nimmt man in 41) noch an, dass

43) $F(x + z) = x + z$

sey, wodurch

44) $U = y$ und $U_1 = 1$

wird, und setzt dann z auf die andere Seite des Gleichheitszeichens, so erhält man

45) $x = y + \frac{z}{1} V + \frac{z^2}{2!} ((V + 1)^2)_1 + \frac{z^3}{3!} ((V + 1)^3)_2$

$+ \ldots + \frac{z^n}{n!} ((V + 1)^n)_{n-1} + \ldots,$

wobei, wie in 41), die Gleichung 36), oder eigentlich

46) $x = y + z\,\varphi(x + z)$

zum Grunde liegt.

Noch muss bemerkt werden, dass die allgemeine Entwicklungsreihe 30) auch gelte, wenn gleich $\varphi(x, z)$ kein x, sondern bloss z enthält, nur wird dann auch V bloss eine Funktion von z seyn und es müssen alle Differentialquotienten von V für y wegfallen.

8.

Es ist nicht schwer, aus der Reihe 30) eine andere, etwas weniger allgemeine, herzuleiten, welche aber

in manchen Fällen weit leichter anzuwenden seyn möchte. Setzen wir zu diesem Ende, dass φ (x, z) bereits nach Potenzen von z entwickelt sey,

$$47)\ \varphi\,(x,\,z) = \alpha + z.\,\beta + z^2.\,\gamma + z^3.\,\delta + \ldots\ldots + z^{m-1}.\,\mu + \ldots$$

wobei α, β, γ, ... μ,.. beliebige Funktionen von x bezeichnen, ohne jedoch z zu enthalten. Dadurch wird die Gleichung 26) in

$$48)\ x = \psi\,(y + z.\,\alpha + z^2.\,\beta + z^3.\,\gamma + \ldots + z^m.\,\mu + \ldots)$$

verwandelt. Sucht man nun daraus eine Funktion nach Potenzen von z zu entwickeln, welche bloss durch x ohne z ausgedrückt ist, (Fx) so hat man aus 31) die Werthe

$$49)\ U = F\,\psi y,\ V = \alpha + z.\,\beta + z^2.\,\gamma + z^{m-1}.\,\mu + \ldots$$

indem man in α, β, γ, ... μ, ... überall ψy statt x substituirt, und es kömmt nur darauf an, diesen Werth von V in 32) zu setzen und nach den verrichteten Differentiirungen z = o anzunehmen.

Nach dem bekannten Polynomialtheoreme ist aber für die Zeigerscale

$$50)\quad \left\{\begin{matrix} \alpha, & \beta, & \gamma, & \ldots & \mu, & \ldots \\ 1, & 2, & 3, & \ldots & m, & \ldots \end{matrix}\right\}$$

und jeden ganzen, additiven Exponenten n, mit Anwendung der in §. 1 erwähnten combinatorischen Zeichen

$$51)\quad V^n = \mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + z.\,\mathfrak{p}\overset{n+1}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + z^2.\,\mathfrak{p}\overset{n+2}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + \ldots\ldots + z^m.\,\mathfrak{p}\overset{n+m}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + \ldots\ldots,$$

eine Reihe, welche, da α, β, γ,... μ,.. bloss y ohne z enthalten, schon nach Potenzen von z geordnet ist.

Differentiirt man nun 51) mehrere Male für z, und setzt nachher z = o; so erhält man

$$52)\quad \left.\begin{aligned} V^n_1 &= p\overset{n}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \\ {}^1(V^n) &= p\overset{n+1}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \\ {}^2(V^n) &= 2!\, p\overset{n+2}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \\ {}^3(V^n) &= 3!\, p\overset{n+3}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \\ &\;\;\vdots \\ {}^r(V^n) &= r!\, p\overset{n+r}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \end{aligned}\right\}\ \text{für } z = o.$$

Aus diesen für alle ganzen Zahlen n und r giltigen Formeln 52) bestimme man jetzt die Werthe von V, ${}^1V$, ${}^2V$, ${}^3V$, ...; ferner V^2, ${}^1(V^2)$, ${}^2(V^2)$, ${}^3(V^2)$, ..., und setze dieselben in die Reihe 3), so erhält man endlich

$$53)\quad Fx = U + \frac{z}{1}.\, U_1.\, p\overset{1}{\underset{1}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + \frac{z^2}{2!}.\, [(U_1.\, p\overset{2}{\underset{2}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w})_1 + 2 U_1.\, p\overset{2}{\underset{1}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}] + \ldots\ldots + \frac{z^n}{n!}[(U_1.\, p\overset{n}{\mathfrak{C}}\mathfrak{w})_{n-1}$$

$$+ n.(U_1.\, p\overset{n}{\mathfrak{C}}\mathfrak{w})_{n-2} + \ldots\ldots + (n^r)(U_r.\, p\overset{n}{\mathfrak{C}}\mathfrak{w})_{n-r-1} + \ldots + (n!\, U_1.\, p\overset{n}{\underset{1}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}] + \ldots$$

oder, wenn die ersten Glieder durch α, β, γ, ... selbst ausgedrückt werden,

$$54)\ Fx = U + \frac{z}{1}\, U_1.\, \alpha + \frac{z^2}{2!}\, [(U_1.\, \alpha^2)_1 + 2\, U_1\, \beta] + \frac{z^3}{3!}\, [(U_1.\, \alpha^3)_2 + 6\, (U_1.\, \alpha\, \beta) + 6\, U_1.\, \gamma]$$

$$+ \frac{z^4}{4!}\left[(U_1 \cdot \alpha^4)_3 + 12\,(U_1 \cdot \alpha^2 \beta)_2 + 12\,(U_1\,(2\alpha\gamma + \beta^2))_1 + 24\, U_1 \cdot \delta\right] + \ldots$$

Die gefundene Reihe 53), welche nur sehr leichte combinatorische Operationen erfordert, und daher jederzeit auf dem kürzesten Wege dargestellt werden kann, drückt den Werth von Fx nach Potenzen von z entwickelt aus, wenn zwischen x und z die Gleichung 48) besteht, ohne dass es noch einer weiteren Substitution bedarf, sobald man in α, β, γ, ... μ, ... statt x durchgängig ψy gesetzt hat.

§. 9.

Will man aus der Gleichung 48) bloss den Werth von x selbst finden, so hat man vermöge 49) $U = \psi y$; die Form der Reihe 53) wird dadurch nicht geändert. Wäre aber überdiess $\psi y = y$, so dass die Gleichung 48) in

55) $x = y + z\alpha + z^2 \beta + z^3 \gamma + \ldots + z^m \mu + \ldots$

übergeht, dann wird

56) $$U = y \text{ und } U_1 = 1$$

mithin aus 53) und 54)

57) $$x = y + \frac{z}{1}\left[(\alpha^2)_1 + 2\beta\right] + \ldots + \frac{z^n}{n!}\left[\left(p\overset{n}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}w\right)_{n-1} + n\left(p\overset{n}{\underset{n-1}{\mathfrak{C}}}w\right)_{n-2} + n(n-1)\left(p\overset{n}{\underset{n-2}{\mathfrak{C}}}w\right)_{n-3} + \ldots\right.$$

$$\left.\ldots + (n_1-1)^r \cdot \left(p\overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{C}}}w\right)_{n-r-1} + \ldots + n!\,p\overset{n}{\underset{1}{\mathfrak{C}}}w\right] + \ldots$$

für die Zeigerscale 50).

Setzen wir nun

58) $\beta = \frac{(\alpha^2)_1}{2!}\ \mathrm{V} = \frac{(\alpha^3)_2}{3!}, \ldots \mu = \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!}, \ldots$

wodurch aus 55)

59) $x = y + z \cdot \alpha + z^2 \cdot \frac{(\alpha^2)_1}{2!} + z^3 \cdot \frac{(\alpha^3)_2}{3!} + , \ldots$

$$+ z^m \cdot \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!} + \ldots$$

wird, und die Zeigerscale 50) sich in

60) $\begin{Bmatrix} \alpha, & \frac{(\alpha^2)_1}{2!} & \frac{(\alpha^3)_2}{3!}, \ldots & \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!} & \ldots \\ 1, & 2, & 3, \ldots & m, & \ldots \end{Bmatrix}$

verwandelt. Für diese Zeigerscale ist aber *)

61) $\underset{n-r}{\overset{n}{p\mathfrak{C}\mathfrak{p}}} = \frac{n-r}{n \cdot r!} \cdot (\alpha^n)_r$

und daher

62) $(n_1 - 1)^r \cdot \left(\underset{n-r}{\overset{n}{p\mathfrak{C}\mathfrak{p}}}\right)_{n-r-1} = \binom{n-1}{r} \cdot (\alpha^n)_{n-1},$

mithin ist jetzt der Coeffizient von $\frac{z^n}{n!}$ in 57)

63) $(\alpha^n)_{n-1} + \frac{n-1}{1} \cdot (\alpha^n)_{n-1} + \ldots$

$$+ \binom{n-1}{r} \cdot (\alpha^n)_{n-1} + \ldots + \binom{n-1}{n-1} \cdot (\alpha^n)_{n-1},$$

oder

64) $(\alpha^n)_{n-1} \cdot \left(1 + \frac{n-1}{1} + \ldots + \binom{n-1}{r} + \ldots + \binom{n-1}{n-1}\right)$

---

*) Der Beweis dieser einfachen Relation muss, als nicht hieher gehörig, übergangen werden; ein mit den combinatorischen Zeichen einiger Massen vertrauter Leser wird denselben ohnehin leicht selbst finden.

oder auch

$$65) \quad 2^{n-1} \cdot (\alpha^n)_{n-1}$$

wegen

$$66) \; 1 + \frac{n-1}{1} + \ldots + \binom{n-1}{r} + \ldots + \binom{n-1}{n-1}$$
$$= (1+1)^{n-1} = 2^{n-1}$$

Setzt man endlich den erhaltenen Werth 65) in der Formel 57), als Coefficienten von $\frac{z^n}{n!}$, so kommt die Entwicklungsreihe

$$67) \; x = y + \frac{z}{1} \cdot \alpha + \frac{z^2}{2!} 2 \cdot (\alpha^2)_1 + \frac{z^3}{3!} 2^2 \cdot (\alpha^3)_2 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{z^n}{n!} 2^{n-1} \cdot (\alpha^n)_{n-1} + \ldots$$

zum Vorscheine, bei welchen man, so wie bei 57) nur zu bemerken hat, dass in α, y statt x gesetzt werden muss.

§. 10.

Nimmt man an, dass $\alpha, \beta, \gamma, \ldots \mu, \ldots$ in der Gleichung 48) kein x enthalten sollen, so können dieselben in der Entwicklungsreihe 53) kein y enthalten, und sind daher als beständige Grössen zu betrachten. Unter dieser Voraussetzung erhält man aus 53)

$$68) \; Fx = U + \frac{z}{1} U_1 \cdot \alpha + \frac{z^2}{2!} [U_2 \cdot \alpha^2 + 2 U_1 \cdot \beta]$$
$$+ \frac{z^3}{3!} [U_3 \cdot \alpha^3 + 6 U_2 \cdot \alpha\beta + 6 U_1 V] +$$
$$+ \ldots + \frac{z^n}{n!} [U_n \cdot \overset{n}{\underset{n}{p\mathfrak{w}\mathfrak{C}}} + n \cdot U_{n-1} \overset{n}{\underset{n-1}{p\mathfrak{w}\mathfrak{C}}} + \ldots$$
$$+ (n_1 - 1)^r \cdot U_{n-r} \cdot \overset{n}{\underset{n-r}{p\mathfrak{w}\mathfrak{C}}} + \ldots + n! \, U_1 \overset{n}{\underset{1}{p\mathfrak{w}\mathfrak{C}}}] + \ldots$$

Diese Formel ist das Polynomialtheorem in seiner grössten Allgemeinheit; es wird nämlich durch dieselbe jede Funktion von

$$\psi(y + \alpha z + \beta z^2 + \gamma z^3 + \ldots + \mu z^m + \ldots)$$

nach Potenzen von z dargestellt. Herr Prof. Ch. Fr. Kretschmar hat im ersten Hefte des von ihm herausgegebenen Magazin's für reine und angewandte Mathematik *) diesen Fall, welchen er aus der Taylor'schen Reihe, als eine Erweiterung derselben, ableitet, sehr umständlich betrachtet, obgleich die Formel 68) auch schon vorher nichts weniger als unbekannt war. Noch muss ich anführen, dass bereits Legendre **) gezeigt hat, wie aus einer Gleichung

$$x = y + z \cdot \alpha + z^2 \cdot \beta + z_3 \cdot \gamma \ldots$$

jede Funktion von x nach Potenzen von z entwickelt werden könne, was, wie man sieht, einen besonderen Fall der Reihe 53) enthält.

§. 11.

Die Gleichung 26), welche der Entwicklungsreihe 30) zur Grundlage dient, bleibt, so viel umfassend sie auch ist, doch nur ein einzelner Fall, indem dabei schon eine bestimmte Form vorausgesetzt wird. Es erübriget daher noch, die Aufgabe in ihrer, für zwei veränderliche Zahlengrössen, Allgemeinheit zu nehmen, und der Entwicklung eine Gleichung zwischen x und z zu unterlegen, welche in Hinsicht ihrer Form ganz unbestimmt ist. Zu diesem Ende sei nunmehr die Gleichung

*) Ausser dem ersten Heft, welches in Neuwied, bei Lichtfers und Faust, im Jahre 1823 erschien, ist mir von dieser Zeitschrift nichts zu Gesichte gekommen.

**) Am a. a. O.

$$69) \qquad f(x, z) = p = o$$

gegeben, wo $f(x, z)$ oder p was immer für eine Funktion von x und z seyn mag; man sucht eine andere Funktion von x und z

$$F(x, z) = P$$

nach Potenzen von z zu entwickeln.

Hiezu ist es nach §. 2 nothwendig die Differentialquotienten

$$70) \qquad \frac{dP}{dz}, \frac{d^2P}{dz^2}, \frac{d^3P}{dz^3}, \ldots \frac{d^nP}{dz^n},$$

zu bestimmen, und darin, so wie auch in P, $z = o$ zu setzen; da aber in P und in den Differentialquotienten 70) noch x vorkommen wird, so muss man auch für x jenen Werth setzen, welchen es für $z = o$ hat und welchen man aus der Gleichung 69) erhält, indem sich dieselbe für $z = o$ in

$$71) \qquad f(x, o) = b$$

verwandelt.

Um nun die Differentialquotienten 70) zu finden, hat man

$$72) \qquad \frac{dP}{dz} = \frac{d_zP}{dz} + \frac{d_xP}{dx} \cdot \frac{dx}{dz},$$

oder, wenn die den Funktionen rechts unten angehängten Zahlen Differentialquotienten ausschliesslich für x anzeigen, was von nun an durchgängig der Fall seyn soll.

$$73) \qquad \frac{dP}{dz} = {}^1P + P_1 \cdot \frac{dx}{dz},$$

Aus 69) aber erhält man durch Differentiiren für z

$$74) \qquad p^1 \cdot \frac{dx}{dz} + {}^1p = o,$$

woraus

$$75)\qquad \frac{dx}{dz} = -\frac{{}^1p}{p^2} = -{}^1p \cdot p_1^{-1}$$

folgt, und dieser Werth, in 73) substituirt, gibt endlich

$$76)\ \frac{dP}{dz} = {}^1P - P_1 \cdot {}^1p \cdot p_1^{-1}$$

Ueberhaupt, wenn

$$77)\ \frac{d^m P}{dz^m} = Q$$

ist, erhält man auf gleiche Art

$$78)\ \frac{d^{m+1}P}{dz^{m+1}} = \frac{dQ}{dz} = {}^1Q - Q_1 \cdot {}^1p \cdot p_1^{-1}$$

Diese Formel 78) enthält das Gesetz nach welchem jeder folgende Differentialquotient aus dem unmittelbar vorhergehenden abgeleitet werden kann, es ist einfach und klar, und man kann darnach so weit verfahren, als man will. In den gefundenen Differentialquotienten setze man endlich $z = o$, und für x jenen Werth, welchen die Gleichung 71) angibt, dadurch erhält man nach 21) die Coefficienten der Entwicklungsreihe 20).

§. 12.

Die Ableitung der nach einander folgenden Differentialquotienten nach 78) unterliegt zwar keiner Schwierigkeit, doch bleibt es noch zu wünschen, die Regeln zu kennen, wodurch jeder einzelne Differentialquotient unabhängig von allen übrigen dargestellt werden kann. Zur Erforschung und deutlichen Einsicht dieser Regeln ist es nothwendig, einige der ersten Differentialquotienten nach 78) wirklich zu berech-

neñ: man wird auf diese Art nach gehöriger Abkürzung der Glieder finden:

$$79)\quad \frac{dP}{dz} = {}^1P - p_1^{-1} P_1 \cdot {}^1p.$$

$$\frac{d^2P}{dz^2} = {}^2P - p_1^{-1}(2\,{}^1P_1 \cdot {}^1p + P_1 \cdot {}^2p) +$$

$$p_1^{-2} \quad (P_2 \cdot {}^1p^2 + 2P_1 \cdot {}^1p_1 \cdot {}^1p) - p_1^{-1}$$

$$\frac{d^3P}{dz^3} = {}^3P - p_1^{-1} \cdot (3\,{}^2P_1 \cdot {}^1p + 3\,{}^1P_1 \cdot {}^2p + P_1 \cdot {}^3p)$$

$$+ p_1^{-2} \; (3\,{}^1P_2 \cdot {}^1p^2 + 3P_2 \cdot {}^2p \cdot {}^1p + 6\,{}^1P_1 \cdot {}^1p_1 \cdot {}^1p$$

$$+ 3P_1 \cdot {}^2p_1 \cdot {}^1p + 3P_1 \cdot {}^2p \cdot {}^1p_1) - p_1^{-3} \; (P_3 \cdot {}^1p^3$$

$$+ 6P_2 \cdot {}^1p_1 \cdot {}^1p^2 + 3\,{}^1P_1 \cdot p_2 \cdot {}^1p^2 + 3P_1 \cdot {}^1p_2 \cdot {}^1p^2$$

$$+ 3P_1 \cdot p_2 \cdot {}^2p \cdot {}^1p + 6P_1 \cdot {}^1p^2 \cdot {}^1p) + p_1^{-4} \; (3P_2 \cdot p_2$$

$$\cdot {}^1p^3 + P_1 \cdot p_3 \cdot {}^1p^3 + 9P_1 \cdot p_2 \cdot {}^1p^2 \cdot {}^1p^2)$$

$$- p_1^{-5} \cdot 3P_1 \cdot {}^1p^2 \cdot {}^1p^3$$

§. 13.

Die eben angeführten drei ersten Differentialquotienten erscheinen zwar anfänglich sehr verwickelt; bey genauerer Betrachtung wird man jedoch folgende Gesetze bei denselben beobachtet finden:

1) Das erste Glied eines jeden dieser Differentialquotienten ist der eben so vielte Differentialquotient der Function ausschliesslich für z; demnach würde ${}^nP$ das erste Glied in $\frac{d^nP}{dz^n}$ seyn.

2) Jedes folgende Glied hat eine Potenz von p_1 mit einem ganzen, subtractiven Exponenten als Factor; eben so enthält jedes Glied einen ausschliesslichen Differentialquotienten von P für x und z als Fac-

tor; die übrigen Factoren sind aus den Differentialquotienten

$$80)\quad {}_1p,\ {}^1p_1,\ {}^2p,\ p_2,\ {}^1p_2,\ {}^2p_1,\ {}^3p,\ p_3,\ \ldots$$

genommen, jedoch so, dass auch Wiederholungen vorkommen können. Jedes Glied hat daher im Allgemeinen die Form:

$$81)\quad p_1^{-m} \cdot \overset{l}{\underset{k}{p}} \cdot {}^1p^{a} \cdot {}^1p_1^{\,b} \cdot {}^2p^{c} \cdot p_1^{d} \cdot {}^1p_2^{\,e} \cdot {}^2p_1^{\,f} \cdot {}^3p^{g} \cdot p_3^{h} \ldots\ldots {}^{\alpha}p_{\alpha}^{\,q} \ldots\ldots$$

3) In jedem Gliede finden zwischen den Differential- und Potenzexponenten, und den Differentialexponenten n von $\frac{d^n p}{dz^n}$, worin das Glied 81) vorkommen soll, folgende drei Gleichungen Statt:

$$82)\quad a + b + c + d + \ldots\ldots + q + \ldots = m$$

$$83)\quad k + b + 2d + 2e + f + \ldots + \alpha q + \ldots = m$$

$$84)\quad l + a + b + 2c + e + \ldots + \alpha q + \ldots = n,$$

4) Von den Gliedern, welche in der Form 81) enthalten sind, und den Bedingungen 82) 83) 84) entsprechen, kommen, mit alleiniger Ausnahme des ersten Gliedes, diejenigen nicht vor; in welchem $k = 0$ seyn müsste.

5) Unter der eben angeführten Beschränkung sind in $\frac{d^n p}{dz^n}$ alle Glieder von der Form 81) enthalten, welche den Bedingungen 82) 83) 84) Genüge leisten.

6) Jedes Glied 81) hat das Vorzeichen + oder −, je nachdem der subtractive Exponent von p_1 entweder gerade oder ungerade ist.

7, Der Coefficient eines Gliedes, wie 81), ist:

$$85)\quad \frac{(m-1)!\,.\,n!}{(k-1)!\,.\,l!\,.\,a!\,.\,b!\,.\,(2!)^c\,.\,c!\,.\,(2!)^d\,.\,d!\,\ldots\ldots(a!)^q\,.\,(a!)^q\,.\,q!\ldots}$$

(Der Beschluss folgt.)

II.

Versuch eines einfachen Beweises für den unter dem Namen des Kräften-Parallelogramms bekannten Satz, von Adam Burg, Supplenten der Elem. Mathematik am k. k. polyt. Institute in Wien.

Wirken zwei Kräfte p und q auf einen Punct A, und werden diese der Grösse und Richtung nach durch die Linien AB und AC vorgestellt, die also unter sich einen gegebenen Winkel einschliessen; so gibt es für diese drei Bestimmungsstücke immer eine, und zwar nur eine Resultante, die in der Ebene der AB und AC, zwischen den Seitenkräften AB, AC, liegt. Stellt man nun diese Resultante durch irgend eine Linie AD vor, und verbindet die Endpuncte B, C mit D, so entsteht im Allgemeinen ein ebenes Viereck, in welchem die gegebenen Seitenkräfte zwei Seiten und die zu suchende Resultante eine Diagonale bilden. Dieses Viereck muss aber nach der vorigen

Bemerkung so beschaffen seyn, dass sich aus den drei gegebenen Stücken (den zwei Seiten AB, AC und dem eingeschlossenen Winkel) die Diagonale vollkommen, sowohl der Grösse als Lage nach, bestimmen lässt, weil es sonst für die gegebenen Seitenkräfte, die unter einen bestimmten Winkel wirken, mehrere Mittelkräfte geben müsste, was absurd ist. Aus der Tetragonometrie ist aber bekannt, dass man zur Auflösung eines Viereckes überhaupt, bei welchen nämlich keine Beschränkung Statt finden soll, 5 Stüche (darunter zum wenigsten 2 Seiten) haben müsse, und dass das Viereck, wenn es durch drei Stücke, wie hier durch zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel vollkommen gegeben seyn soll, nothwendig ein Parallelogramm seyn müsse; es ist daher die Resultante der beiden Seitenkräfte p und q, sowohl der Grösse als Lage nach, durch die Diagonale AD, des mit den gegebenen Linien AB, AC und ihres eingeschlossenen Winkels, construirten Parallelogramms, (des sogenannten Kräftenparallelogrammes) gegeben.

Miscellen.

1.

Isochromatische Brillen.

Die Betrachtung, dass die Lichtstrahlen uns immer nur durch die azurblaue Atmosphäre zukommen, wodurch ihre Intensität gemildert, und ihr Reiz auf die Netzhaut modificirt wird, hat auf die Idee geleitet, diese, unsere Augen in manchen Fällen, direct oder reflectirt, mit überwiegendem Glanze treffenden Lichtstrahlen dadurch auf den gewohnten Zustand zurück zu führen, dass man der, für die erwähnten Fälle zu schwachen Färbung der atmosphärischen Luft nachhilft, und, nach dem Vorgange der Natur selbst, diese Strahlen durch ein, dem Grade der Intensität der Lichtstrahlen und der individuellen Reizbarkeit des Auges gemässes stärker oder schwächer gefärbtes luftblaues Mittel durchleitet. Da nun weiter die Erfahrung bestätiget hat, dass ein blassblaues Glas zwischen das Auge und irgend einen Gegenstand gesetzt, eine natürliche, sanfte Tinte über denselben verbreitet, ohne die Farbe desselben bemerkbar zu ändern, und dem grellen, gelben Kerzen- oder Lampenlichte den Anschein des weissen Sonnenlichtes gibt; so wählte man blassblaue Gläser, als das zweckdienlichste Mittel, um diese Modification der Lichtstrahlen zu bewirken. Gelbe und rothe Gläser vermehren den schädlichen, unangenehmen Reiz, grüne Gläser verderben aber die Farbe der Gegenstände auf eine widrige Weise.

Da nun kurzsichtige oder weitsichtige Personen sich zu diesem Zwecke nicht mit planen Gläsern begnügen können, sondern biconvexer, biconcaver, oder convex-concaver Gläser bedürfen; diese aber aus farbigem Glase verfertigt, wegen der ungleichen Dicke, am Rande oder in der Mitte dunkelfärbiger ausfallen; so hat man, um diesem Fehler auszuweichen, den farbelosen, sphärischen Gläsern, blaue Plangläser vorgesetzt, und solche wohl auch mit Chanieren zum zurück schlagen, daran befestiget. Allein selbst, wenn man dem blauen Planglase die Gestalt der Oberfläche des darunter befindlichen sphärischen Glases gibt, so ist es doch nicht möglich, dass diese Gläser genau parallel stehen, und dadurch, so wie durch die dazwischen bleibende Luftschichte, die deutliche klare Vision, nicht etwas gestört werden sollte.

Es ist daher eine dankenswerthe Verbesserung, welche der rühmlich bekannte königl. französische Hof-Opticus, Herr Che-

vallier, an diesen blauen Brillen angebracht hat; nämlich das blaue und farbelose Glas so zu vereinigen, dass solche ein streng gleichfärbiges, die Lichtstrahlen auch durchaus gleichförmig brechendes und vertheilendes Ganzes ausmachen; und diese Erfindung verdient den Beifall, womit solche in Frankreich, sowohl von den Gelehrten des Faches, als von dem Publicum aufgenommen worden ist, in vollem Masse.

Dergleichen zum Lesen und Schreiben bei Kerzen- und Lampenlichte für Weitsichtige, dann im starken Sonnenlichte oder reflectirtem Schneelichte, in stark erleuchteten Sälen und Theatern, für Kurzsichtige, besonders bei empfindlicheren reizbareren Augen (z. B. Staaroperirten), sehr empfehlenswerthen blauen Brillen, verfertiget vortrefflich und genau nach Herrn Chevalliers Methode, auch mit einer neueren bedeutenden Verbesserung des berühmten Dr. Wollaston, für Kurzsichtige und Weitsichtige aller Grade, Herr Opticus und Mechanikus G. S. Plössl, auf der neuen Wieden, Salvatorgasse Nr. 321.

2.

Das Brom, ein neuer chemisch-einfacher Körper.

Herr Balard, Präparator der Chemie an der Facultät der Wissenschaften zu Montpellier, hat im Meerwasser eine neue Substanz entdeckt, die er für chemisch-einfach hält, und nach dem Vorschlage mehrerer Mitglieder der k. Akademie zu Paris, Brom, (von βρωμόσ, Geruch) nennt. Die Herren Vauquelin, Thénard und Gay-Lussac, die von der Akademie beauftragt wurden, ihre Meinung über diesen Gegenstand zu äussern, meinten zwar, man kann aus den wenigen Versuchen über die Existenz des Brom als einfachen Körper noch nicht den heut zu Tage nöthigen Grad von Gewissheit erlangen, aber man müsse sie für sehr wahrscheinlich halten.

Das Brom ist selbst noch bei 18° C. tropfbar flüssig, hat in Masse eine dunkel braunrothe, in dünnen Schichten eine hyacinthrothe Farbe. Es siedet schon bei 47°, und ist sehr flüchtig. Die Dämpfe haben die Farbe der salpetrigen Säure. Es riecht stark und wie das Chlor; sein specifisches Gewicht ist nahe an 3. Es zerstört die Farben, färbt die Haut gelb wie Jod, und löset sich in Wasser, Alkohol und Aether auf, verbindet sich mit vielen Substanzen, ist hierin kräftiger als Jod, jedoch schwächer als Chlor.

Balard lehrte das Brom auf eine zweifache Weise darzustellen.

1) Man behandelt die Mutterlauge des Meerwassers mit Chlor, destillirt sie, und verdichtet die rothen Dämpfe, welche sich im Augenblicke des Aufwallens entwickeln mittelst Kälte.

2) Mehr Brom erhält mau, wenn man durch die Mutterlauge einen Strom Chlorgas leitet, Aether auf die Flüssigkeit giesst, und die Flasche, worin sie sich befindet, fast voll füllt. Schüttelt man die Flüssigkeit stark, damit sie sich mische, und lässt sie dann wieder ruhig stehen, so schwimmt der schön roth gefärbte Aether auf derselben, und die Lauge ist entfärbt, und riecht nur mehr nach Aether. Gibt man zum gefärbten Aether kaustisches Kali, und schüttelt ihn damit, so wird das Brom sich damit verbinden, es entsteht eine im Wasser lösliche Substanz, die durch Abdampfen in Würfeln erscheint. Aus diesen lässt sich das Brom für sich darstellen.

3.

Jod im Mineralwasser von Bonnigton bei Leith.

Das Bonnigtoner Mineralwasser enthält Jod. Davon überzeugte sich Prof. Jameson, indem er eine Pinte Wasser bis zur Trockenheit abdampfte, den Rest in ein oder zwei Drachmen einer verdünnten kalten Stärkauflösung gab, und einige Tropfen concentrirte Schwefelsäure zusetzte, worauf sich die charakteristische blaue Farbe auf der Stelle zeigte.

Das Jod ist in diesem Wasser mit Kali und Wasserstoff verbunden (Edinb. new. phil. Journ.).

4.

Alkohol aus gährendem Brod gewonnen, von Graham.

Die Brodgährung hängt bekanntlich vom Zuckergehalte des Mehles ab. Daraus kann man den Schluss ziehen, dass die Brodgährung eine geistige Gährung sey. Die richtigste Probe für die Richtigkeit dieses Satzes ist die Gewinnung des Alkohols aus gährendem Brode. Um dieses zu leisten, wurde Mehl abgeknetet und der Gährung überlassen, bis es als Sauerteig dienen konnte. Mittelst dieses Sauerteiges wurde eine bedeutende Menge Mehl in Gährung versetzt, und als der rechte Zeitpunct eingetreten war,

zu einem Laib geformt, sorgfältig in einem Destillirapparat eingeschlossen, und durch geraume Zeit in der Backtemperatur erhalten. Als die condensirte Flüssigkeit untersucht wurde, liess sich der Alkohol durch den Geruch erkennen; durch Rectification erhielt man auch wirklich eine geringe Menge desselben, die stark genug war, um zu brennen, und Schiesspulver anzuzünden.

Der Versuch wurde oft wiederhohlt; man erhielt 0.3 bis 1 p. Cnt. des Mehles an Alkohol von obiger Stärke. Liess man die gährende Masse sich vor dem Backen säuern, so verminderte sich die Ausbeute am Alkohol schnell.

ZEITSCHRIFT

FÜR PHYSIK UND MATHEMATIK.

PHYSIKALISCHE ABTHEILUNG.

I. Ueber die Wärme der Gase, von M. L. Frankenheim, Privatdocenten an der Universität zu Berlin.

Die Lehre von der Wärme ist, wie die meisten Zweige der Physik, erst in diesem Jahrhunderte zu einiger Vollkommenheit gediehen. In England, ausser den Arbeiten von Rumford und Leslie, die mit dem Inhalte der folgenden Untersuchung weniger zusammenhängen, durch Dalton. Er suchte durch seine theoretischen und practischen Arbeiten fast den ganzen Kreis der Wärme-Erscheinungen zu umfassen, die aber zu diesem grossen Zwecke nicht zahlreich und genau genug waren. Ure's spätere Versuche über die Elasticität und Wärme der Dämpfe sind vielleicht zuverlässiger, allein die Folgerungen, die er aus ihnen zieht, nicht von innerer Unrichtigkeit frei, die theils schon öffentlich gerügt sind, theils nicht. In Frankreich ragen die Versuche von Dulong und Petit durch ihre Genauigkeit und Anzahl vor allen andern hervor; ihre empirischen Formeln möchten aber hie

und da einige Modificationen erleiden müssen. Clément und Désormes, Delaroche und Bérard haben einige wichtige Puncte bestätigt, ihre eigenen Versuche über die Capacität der Gase sind jedoch durch Haycraft's weit übertroffen. Von den neuesten Arbeiten von Gay-Lussac und Despretz sind uns bloss einige Notizen bekannt, die aber mehr hoffen lassen als gewähren.

Wie andere physikalische Erscheinungen, sind auch die der Wärme von Laplace mathematisch behandelt. Er stützt sich dabei auf die Molecularität des Wärmestoffs und den gleichmässigen Gang des Luftthermometers mit den Incrementen der Wärme. So auch Poisson. Ueber die Richtigkeit der mathematischen Entwickelung kann bei solchen Männern kein Zweifel obwalten, wohl aber über ihre Hypothesen und ich bitte, dass man den folgenden Versuch, den Cyclus der Wärmeerscheinungen der Körper — so lange sie Gase sind — zu bestimmen, nicht desshalb ohne weitere Prüfung verwerfen möge, weil die Resultate oft nicht mit denen jener Männer übereinstimmen. Die Bestätigung derselben durch die Erfahrung, die sich grösstentheils auf eine Kritik der Versuche über die Verdampfung stützt, müssen wir desswegen auf eine andere Gelegenheit verschieben.

1.

Eine der wichtigsten Entdeckungen der neueren Physik ist, dass sich alle Gase durch Temperaturveränderungen gleichförmig ausdehnen; d. h. wenn die Elasticität eines Gases bei der Temperatur $z^\circ = a$ ist, und bei der Temperatur y° ohne Veränderung im spe-

cifischen Gewichte $= b$, so ist $a : b$ für alle Gase dieselbe Grösse, unabhängig von ihrer chemischen Beschaffenheit, ihrem specifischen Gewichte, für einfache sowohl als gemischte Gase — z. B. der atmosphärischen Luft — und nur von den Temperaturen y und z abhängig.

Es war natürlich, auf diese Gleichförmigkeit eine Thermometerscale zu gründen, und in der That, sobald man sie erkannt hatte, wurden alle früheren Massstäbe, so weit es möglich war, darauf bezogen.

2.

Man kann dabei von zwei Gesichtspuncten ausgehen. Man bestimmt die Grade entweder so, dass wenn bei x° die Elasticität $= a$ ist, sie bei $x^\circ + 1^\circ = a + n$, bei $x + 2^\circ = a + 2n$, und allgemein bei $x + y = a + yn$ ist; oder man dehnt jene Gleichförmigkeit auch auf die Temperatur aus, so dass in jedem Theile der Scale eine gewisse Anzahl Grade stets derselben Veränderung in der Elasticität entsprechen. Wenn daher bei irgend einem Gase, bei der Temperatur x° die Elasticität $= a$ ist, so ist sie bei $x + 1^\circ = an$, bei $x + 2^\circ = an^2$ und allgemein bei $x + y = an^y$.

Wir wollen die erste Eintheilungsart die arithmetische, die zweite die geometrische nennen. Beide besitzen alle Eigenschaften, die man von einer thermometrischen Scale verlangen kann; jene aber den Vorzug, dass man sie ohne weitere Berechnung fast unmittelbar auf die Instrumente tragen kann; diese, dass dieselbe Anzahl Grade unter allen Umständen bei gleich bleibendem specifischen Gewichte, auf dasselbe Verhältniss in der Elasticität deuten.

3.

Die Natur der Gase bietet uns keine Merkmale dar, woran wir die festen Puncte, die für jede Scale nothwendig sind, erkennen könnten; man musste daher zu andern Körpern seine Zuflucht nehmen und fand in dem Gefrier- und Siedpuncte der Flüssigkeit, auch in manchen chemischen Erscheinungen, Temperaturen, die mit einigen Correctionen angewandt, als fest angesehen werden konnten. Die Zwischenräume wurden in 12, 80, 96, 100, 180, 212, 1000 u. a. Grade getheilt, und bald von dem wärmern nach dem kältern Puncte, bald umgekehrt gezählt. Wir werden im Folgenden nur nach der 100theiligen Scale rechnen.

4.

Die Elasticität der Gase nimmt von dem 0ten bis zum 100ten Grade derselben von a auf a.1,3750 zu, wobei nur die vierte Decimalstelle ungewiss ist. Für jeden Grad, also um 1,00375. Daher ist die Elasticität bei der Temperatur ξ^{0}

$$a(1 + 0{,}00375\xi) = a(1 + h\xi),$$

wenn man h statt 0,00375 setzt.

Bei der Temperatur $-\xi^{0}$ ist sie

$$a(1 - h\xi),$$

eine Grösse, die, wenn $\xi = \frac{1}{h} = 266\frac{2}{3}$ ist, gleich null wird. Bei — $266\frac{2}{3}$ C. ist also die Elasticität aller Gase = 0; in Beziehung auf sie kann daher der absolute Nullpunct nie tiefer stehen. Es ist bekannt, dass alle bisherigen Speculationen über diesen Gegenstand auf falschen Voraussetzungen beruhen.

Die Elasticitäten zweier nur durch ihre Temperaturen ξ und v unterschiedener Gase verhalten sich wie

$$1 + h\xi : 1 + hv.$$

5.

Der geometrischen Scalen sind eben so viele möglich als der arithmetischen; wir werden stets einer 100theiligen folgen. Man möchte die Berechnung der letztern für unnöthig halten, da es gleichgiltig ist, welches Masses man sich bedient, wenn es nur an Genauigkeit keinem andern nachsteht; bei weiterer Prüfung der Wärmeerscheinungen werden wir jedoch viele Beispiele finden, wo die geometrische Scale eine weit leichtere Uebersicht gewährt, als die arithmetische und wollen ihr daher einige Aufmerksamkeit widmen.

Wenn die Elasticität bei 0° = a ist, so ist sie bei

$$100° = a.1,3750$$
$$200° = a.(1,3750)^2$$
$$x° = a.(1,3750)^{\frac{x}{100}} = El.x$$

eine Abkürzung, deren wir uns in der Folge häufig bedienen werden.

$$\log El.x = \log.a + x\frac{\log.1,375}{100} = \log.a + 0,001383.x$$

$$x = \frac{\log El.x - \log.a}{0,001383} = 723.06(\log El.x - \log.a)$$

und um die Gleichung von a. unabhängig zu machen

$$x - y = 723,06(\log El.x - \log El.y).$$

Die Differenzen der Logarithmen der Elasticitäten sind proportional den Differenzen der geometrischen Grade.

6.

Auf die arithmetische Scale bezogen, ist

$$x - y = 723,06\log\frac{1 + h\xi}{1 + hv} = \alpha\log\frac{1 + h\xi}{1 + hv},$$

wenn $\alpha = \frac{100}{\log(1+100h)}$, in unserem Falle = 723,06 ist, wodurch eine Scale aus der andern berechnet werden kann. Dieses ist im Folgenden mit einer unserem Zwecke angemessenen Genauigkeit für eine grössere Reihe von Temperaturen geschehen. Die erste Scale enthält die gewöhnlichen 100theiligen Grade, die zweite die entsprechende Elasticität, wenn die bei $0^{\circ} = 1$ gesetzt wird, oder $1 + h\xi$, die im Folgenden häufig benützt werden wird; die dritte endlich die geometrischen Grade. Beide Scalen werden wir stets durch ξ°, v° oder ξ° C. (Celsius) und x°, y° oder z° G (geometrisch) unterscheiden.

Tabelle der Elasticität der Gase und der geometrischen Scale für alle Grade Celsius von — 40 bis + 200 und für die niedrigern und höhern Temperaturen mit grössern Zwischenräumen.

Negative Grade.

Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)
— 1	0,99625	— 1,180	11	0,95875	13,229
2	0,99250	2,364	12	0,95500	14,459
3	0,98875	3,553	13	0,95125	15,694
4	0,98500	4,746	14	0.94750	16,934
5	0,98125	5,943	15	0,94375	18,180
6	0,97750	7,145	16	0,94000	19,431
7	0,97375	8,352	17	0,93625	20,686
8	0,97000	9,565	18	0,93250	21,946
9	0,96625	10,782	19	0,92875	23,211
10	0,96250	12,003	20	0,92500	24,482

Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)
—21	0,92125	—25,758	—70	0,73750	— 95,59
22	0,91750	27,039	75	0,71875	103,65
23	0,91375	28,325	80	0,70000	112,00
24	0,91000	29,015	85	0,68125	120,31
25	0,90625	30,911	90	0,66250	128,96
26	0,90250	32,213	95	0,64375	137,93
27	0,89875	33,521	100	0,62500	147,59
28	0,89500	34,835			
29	0,89125	36,154	110	0,5875	167,0
30	0,88750	37,478	120	0,5500	187,7
31	0,88375	38,807	130	0,5125	209,9
32	0,88000	40,142	140	0,4750	233,8
33	0,87625	41,483	160	0,4000	287,7
34	0,87250	42,830	180	0,3250	352,9
35	0,86875	44,183	200	0,2500	435,3
36	0,86500	45,541	220	0,1750	547,3
37	0,86125	46,905	240	0,1000	723,1
38	0,85750	48,275	250	0,0625	870,7
39	0,85375	49,651	260	0,0250	1158,4
40	0,85000	51,034	$266\frac{2}{3}$	0,0000	— ∞
—45	0,83125	58,04			
50	0,81250	65,21			
55	0,79375	72,55			
60	0,77500	80,04			
65	0,75625	87,72			

1 — 100 Grade.

Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)
+ 1	1,00375	+ 1,175	+ 31	1,11625	+ 34,535
2	1,00750	2,346	32	1,12000	35,588
3	1,01125	3,513	33	1,12375	36,638
4	1,01500	4,675	34	1,12750	37,684
5	1,01875	5,833	35	1,13125	38,726
6	1,02250	6,987	36	1,13500	39,765
7	1,02625	8,137	37	1,13875	40,801
8	1,03000	9,282	38	1,14250	41,833
9	1,03375	10,423	39	1,14625	42,862
10	1,03750	11,560	40	1,15000	43,888
11	1,04125	12,693	41	1,15375	44,911
12	1,04500	13,822	42	1,15750	45,930
13	1,04875	14,947	43	1,16125	46,946
14	1,05250	16,068	44	1,16500	47,958
15	1,05625	17,185	45	1,16875	48,967
16	1,06000	18,298	46	1,17250	49,973
17	1,06375	19,407	47	1,17625	50,976
18	1,06750	20,512	48	1,18000	51,975
19	1,07125	21,613	49	1,18375	52,971
20	1,07500	22,710	50	1,18750	53,965
21	1,07875	23,803	51	1,19125	54,955
22	1,08250	24,893	52	1,19500	55,942
23	1,08625	25,979	53	1,19875	56,926
24	1,09000	27,062	54	1,20250	57,906
25	1,09375	28,143	55	1,20625	58,833
26	1,09750	29,217	56	1,21000	59,859
27	1,10125	30,287	57	1,21375	60,831
28	1,10500	31,354	58	1,21750	61,800
29	1,10875	32,418	59	1,22125	62,765
30	1,11250	33,478	60	1,22500	63,728

Grade C. (ξ)	Elasticität (1 + hξ)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität (1 + hξ)	Grade G. (x)
+ 61	1,22875	+ 64,687	+ 81	1,30375	+ 83,292
62	1,23250	65,644	82	1,30750	84,198
63	1,23625	66,598	83	1,31025	85,095
64	1,24000	67,549	84	1,31500	85,990
65	1,24375	68,497	85	1,31875	86,883
66	1,24750	69,443	86	1,32250	87,775
67	1,25125	70,386	87	1,32625	88,665
68	1,25500	71,325	88	1,33000	89,552
69	1,25875	72,212	89	1,33375	90,437
70	1,26250	73,196	90	1,33750	91,318
71	1,26625	74,177	91	1,34125	92,296
72	1,27000	75,056	92	1,34500	93,073
73	1,27375	75,982	93	1,34875	93,949
74	1,27750	76,905	94	1,35250	94,821
75	1,28125	77,825	95	1,35625	95,690
76	1,28500	78,743	96	1,36000	96,557
77	1,28875	79,658	97	1,36375	67,425
78	1,29250	80,571	98	1,36750	98,284
79	1,29625	81,480	99	1,37125	99,144
80	1,30000	82,388	100	1,37500	100,000

100 — 200 Grad.

Grade C. (ξ)	Elasticität (1 + hξ)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität (1 + hξ)	Grade G. (x)
+ 101	1,37875	+ 100,855	+ 111	1,41625	109,283
102	1,38250	101,709	112	1,42000	110,113
103	1,38625	102,560	113	1,42375	110,941
104	1,39000	103,408	114	1,42750	111,767
105	1,39375	104,254	115	1,43125	112,591
106	1,39750	105,098	116	1,43500	113,413
107	1,40125	105,940	117	1,43875	114,233
108	1,40500	106,779	118	1,44250	115,050
109	1,40875	107,616	119	1,44625	115,865
110	1,41205	108,451	120	1,45000	116,678

Grade C. (ξ)	Elasticität (1 + hξ)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität (1 + hξ)	Grade G. (x)
+121	1,45375	+117,489	+156	1,58500	144,633
122	1,45750	118,298	157	1,58875	145,376
123	1,46125	119,105	158	1,59250	146,117
124	1,46500	119,910	159	1,59625	146,855
125	1,46875	120,713	160	1,60000	147,591
126	1,47250	121,514	161	1,60375	148,326
127	1,47625	122,313	162	1,60750	149,059
128	1,48000	123,109	163	1,61125	149,791
129	1,48375	123,904	164	1,61500	150,521
130	1,48750	124,697	165	1,61875	151,240
131	1,49125	125,488	166	1,62250	152,975
132	1,49500	126,276	167	1,62625	152,700
133	1,49875	127,063	168	1,63000	153,424
134	1,50250	127,848	169	1,63375	154,146
135	1,50625	128,631	170	1,63750	154,866
136	1,51000	129,411	171	1,64125	155,584
137	1,51375	130,190	172	1,64500	156,301
138	1,51750	130,967	173	1,64875	157,016
139	1,52125	131,742	174	1,65250	157,729
140	1,52500	132,515	175	1,65625	158,441
141	1,52875	133,286	176	1,66000	159,151
142	1,53250	134,055	177	1,66375	159,860
143	1,53625	134,823	178	1,66750	160,567
144	1,54000	135,589	179	1,67125	161,272
145	1,54375	136,352	180	1,67500	161,976
146	1,54750	137,114	181	1,67875	162,679
147	1,55125	137,874	182	1,68250	163,383
148	1,55500	138,632	183	1,68625	164,079
149	1,55875	139,388	184	1,69000	164,776
150	1,56250	140,143	185	1,69375	165,472
151	1,56625	140,896	186	1,69750	166,166
152	1,57000	141,647	187	1,76125	166,859
153	1,57375	142,395	188	1,70500	167,550
154	1,57750	143,142	189	1,70875	168,240
155	1,58125	143,888	190	1,71250	168,929

Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)
+191	1,71625	+169,616	+196	1,73500	+173,028
192	1,72000	170,301	197	1,73875	173,706
193	1,72375	170,985	198	1,74250	174,382
194	1,72750	171,668	199	1,74625	175,057
195	1,73125	172,349	200	1,75000	175,731

Grade über 200.

Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität ($1 + h\xi$)	Grade G. (x)
+205	1,76875	+179,08	+310	2,1625	+242,19
210	1,78750	182,39	320	2,2000	247,59
215	1,80625	185,66	330	2,2375	252,90
220	1,82500	188,90	340	2,2750	258,12
225	1,84375	192,11	350	2,3125	263,25
230	1,86250	195,30	360	2,3500	268,30
235	1,88125	198,45	370	2,3875	273,25
240	1,90000	201,55	380	2,4250	278,16
245	1,91875	204,63	390	2,4625	282,98
250	1,93750	207,69	400	2,5000	287,73
255	1,95625	210,72	420	2,5750	297,01
260	1,97500	213,71	440	2,6500	306,03
265	1,99375	216,68	460	2,7250	314,80
270	2,01250	219,62	480	2,8000	323,32
275	2,03125	222,53	500	2,8750	331,62
280	2,05000	225,42	520	2,9500	339,71
285	2,06875	228,28	540	3,0250	347,59
290	2,08750	231,11	560	3,1000	355,28
295	2,10625	233,92	580	3,1750	362,79
300	2,12500	236,70	600	3,2500	370,12
650	3,4375	387,69	1600	7,000	611,2
700	3,6250	404,41	1800	7,750	643,0
750	3,8125	420,29	2000	8,500	672,0
800	4,0000	435,33	2500	10,375	734,6
850	4,1875	449,67	3000	12,250	786,8
900	4,3750	463,47	3500	14,125	799,0
950	4,5625	476,62	4000	16,000	870,7
1000	4,7500	489,29	6000	23,500	991,4

Grade C. (ξ)	Elasticität (1 + hξ)	Grade G. (x)	Grade C. (ξ)	Elasticität (1 + hξ)	Grade G. (x)
+1100	5,125	+513,2	+8000	31,000	+1078,3
1200	5,500	535,3	10000	38,500	1146,0
1300	5,875	556,0	15000	57,250	1271,0
1400	6,250	574,9	20000	76,000	1359,9

7.

Beide Scalen stimmen nur bei 0° und 100° mit einander überein, und ihre Differenz wird um so grösser, je weiter sie sich von jenen beiden festen Puncten entfernen. Zwischen 0 und 100° weicht 48° C am meisten ab, da es 51°, 975 G. entspricht. Ueber 100° bleibt die geometrische Scale hinter der arithmetischen zurück, sie beträgt bei 200° nur 175°,7 und bei 1000° noch nicht 500°; dagegen ist sie unter 0° grösser und schreitet vorzüglich in der Nähe von — 26° C sehr rasch fort. Bei — 266° ⅔ C. ist sie. — ∞. Hier fehlt also der absolute Nullpunct der arithmetischen Scale, welches auch ihrem Principe nach nothwendig ist.

8.

Man sieht aus der Tabelle, dass 1° der geometrischen Scale in verschiedenen Theilen derselben einer sehr verschiedenen Anzahl arithmetischer Grade entspricht. Bei — 260° C. z. B. sind 5° C. = 437° G., und bei + 200° sind 5°, 2 = 3° G. Es ist oft nothwendig dieses Verhältniss zu kennen. Dieses geschieht durch folgende sehr einfache Rechnung:

$$x = a \log(1 + h\varepsilon)$$

$$\frac{dx}{d\varepsilon} = \frac{\alpha h}{1 + h\varepsilon};\ \frac{dx}{d\varepsilon} : \frac{dy}{dv} = \frac{1}{1 + h\varepsilon} : \frac{1}{1 + hv}$$

$$= \frac{1}{El.x} : \frac{1}{El.y}$$

Nun ist aber dieses Differentialverhältniss eben die gesuchte Grösse, daher **sind in zwei Theilen derselben Scale die verhältnissmässigen Grössen der arithmetischen und geometrischen Grade verkehrt proportional der Elasticität der Gase.**

Um 0° z. B. ist 1° C. = 1°, 18 G., also bei 100° ist 1° C. $= \frac{1°,18}{1,375} =$ 0°86 G.

9.

Ein Körper, der durch irgend eine Ursache, etwa durch Ausdehnung eines Theiles in einen grösseren Raum, sich von 1° C. auf 0° C. abkühlt, kühlt sich nach der arithmetischen Scale eben so sehr ab, als wenn er von 101° C. auf 100° sinkt. Werden dieselben absoluten Abkühlungen aber auf die geometrische Scale bezogen, so würde sie im ersten Falle 1,375 mal so gross seyn, als im letzten. So lange wir also noch nicht wissen, welche von beiden Scalen, oder ob eine von beiden der absoluten Wärmemenge proportional ist, fehlt uns ein Mass für die Schnelligkeit der Abkühlung bei verschiedenen Temperaturen. Dieses vorzüglich in Beziehung auf die Dulong'schen Versuche.

10.

Je grösser der Werth von h ist, desto rascher entfernen sich beide Scalen von einander. Betrüge z. B. die Ausdehnung zwischen den festen Puncten der Scale 0,5, so entspräche 250° C. nur 200° G.; bei uns ist diese Grösse 208° G.

11.

Statt hunderttheilig hätten wir die geometrische Scale auch nach irgend einer andern Eintheilung berechnen können; dieses wird durch eine leichte Reduktion bewirkt, indem nur der Werth von α eine Veränderung erleidet.

$$x - y = \alpha' \log. \frac{1 + h\xi}{1 + hv}$$

$$\alpha' = \frac{x - y}{\log. \frac{1 + h\xi}{1 + hv}}$$

Bei Réaumur ist, wenn $\xi = 80$, $y = 0$,

$$\frac{1 + h\xi}{1 + hv} = 1{,}375$$

$$\alpha' = \frac{80}{\log 1{,}375} = \frac{4}{5}\alpha.$$

Wenn die geometrischen Grade der Tabelle mit $\frac{4}{5}$ multiplicirt werden, so erlangt man die 80 theilige geometrische Scale. Z. B. 40° R = 43,172 R. G.

Weniger einfach gestaltet sich die Anwendung der Fahrenheit'schen Scale, wenn 0° und 212° übereinstimmen sollen. Dann ist

$$\frac{1 + h\xi}{1 + hv} = \frac{11 : 8}{14 : 15} = \frac{165}{112}$$

$$\alpha' = \frac{212}{\log 165 - \log 112} = 1260$$

wobei aber schon der Gefrierpunct des Wassers in beiden abweicht. Sollen 32° und 212° übereinstimmen, so ist $\alpha' = \frac{9}{5}\alpha$.

12.

Die gleichförmige Ausdehnung aller gasförmigen Körper wird auch durch die Erfahrung bestätigt, dass sich die Mischungsgewichte der Gase wie ihre specifischen Gewichte bei gleichen Temperaturen und Elasticitäten verhalten. Da jene Grössen von den zufälligen Temperaturen und Elasticitäten, worin wir gewöhnlich operiren, nicht abhängig seyn können, so müssen, wenn das specifische Gewicht unverändert bleibt, bei gleichen Temperaturveränderungen auch die Elasticitäten gleichmässig variiren.

13.

Wenn man das Volumen eines Gases oder Dampfes, dessen Temperatur mit den umgebenden Körpern im Gleichgewichte ist, vermehrt, so entsteht Kälte, d. h. die benachbarten Körper treten Wärme an dasselbe ab; bei einer Verminderung des Volumens dagegen empfangen diese Wärme. Sehen wir aber von dem Einflusse der fremden Körper, und überhaupt von der Wärme ab, so lässt sich das Phänomen folgendermassen darstellen:

Wenn das Volumen eines Gases vermindert wird, so steigt die Elasticität höher, als es bloss durch die Vermehrung des specifischen Gewichtes der Fall seyn würde, und sinkt bei der Vermehrung des Volumens tiefer.

Die Temperatur des Gases sei ξ, das specifische Gewicht werde durch Sp.x bezeichnet, also die Elasticität durch

$$\text{El.x} = \text{Sp.x}\,(1 + h\xi)$$

Durch die Raumveränderung werde die Temperatur = v, das specifische Gewicht = Sp.y und die Elasticität = El.y, so ist

$$\text{El.y} = \text{Sp.y}\,(1 + hv)$$

Je grösser die Raumveränderung ist, oder jemehr Sp.x von Sp.y abweicht, desto mehr sind auch $1 + h\xi$ und $1 + hv$ von einander verschieden, und eines ist eine Function des andern.

14.

Ueber die Natur derselben können mir noch nicht mit Gewissheit entscheiden; allein so wie die Ausdehnung von der Dichtigkeit und chemischen Beschaffenheit unabhängig war, so ist es auch, wenn man von dem Einflusse der umgebenden Körper absieht, höchst wahrscheinlich dass:

Die Elasticität durch gleiche Raumveränderungen stets auf gleiche Weise verändert werde, und die Function $\frac{\text{El.y}}{\text{El.x}} = F\left(\frac{\text{Sp.y}}{\text{Sp.x}}\right)$ von der Beschaffenheit des Gases unabhängig sei. Mir hätten nun noch die Gestalt dieser Function zu bestimmen.

15.

Die Elasticität und das specifische Gewicht eines Gases El.x und Sp.x durch blosse Raumverände-

rung zu El.y und Sp.y geworden, werden nun von Neuem so verändert, dass sie El.x und Sp.x werden, so ist:

$$\frac{El.y}{El.x} \cdot \frac{El.z}{El.y} = F\left(\frac{Sp.y}{Sp.x}\right) \cdot F\left(\frac{Sp.z}{Sp.y}\right).$$

Diese Grössen sind aber auch

$$= \frac{El.z}{El.x} \cdot F\left(\frac{Sp.y}{Sp.x}\right), \text{ also}$$

$$F\left(\frac{Sp.y}{Sp.x}\right) \cdot F\left(\frac{Sp.z}{Sp.y}\right) = F\left(\frac{Sp.z}{Sp.x}\right),$$

welches, nach bekannten Methoden berechnet, auf eine Gleichung der Form

$\frac{El.y}{El.x} = \left(\frac{Sp.y}{Sp.x}\right)^{\beta}$ führt. β kann jede rationale und irrationale Grösse seyn, und muss durch Versuche bestimmt werden.

$$\frac{El.y}{El.x} = \frac{1 + hv}{1 + h\xi} \cdot \frac{Sp.y}{Sp.x} = \left(\frac{Sp.y}{Sp.x}\right)^{\beta}; \text{ daher}$$

$$\frac{Sp.y}{Sp.x} = \left(\frac{1 + hv}{1 + h\xi}\right)^{\frac{1}{\beta - 1}}; \quad \frac{El.y}{El.x} = \left(\frac{1 + hv}{1 + h\xi}\right)^{\frac{\beta}{\beta - 1}};$$

oder wenn man der Kürze wegen $\frac{\beta}{\beta - 1} = \varepsilon$ setzt

$$\log\frac{Sp.y}{Sp.x} = (\varepsilon - 1)\log\frac{1 + hv}{1 + h\xi} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\log\frac{El.y}{El.x} \text{ und}$$

$$\log\frac{El.y}{El.x} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\log\frac{Sp.y}{Sp.x} = \log\frac{1 + hv}{1 + h\xi},$$

wodurch die durch Raumveränderung hervorgebrachten Wirkungen auf die mathematische Scale bezogen werden. Daraus folgt für die geometrische

$$y - x = \frac{\alpha}{\varepsilon - 1}\log\frac{Sp.y}{Sp.x} = \frac{\alpha}{\varepsilon}\log\frac{El.y}{El.x}.$$

Sobald β bekannt ist, kann die Anzahl der geometrischen Grade berechnet werden, um welche die

Temperatur des Gases durch die Zusammendrückung oder Ausdehnung verändert wird. Sie ist proportional dem Logarithmus der specifischen Gewichte und Elasticitäten: Gleich starke Raumveränderungen bringen unter allen Umständen eine gleich starke Abkühlung oder Erwärmung in geometrischen Graden hervor. Wenn irgend ein Gas durch die Verdopplung des specifischen Gewichts von 0° auf 20° G steigt, so wird ein Gas, das auf 100° stand, auf 120° G erhoben. Ein Gesetz, das für die arithmetische Scale keine Anwendung findet.

16.

Ob die Wärme materiell ist, oder nicht, ist uns hier gleichgültig; wir können aber in allem, was die Mittheilung derselben an andere Körper betrifft, uns dieses Bildes bedienen, und annehmen, dass die Menge der in einem Gase enthaltenen Wärme durch die blosse Raumänderung nicht verändert wird, dass also in gleichen Massen desselben Gases, immer gleich grosse Mengen Wärme sind, wenn das specifische Gewicht, die Temperatur und die Elasticität sich so verhalten, dass

$$\log\frac{El.y}{El.x} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\log\frac{Sp.y}{Sp.x} = \varepsilon\log\frac{1 + h\upsilon}{1 + h\xi}$$

$$= \frac{\varepsilon}{\kappa}(y - x) \text{ oder } \frac{Sp.x}{(1 + h\xi)^{\varepsilon - 1}} = \frac{Spy}{(1 + h\upsilon)^{\varepsilon - 1}} \text{ ist.}$$

17.

Wenn man ein Gas von Sp.x und der Temperatur x° G. um y° G. erwärmt, so ist eine gewisse Quantität Wärme nöthig, die in dem Gase bleibt, wenn man es

etwa in n Räume ausdehnt, so dass die Temperatur wieder auf x° G. herabsinkt. Dehnt man dagegen das Gas von Sp.x und Temperatur x° G. erst in n Räume aus, so wird das specifische Gewicht $= \frac{Sp.x}{n}$, und die Temperatur um y° sinken. Erwärmet man dieses Gas nun so, dass es wieder auf x° G steigt, so wird man durch beide Operationen ein völlig gleiches Gas erhalten; denn in beiden ist das specifische Gewicht $= \frac{Sp.x}{n}$, und die Temperatur x°, also auch die Elasticität gleich. Aber bei der ersten ist zu der ursprünglichen Wärme des Gases diejenige hinzugetreten, welche nöthig war, das Gas von x° auf $x + y^\circ$ zu heben; bei dieser, um es von $x - y^\circ$ auf x° zu heben; beide Mengen Wärme sind also einander gleich, d. h.

Gleiche Massen desselben Gases, deren Temperaturen, specifische Gewichte und Elasticitäten verschieden sind, aber ein solches Verhältniss zu einander haben, dass die Menge Wärme in beiden gleich ist, **bedürfen immer gleiche Quantitäten Wärme, wenn die Temperatur um eine gleiche Anzahl geometrischer Grade erhoben werden soll.**

18.

Wenn aber $\frac{Sp.x}{(1+h\xi)^{\varepsilon-1}}$ nicht, wie wir bisher angenommen haben, constant ist, so findet das obige Gesetz vielleicht seine Anwendung nicht, und die Menge Wärme, welche nöthig ist, eine Masse Gas bei unverändertem specifischen Gewichte auf einen gewissen Grad

zu erheben, ist] wahrscheinlich eine Function davon, zugleich aber auch von $\frac{1+h\xi}{1+hv}$, wenn das Gas von ξ° auf v° C. erwärmt werden soll. Setzen wir nun die Menge der nöthigen Wärme $= P$, so ist

$$P = F.\left(\frac{Sp.x}{(1+\xi h)^{\varepsilon-1}}, \frac{1+h\xi}{1+hv}\right),$$ eine Function, die wir aufzusuchen haben.

Q sei die Wärme, wodurch das schon auf v° erhobene Gas, auch auf ζ° erhoben wird, so ist

$$Q = F\left(\frac{Sp.y}{(1+hv)^{\varepsilon-1}}, \frac{1+hv}{1+h\xi}\right)$$

$$P + Q = F\left(\frac{Sp.x}{(1+h\xi)^{\varepsilon-1}}, \frac{1+h\xi}{1+hv}\right)$$

$$+ F\left(\frac{Sp.y}{(1+hv)^{\varepsilon-1}}, \frac{1+hv}{1+h\zeta}\right)$$

aber auch $= F\left(\frac{Sp.x}{(1+h\xi)^{\varepsilon-1}}, \frac{1+h\xi}{1+h\zeta}\right)$

wodurch man Gleichungen erlangt, die von den Werthen von ξ, v und ζ unabhängig sind. Gehörig entwickelt, findet man

$P = A\log. \frac{1+hv}{1+h\xi}$, wobei A eine von der Beschaffenheit des Gases, der einmal angenommenen Einheit der Wärme — etwa geschmolzenes Eis — und dem angewendeten logarithmischen Systeme abhängt.

19.

Die Wärme, wodurch ein Gas bei unverändertem specifischen Gewichte von x° auf y° erhoben wird,

ist also von dem specifischen Gewichte und der Menge der im Gase enthaltenen Wärme völlig unabhängig, sondern nur $\log \frac{1 + hv}{1 + h\xi}$ proportional. Aber

$$A \log \frac{1 + hv}{1 + h\xi} = A \frac{y - z}{a}.$$

Wir erlangen daher als das Resultat unserer bisherigen Untersuchung folgendes wichtige Gesetz:

Die Menge Wärme, welche nöthig ist, um eine Masse Gas, bei unverändertem specifischen Gewichte, um eine gewisse Anzahl geometrischer Grade zu erheben, ist direct bloss dieser Anzahl proportional.

Wenn 1 Pf. Gas z. B., das in einem gegebenen Raume eingeschlossen ist, mit so viel Wärme, wodurch 1 Pf. Eis geschmolzen werden könnte, etwa um 20° G. erwärmt wird; so wird es durch zwei oder dreimal so viel Wärme um 40° oder 60° G. erwärmt werden. Es ist hierbei völlig gleichgültig, ob das specifische Gewicht des Gases = a oder = 1000 a ist, oder die Temperatur von 0° auf 20° oder von 1000° auf 1020° G. erhoben werden soll; obgleich in dem letzten Falle sich ungleich mehr Wärme in den Gasen befindet. Nur darf während der Erwärmung das Volumen das Gas nicht verändert werden.

Dieses so paradoxe Gesetz, das mich selbst in hohem Grade überrascht hat, ist eine nothwendige Folge der beiden Annahmen §. §. 1. u. 14. Die erste ist eine der unzweifelhaftesten Gegenstände der Naturlehre, die zweite zwar nicht unmittelbar erwiesen, allein in ungleich höherem Grade wahrscheinlich, als eini-

ge Hypothesen von Laplace und Poisson in ihren Arbeiten über die Wärme.

Die folgenden Sätze sind bloss Corollare von diesem.

20.

Die Differenz der Wärme gleicher Massen eines Gases von verschiedenen Elasticitäten Temperaturen und specifischen Gewichten ist proportional den Unterschieden der Temperaturen in geometrischen Graden, wenn beide Gase auf gleiche specifische Gewichte gebracht sind.

Die Beschaffenheit der Gase sei

Sp.x El.x und x° G

Sp.y El.y und y° G;

durch blosse Raumänderung auf gleiche specifische Gewichte gebracht, werden obige Grössen

$$\text{Sp.z, El.x} \left(\frac{\text{Sp.z}}{\text{Sp.x}}\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \text{ und } x + \frac{\alpha}{\varepsilon-1} \log \frac{\text{Sp.z}}{\text{Sp.x}}$$

$$\text{Sp.z, El.y} \left(\frac{\text{Sp.z}}{\text{Sp.x}}\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \text{ und } y + \frac{\alpha}{\varepsilon-1} \log \frac{\text{Sp.z}}{\text{Sp.y}}$$

Die Differenz der Wärme also proportional

$$\frac{\alpha}{\varepsilon-1} \log \frac{\text{Sp.y}}{\text{Sp.x}} + x - y$$

eine wie natürlich von z unabhängige Grösse, woraus man unmittelbar die Differenzen der Wärme finden kann, wenn α und ε bekannt sind.

21.

Wo alles ausser Masse und chemische Bildung verschieden ist, ist die Wärmedifferenz

$$= A\left(x - y + \frac{\alpha}{\varepsilon - 1}\log\frac{Sp.y}{Sp.x}\right)$$

$$= A\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}(x - y) + \frac{\alpha}{\varepsilon - 1}\log\frac{El.y}{El.x}\right)$$

Wo die specischen Gewichte gleich, aber die Temperaturen verschieden sind:

$$= A\,(x - y)$$

Wo die Elasticitäten gleich, aber die Temperaturen verschieden sind

$$= A\,\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}(x - y)$$

Beide Grössen verhalten sich wie $\varepsilon - 1 : \varepsilon$, ein unter allen Temperaturen beständiges Verhältniss. Es ist das, welches Laplace und Poisson das Verhältniss der Wärmekapacität bei gleichen Räumen, zu derjenigen bei gleichen Elasticitäten nennen und auf die Erfahrung Gay-Lussacs gestützt für constant halten, wodurch also unsere theoretische Entwicklung zum Theil bestätigt wird. Den unbestimmten Ausdruck „Wärmekapacität" haben wir bis jetzt absichtlich vermieden, obgleich sich in der That der grösste Theil dieser Arbeit damit beschäftigt, welches man gewöhnlich darunter versteht. Die Ursache davon ergibt sich aus dem Inhalte.

Wo die Temperaturen gleich sind, aber Elasticität und specifisches Gewicht verschieden

$$= A\,\frac{\alpha}{\varepsilon - 1}\log\frac{El.y}{El.x} = A\,\frac{\alpha}{\varepsilon - 1}\log\frac{Sp.y}{Sp.x}$$

Wenn die Wärmemengen gleich sind, so ist

$$y - x = \frac{\alpha}{\varepsilon - 1}\log\frac{Sp.y}{Sp.x} = \frac{\alpha}{\varepsilon}\log\frac{El.y}{El.x} \text{ wie §. 16.}$$

22.

Durch die Erkältung eines Gases um einige Grade wird ihm eine gewisse Menge Wärme entzogen, die für alle Temperaturen dieselbe ist. Hier sind nun zwei Fälle möglich; entweder der Verlust geht bis ins unendliche, und die Menge Wärme ist in jedem Gase $= \infty$, oder sie hört plötzlich auf, und der Körper verliert einen Theil seiner Eigenschaften. Eine Mittelstufe ist nicht möglich, da die Quantität der verlornen Wärme nicht wie bei festen Körpern immer mit der Temperatur abnimmt, und die Scale bis ins unendliche hinab- wie hinauf geht. Es ist der letzte Fall, der an sich wahrscheinlicher und durch Versuche bewährt ist. Einige Gase, nachdem sie ohne Aenderung der Dichtigkeit bis auf einen gewissen Grad abgekühlt sind, hören theilweise plötzlich auf, Gase zu seyn, werden starr oder flüssig oder gehen irgend einen andern chemischen Zustand ein, als in dem sie sich bisher befanden. Was bei einigen erwiesen ist, findet ohne Zweifel bei allen Statt, da alle Gase eine so ähnliche Gruppe von Körpern bilden, dass man nicht einen so unermesslichen Unterschied zwischen ihnen annehmen kann, als eine endliche und unendliche Menge Wärme seyn würde: Alle Gase von einem constanten specifischen Gewichte verlieren daher durch Abkühlen einen Theil ihrer Wärme, bis diese bei einer Temperatur, die von der chemischen Beschaffenheit und dem specifischen Gewichte abhängt, völlig erschöpft ist, wo sie ihren Zustand plötzlich ändern. Es versteht sich, dass hierbei dem Körper nicht

alle Wärme entzogen zu werden braucht, allein der Ueberrest folgt anderen Gesetzen. Man kann diese dem Gase nothwendige Wärme, deren völlige Entziehung auch die Zerstörung des Gases nach sich zieht, die **Gaswärme** nennen. Ihre wesentliche Verschiedenheit von der **Verdampfungswärme** ist einleuchtend; diese wird der Gegenstand einer andern Untersuchung seyn.

23.

Die Temperatur, wobei irgend ein Gas, dessen specifisches Gewicht Sp.x ist, alle seine Wärme verloren hat, sei x, so wird es bei einer niedrigeren Temperatur nur dann bestehen können, wenn seine Dichtigkeit eine angemessene Verminderung erleidet, und dadurch Wärme von den umgebenden Körpern aufgenommen wird. Ist der Raum beschränkt, so dass das Gas sich nicht ausdehnen kann, so wird sich so viel davon niederschlagen, dass der Ueberrest die angemessene Dichtigkeit hat. Da Gase, wobei

$$y - x = \frac{\alpha}{\varepsilon - 1} \log \frac{Sp.y}{Sp.x}$$

gleich viel Wärme enthalten, so gibt

$$\frac{Sp.y}{Sp.x} = \left(\frac{1+hv}{1+h\varepsilon}\right)^{\varepsilon-1}$$

für die Temperatur v dasjenige specifische Gewicht an, welches jenem Gränzpuncte oder **Minimum** entspricht, wenn Sp.x das specifische Gewicht des Gases bei der Temperatur ε ist.

Die Menge der Gaswärme eines Gases von Sp.y und y° G. ist

$$= A\,M\,(x - y) + \frac{\alpha}{\varepsilon - 1} \log \frac{Sp.y}{Sp.x}.$$

wenn M die Masse des Körpers ist und x^0 und Sp.x sich aufs Minimum beziehen.

Wir enthalten uns hier aller Zusammenstellung mit andern physikalischen Erscheinungen, deren dem kundigen Leser gewiss mehrere gegenwärtig seyn werden, machen jedoch auf den engen Zusammenhang aufmerksam, in welchem alle diese Erscheinungen mit einander stehen, und dass wenn die an sich wahrscheinlichen und durch manche Versuche bestätigten Grundsätze richtig sind, auch die so unerwarteten Resultate zugegeben werden müssen; sollten diese auch anfangs nicht mit allen Beobachtungen übereinzustimmen scheinen.

24.

Die oben entwickelten Gesetze haben für alle elastisch-flüssigen Körper ihre Anwendung; die sogenannten permanent elastischen Gase sowohl als die Dämpfe, so lange diese den Punct ihres Minimums nicht überschritten haben. Allein die Constanten α, s und A möchten vielleicht für die verschiedenen Gase verschieden seyn.

Bei allen Gasen wird aber die Elasticität auf gleiche Weise durch die Temperatur erhöht, d. h. α ist für alle Gase constant, wie diese Grösse es für alle Dichtigkeiten eines Gases war (§. 1.).

Auch s scheint von der Natur der Gase eben so unabgängig zu seyn wie α, so dass die Annahme des §. 14 für alle gasförmige Körper ohne Unterschied ihre Anwendung findet. Der Versuche, wodurch dieses wahrscheinlich gemacht wird, sind mehrere; wir werden davon bei der Lehre von der Verdampfung reden.

25.

Die absolute Menge Wärme, die ein Gas verlangt, um eine gewisse Veränderung in seiner Temperatur und Elasticität zu erleiden, übergehen wir; desto merkwürdiger ist aber die verhältnissmässige Grösse von A in verschiedenen Gasen. Es ist Haycraft, der sich das Verdienst erworben hat, das schon von Dalton und Andern vermuthete Gesetz, welchem aber spätere Versuche von Delaroche und Bérard, Clément und Desormes und Andere zu widersprechen schienen, über alle Zweifel zu erheben, und zu gleicher Zeit die Unzuverlässlichkeit von Versuchen über Gase und Dämpfe darzuthun, wobei die wichtigste Bedingung, die Entfernung der Feuchtigkeit nicht beobachtet ist. Die Zusätze, welche Gay-Lussac in seinen Annalen der Abhandlung Haycraft beigegeben hat, bestätigen die Unrichtigkeit der Annahmen Delaroches und die Richtigkeit der von Haycraft nur noch mehr. Dieser fand:

dass alle Gase, chemisch einfache oder zusammengesetzte oder Gasgemenge (Hydrogen, Kohlensäure, atmosphärische Luft) gleich viel Wärme verlieren, wenn ihre Temperaturen und Räume gleich gross sind. Was nun für eine bestimmte Elasticität und Temperatur gefunden ist, ist natürlich für alle Elasticitäten und Temperaturen wahr. Unter gleichen Räumen Gas wurde die Gasmenge verstanden, die, wenn sie gleiche Volumen einnehmen, bei gleichen Temperaturen gleiche Elasticitäten haben. Setzen wir dafür der Abkürzung wegen Pp (Proportion), so ist die vollständige Gleichung für die Wärmemenge der Gase

$$\frac{AM}{B}\left(x - y + \frac{\alpha}{\varepsilon - 1}\log\left(\frac{Sp.y}{Sp.x}\right)\right),$$

wo M sich bloss auf das Mass der Wärme bezieht, A die Masse ist, Pp die Proportion — die wir hier immer dem Raume proportional annehmen — x und y die Temperaturen in geometrischen Graden, Sp.x und Sp.y die specifischen Gewichte des Gases in der Temperatur x und y. Beziehen sich Sp.x und x aufs Minimum, so drückt obige Formel die absolute Wärmemenge aus, widrigenfalls nur die Differenz.

Gleiche Proportionen Gas bedürfen gleich viel Wärme, wenn sie um eine gewisse Anzahl geometrischer Grade erhoben werden sollen, so verschieden auch ihre Dichtigkeiten, ihre Massen, Elasticitäten, Temperaturen und Bestandtheile seyn mögen. Dass übrigens jene Proportionen mit weit grösserem Rechte für die chemische Verhältnisszahl angenommen werden, als die Verhältnisszahlen von Berzelius, oder Wollaston u. a., wie auch von Einigen geschehen ist, hoffen wir bei anderer Gelegenheit durch einige thermische und krystallographische Erfahrungen bewähren zu können. Dass man sie bei den meisten Körpern nur durch Vermischung auffinden kann, schadet der Theorie nicht.

26.

Die Gasgemenge verhalten sich analog zu einfachen Gasen. Ihre Eigenschaften können aus der Thatsache abgeleitet werden, dass wenn zwei Gase von gleicher Temperatur und Elasticität, aber verschiedener chemischer Beschaffenheit und Masse unter

einander gemischt werden, so dass sie jetzt einen Raum einnehmen, welcher der Summe ihrer bisherigen gleich ist, das Gemenge an Temperatur und Elasticität den einzelnen Gasen gleich ist. Hieraus folgt unmittelbar folgendes Gesetz:

Die Menge der in einem Gasgemenge, deren Elasticität = El, deren Temperatur = x ist, enthaltenen Wärme, ist gleich der Summe der Wärmemengen, die jeder einzelne Bestandtheil haben würde, wenn er einen solchen Raum einnimmt, dass seine Elasticität und Temperatur = El und x ist. Dass ihre Ausdehnung durch die Wärme und ihre Capacität sie nicht von den einfachen Gasen unterscheidet, ist durch directe Versuche bei der atmosphärischen Luft und bei Gemengen von Wasser- und andern Dämpfen mit Gasen bewiesen.

27.

Zu den Formeln des §. 21 wollen wir noch einige Beispiele fügen, die aber für alle einfache und gemengte Gase anwendbar sind.

Aus Gründen, die zu einer andern Zeit entwickelt werden sollen, scheint ε nicht weit von 12 entfernt zu seyn. Um das Gas um 1° abzukühlen, ist daher eine Ausdehnung von etwa 0,0358 oder etwas mehr als $\frac{1}{28}$ nöthig. Die Elasticität sinkt dabei auf etwa $\frac{1}{1,039}$ herab.

Eine Ausdehnung auf einen doppelten Raum drückt die Temperatur um etwa 20°; auf einen dreifachen um 31°, einen vierfachen 40°, einen fünffachen 46°, einen sechsfachen 51°, einen achtfachen etwa 60° herab. Um eben so viel Grade wird die Temperatur bei der Zusammendrückung erhöht.

Einer doppelten Elasticität entspricht eine Tem-

peratnrerhöhung von ungefähr 18°, einer dreifachen 29°, einer vierfachen 36°, einer fünffachen 42°, einer sechsfachen 47°, einer achtfachen 54°.

28.

Diese Grössen sind weit geringer als man erwarten sollte, da sich schon bei einer fünffachen Zusammendrückung Feuerschwamm entzündet. Allein erstlich drücken jene Grössen nur aus, dass die ganze Gasmenge um diese Temperatur erhoben wird, da sich aber ein grosser Theil der entweichenden Wärme auf dem Schwamm concentrirt, so ist es eben so wohl möglich, dass dieser ungleich stärker erwärmt wird, als 46°, da eine hohe Wärmeintensität auf einer grossen Masse verbreitet, oft nur eine geringe Temperaturveränderung hervorbringt. Weit bedeutender ist aber die Wärme, welche durch das vom Schwamme absorbirte Gas frei wird. Schwamm absorbirt die Gase in Menge; nach bekannten Gesetzen von einem fünffach verdichteten Gase ein fünfmal so grosses Gewicht. Die ganze dadurch reel entwickelte Wärme strebt die Temperatur des Schwammes zu erhöhen, der einmal entzündet auch in der verdünnten Luft fortbrennt. Die durch Absorption entweichende Wärme ist übrigens völlig der Verdampfungswärme analog, und es möchte nicht schwer seyn, zu beweisen, dass von Flüssigkeit absorbirte Gase sich ganz wie aufgelöste Salze oder beigemengte Flüssigkeiten verhalten, und sich von ihnen nur in der Menge und in der grösseren Leichtigkeit, den elastisch flüssigen Zustande anzunehmen, unterscheiden, und die Gase nach denselben Gesetzen von porösen Körpern verschluckt wer-

den wie Wasserdampf und Wasser selbst. Die Körper werden in dem ersten Falle flüssig, in dem zweiten vielleicht starr, verschlucken dabei die Flüssigkeitswärme und bringen Kälte hervor, oder entwickeln die Verdampfungswärme und bringen Wärme hervor.

29.

Vermischt man ein Volumen Gas, dessen Elasticität = El und dessen specifisches Gewicht = Pp und die Temperatur = 0 ist, mit einem andern gleichen Volumen von derselben Elasticität, dem specifischen Gewichte Pp′ und der Temperatur 100°; so entsteht ein Gasgemenge von derselben Elasticität, doppeltem Volumen und der Temperatur 50° G. = 46 C, also weniger als die Hälfte. Bei Gasen hatte dieses noch nicht genau beobachtet werden können; ich erinnere aber an die bekannten Erscheinungen bei Mengung von Flüssigkeiten.

II. Bildet sich beim Löschen des gebrannten Kalks Ammoniak? Verneinend beantwortet von Doctor Pleischl, k. k. Professor der Chemie an der Universität in Prag.

Theodor von Grotthuss behauptet, (Schweiggers Journal B. 14. 146.) dass beim Löschen des Kalks Ammoniak gebildet werde. Er sagt hierüber Folgendes:

„In der Glühhitze, in welcher der Kalk gebrannt wird, kann das gemeine Oxyd, d. h. der Kalk eine angehende Desoxydation erlitten haben. Bei der Löschung mit Wasser kann nur die gewöhnliche Oxy-

dationsstufe, theils auf Kosten des Sauerstoffs im Wasser, theils vermittelst der in dem porösen Kalk stets enthaltenen atmosphärischen Luft wieder hergestellt werden. Im erstern Fall müsste der Wasserstoff des Wassers gasförmig frei werden. Diess erfolgt nun zwar nicht, allein es scheint, dass der Wasserstoff sich während seiner Entstehung mit dem Stickstoff der atmosphärischen Luft, (welche sowohl im porösen Kalk, als auch im Wasser selbst stets enthalten ist) zu Ammoniak verbindet; denn der sich bei dem Löschen des Kalks entwickelnde alkalische Dunst, der die blauen Pflanzenfarben in grün umwandelt, kann wohl nur dem Ammoniak zugeschrieben werden, da wir bis jetzt kein anderes in dieser Temperatur flüchtiges Alkali kennen."

Diese Behauptung, die mir bei der Arbeit: Ueber Schwefel- und Azotgehalt mehrerer Vegetabilien; sehr wichtig war, veranlasste mich einige Versuche anzustellen, um über die Statt finden sollende Ammoniakbildung Gewissheit zu erhalten. Da meines Wissens noch Niemand durch Versuche sich von der Richtigkeit oder Unrichtigkeit dieser Behauptung überzeugte, so dürfte die nähere Anführung meiner Versuche hierüber nicht ganz zwecklos seyn.

Ich nahm zuerst bei meinem Versuche einen gebrannten Kalk, der schon 6 Tage an der freien Luft lag, weil ich keinen frischern hatte, in dessen Zwischenräume die atmosphärische Luft Zeit genug hatte einzudringen, übergoss ihn mit Wasser und als er heftig dampfte, hielt ich in einer geringen Entfernung befeuchtetes rothes Lakmuspapier in die häufig entweichenden heissen Dämpfe mit der Vorsicht, dass

keine mechanisch mit fortgerissenen Kalktheilchen das Lackmuspapier treffen konnten, sah aber keine Spur einer Farbenveränderung.

Diesen Versuch wiederholte ich mit der Abänderung, dass ich frisch gebrannten Kalk nahm, ihn in ein Cylinderglas brachte, mit destillirtem Wasser übergoss, und als er heftig dampfte, die Mündung des Gefässes mit Kork, — welcher durchbohrt war und eine 7 Zoll lange, und an dem einen Ende sehr enge Glasröhre aufnahm — verschloss, wobei die Dämpfe nur durch die enge Glasröhre entweichen konnten, ohne das etwa vorhandene Ammoniak in der Luft eher zerstreuen zu lassen, als es auf das Pflanzenpigment gewirkt hatte. Der Erfolg war, dass die Dämpfe nur sehr schwer die Mündung der Glasröhre erreichten, der grösste Theil derselben verdichtete sich, und schlug sich als Wasser an den Seiten des Cylinders und der Röhre nieder, und rieselte in Tropfen wieder auf den Kalk zurück.

Man nahm daher jetzt ein kurzhalsiges Kölbchen, verschloss die Mündung desselben mit einem durchbohrten Korkstöpsel, der ein 3 Zoll langes enges Glasröhrchen aufnahm, brachte Kalk hinein, und übergoss ihn mit der nöthigen Menge destillirten Wassers, um den Kalk in staubiges Kalkhydrat zu verwandeln, und verschloss die Mündung mit dem vorgerichteten Korkstöpsel.

Als die Dämpfe in der Glasröhre sichtbar wurden, und langsam heraustraten, zeigte darüber gehaltenes befeuchtetes rothes Lackmuspapier keine Farbenveränderung; als aber die Dampfentwickelung sehr heftig wurde, färbte sich das Lackmuspapier an der von den

Dämpfen getroffenen Stelle blau, Rosenpapier schwach grün, und Curcumäpapier rothbraun. Doch sah ich bei allen 3 gefärbten Papieren, dass die Farbenveränderung sehr scharf begränzt war, sich nicht allmälig verlor und keine unmerkbaren Uebergänge bildete, wie das sonst bei Ammoniakdämpfen der Fall zu seyn pflegt.

Bei dem Lackmuspapier hätte man die Herstellung der blauen Farbe mit Hr. Professor Libig *) der Einwirkung der heissen Wasserdämpfe zuschreiben können, allein bei dem Curcumä- und Rosen-Papier fällt dieser Erklärungsgrund weg; man muss daher annehmen, dass entweder nach v. Grotthuss Ammoniak wirklich gebildet wurde und entwich, oder dass die Wasserdämpfe sehr feine Kalktheilchen mit sich fortrissen, und dass diese Kalkstäubchen die alkalische Reaction auf die Pflanzenpigmente hervorgebracht haben.

Um dieses auszumitteln, wurde das vorige Kölbchen gereinigt, frischer Kalk hineingethan und so viel Wasser darüber gegossen, dass sich ein feuchtes Kalkhydrat bilden konnte, und das Kölbchen etwas schief gelegt. Die Erhitzung war in diesem Falle zwar nicht so hoch als vorher, doch stieg die Temperatur so weit, dass das Glaskölbchen ohne schmerzhaftes Gefühl mit blosser Hand nicht gehalten werden konnte. Die Dämpfe zeigten sich ziemlich häufig, und kalte darüber gehaltene Körper beschlugen sich mit Wasserdunst, doch weder rothes befeuchtetes Lackmus- noch

*) Buchner's Repertor. f. d. Pharmacie B. 15. 369 und Gilberts Annal. d. Phys. B. 75. 399.

Rosen- und Curcumä-Papier zeigten diessmal eine Farbenveränderung, selbst dann nicht, als der Kork mit dem Glasröhrchen entfernt worden, und das Papier unmittelbar in die aus der Mündung des Glaskölbchens hervorkommenden Dämpfe gehalten wurde. Als jedoch etwas gepulverte Sassaparille dazugebracht wurde, färbte sich das rothe Lackmuspapier sichtbar blau.

Man brachte in ein 8 Zoll tiefes und 2 Zoll weites Cylinderglas gebrannten Kalk, goss destillirtes Wasser darauf, und hielt in die entweichenden Dämpfe im Glase versenkt befeuchtetes rothes Lackmus-Rosen- und Curcumä-Papier mit einem Glasstab hinein. Das rothe Lackmuspapier fing zuerst an blau zu werden. Beim Herausnehmen war das Lackmuspapier so ziemlich gleichförmig blau gefärbt, doch war es auch hie und da nur getupft blau, und das getiegerte gesprenkelte Ansehen der zwei andern gefärbten Papiere zeigte ganz deutlich, dass bloss die mechanisch mit fortgerissenen Kalktheilchen die Ursache dieser Farbenveränderung waren, wofür überdiess noch der Umstand spricht, dass die Wände des Glases in ihrer ganzen Höhe mit Kalktheilchen bestäubt waren.

Bei Wiederholung des Versuches im schiefgelegten und mit dem engen Röhrchen versehenen Glaskölbchen hielt man das rothe Lackmuspapier zuerst vor die Mündung des Glasröhrchens, so, dass die herausfahrenden Dämpfe mit demselben einen rechten Winkel bildeten, und es wurde blau; hielt man aber das Papier mit den ausströmenden Dämpfen parallel und etwa eine Linie höher, so dass es von ihnen nicht unmittelbar getroffen werden konnte, aber den-

noch mit ihnen in Berührung war, so veränderte es seine Farbe nicht.

Man nahm jetzt eine Phiole, deren Hals 1½ Zoll lang war, versah sie mit einer zweimal gebogenen Röhre und bemerkte die oben bereits angeführten Erscheinungen, nur sah man hier nach dem Aufhören der Dampfentwicklung ganz deutlich, dass in der Glasröhre Kalk sich abgelagert hatte, ja es bildete sich milchiges Kalkwasser. Bei zweimaliger Wiederholung mit einigen Abänderungen erhielt man dasselbe Resultat.

Um noch sicherer zu verfahren, schloss man die langhalsige Phiole mit einer 3mal im Zickzack gebogenen Röhre, und hielt jetzt ein Bündel von befeuchtetem rothen Lackmuspapier gerade vor die Mündung der Röhre so, dass die heftig ausströmenden Dämpfe unmittelbar auf das Reagenspapier treffen mussten; aber jetzt konnte man auch bei mehrmaliger Wiederholung des Versuches keine Spur einer Farbenänderung mehr bemerken. In den Krümmungen fand man eine trübliche Flüssigkeit, welche herausgenommen einen Bodensatz gab. Die klare überstehende Flüssigkeit reagirte alkalisch, wurde durch kohlensaures Ammoniak und kleesaures Kali weiss gefällt, und war mithin Kalkwasser. Nach dem Trocknen sah man in den Krümmungen der Röhre, besonders in der ersten einen weissen Rückstand, der Aetzkalk war, welchen die Wasserdämpfe mechanisch mit fortrissen und der in den vorigen Versuchen, wo er nicht zurückgehalten wurde, immer die alkalische Gegenwirkung der Dämpfe bewirkte.

Um endlich zu einem Endresultat zu gelangen,

und um apodiktische Gewissheit zu erhalten, wurde dieselbe Phiole mit Kalk gefüllt, und die entweichenden Dämpfe mit mässig verdünnter Salzsäure in Einwirkung gesetzt. Als die Dämpfe zu gehen aufingen, bemerkte man keine weisse Nebel, eben so wenig während der heftigen Dampfbildung noch nach derselben. Man wechselte den Kalk dreimal, und liess die entweichenden Dämpfe durch dieselbe Salzsäure absorbiren, um sie mehr zu sättigen. Die Flüssigkeit wurde bei gelinder Wärme abgedampft. Es blieb ein sehr geringer Rückstand, der sich gegen die Reagentien wie salzsaurer Kalk verhielt; dass es nicht Salmiak war, beweisst schon die einzige Eigenschaft, dass dieser Rückstand feuerbeständig war, und ausgeglüht werden konnte, ohne sich zu verflüchtigen.

Schluss.

Man entschuldige gefälligst die Aufzählung der einzelnen Versuche, sie geschah bloss um zu zeigen, ob der Verfasser zu dem Schlusse berechtiget sey: dass beim Löschen des gebrannten Kalks kein Ammoniak gebildet werde.

III. Darstellung der neuesten Untersuchungen über die Bewegung einer Magnetnadel durch Einfluss schnell bewegter Metalle.

Die Leser dieser Zeitschrift haben im zweiten Hefte des ersten Bandes derselben eine kurze Darstellung der Erfahrungen gefunden, die über den Ein-

flüsse der Bewegung auf magnetische Erscheinungen bis zur Zeit, wo jenes Heft erschien, bekannt wurden. Seit dieser Zeit ist einiges über denselben Gegenstand, das früher nur auszugsweise in ausländischen Zeitschriften erschienen, in extenso bekannt geworden, wie z. B. Christie's Arbeiten, anderes ist durch den Scharfsinn und den Fleiss der Physiker an neuen Erfahrungen zugewachsen; auch hat man den theoretischen Gründen dieser merkwürdigen Erscheinungen mehr auf die Spur zu kommen gesucht. Eine kurze Darstellung dieser Gegenstände ist der Zweck dieses Aufsatzes, der mit dem im Bd. I. Hft. 2 enthaltenen fast alles Wesentliche enthält, was hierüber gearbeitet worden ist.

1.

Christie's Erfahrungen über den Einfluss des Rotirens einer Eisenscheibe auf eine Magnetnadel.

(Pilosoph. Transact. 1825.)

Christie hat ausser den in der genannten Abhandlung (B. I. S. 131.) im Allgemeinen angeführten Versuchen auch noch andere sehr interessante über den Einfluss des schnellen Rotirens einer eisernen Scheibe auf eine Magnetnadel angestellt. Er bediente sich dazu des Apparates, der in Fig. 1 abgebildet ist. T ist ein horizontales auf drei Füssen ruhendes Postament, womit ein vertiocaler Träger FK so verbunden ist, dass er sich um eine verticale Axe drehen, und mittelst einer Schraube in jeder Lage festgemacht werden kann, stets aber seinen Stand mittelst eines Zeigers,

angibt; der auf der horizontalen eingetheilten Platte K spielt. Am oberen Ende trägt er die Büchse der Magnetnadel, und ist so eingerichtet, dass das Tischchen, worauf sie steht, erhöht oder erniedriget und auch in jeder Höhe festgestellt werden kann. Die Magnetnadel hat ein Achathütchen, und schwebt o. 78 Z. über dem Boden der Büchse, der mit einer kreisrunden in Viertelgrade getheilten Metallscheibe von 6 Z. Durchmesser versehen ist. Die Nadel lauft in feine Spitzen aus und man kann bei einiger Uebung leicht jede Ablenkung bis auf 2 Minuten angeben. In G ist der Körper doppelt durchbrochen, so dass von einer Seite der kupferne Ring SQNA durch ihn gehen und mittelst Stellschrauben in jeder Lage befestiget werden kann. Dieser Ring besteht aus zwei Theilen. Der eine Theil SQN bildet einen Halbkreis von 18 Z. Durchmesser, 2. 15 Z. Breite und o. 3 Z. Dicke, der andere stellt gleichsam den zweiten Halbkreis vor, ist aber durchbrochen so, dass er 2 Bögen bildet, wovon der äussere 1. 2 Z. breit und o. 22 Z. dick, der innere aber o. 9 Z. breit und o. 22 Z. dick ist. Beide Theile sind mit einander durch starke Metallstiften Ss und Nn verbunden, jedoch so, dass sich der Theil SAN um dieselben drehen lässt, während SQN befestiget ist; durch eine Oeffnung G im Körper sieht man diesen Ring und ein Zeiger g gibt die Neigung seiner Axe gegen den Horizont an. Beide Theile sind von A und Q gegen S und N hin in Grade getheilt, so wie der innere Theil s a n von a gegen s und n. Auf der Ebene des Ringes SQNA steht eine runde ebenfalls eingetheilte Platte km senkrecht, deren Mittelpunct in die Axe von Ss fällt, und welche an dem beweglichen Theil SAN befe-

stiget ist. Ein bei x angebrachter Zeiger gibt den Winkel an., den SAN mit der Ebene SQN macht. In dem ausgebrochenen Theil des breiteren Ringes passt ein Arm Bb, der nach unten aus 2 Stücken besteht, die den Bogen SAN umfassen, durch Stellschrauben in jeder Neigung gegen den Horizont befestiget werden kann, und zur Aufnahme der Eisenplatte Cc dient. Die Axe dieses gegen Bb zu cylindrischen Armes ist stets gegen den Mittelpunct des Metallringes SQNA gerichtet. Bb trägt die um ihre Axe bewegliche eiserne Scheibe Cc, die durch ein Holzstück D angedrückt ist, das eine Art Rolle und einen Stift trägt und damit in eine Höhlung in Bb passt. Es ist durch ein Gegengewicht equilibrirt. Denkt man sich um den Mittelpunct der Magnetnadel eine Kugelfläche beschrieben, so kann man die Puncte dieser Fläche, welche von der verlängerten an ihrem Schwerpunct aufgehängten, und übrigens frei schwebenden Magnetnadel getroffen werden, als die magnetischen Pole, die sie verbindende gerade Linie als die Axe und den grössten darauf senkrecht stehenden Kreis als Aequator betrachten. Demnach ist die jedesmalige Lage der Metallplatte Cc durch die magnetische Länge und Breite bestimmt; die erstere wird von dem Puncte an gemessen, wo an der Ostseite der Aequator AaQ den Horizont HO schneidet. Der Winkel, den die Axe mit HO machte, war den genauesten Beobachtungen gemäss nahe 70° 30′. Christie überzeugte sich zuerst von der Grösse der Ablenkung, welche die ruhende Platte an der Magnetnadel hervorbrachte, er nannte sie die absolute Ablenkung und dann von der Grösse derjenigen, die Statt fand, wenn die Platte gedreht wurde. Zuerst

ward der Mittelpunct der Platte in den magnetischen Meridian gestellt, ihre Ebene war auf diesem senkrecht und eine Tangente zu der Kugelfläche, in deren Mittelpunct sich das Centrum der Magnetnadel befand; die Platte drehte sich in ihrer eigenen Ebene, nur die Neigung ihrer Drehungsaxe gegen den Horizont wurde geändert, und bei jeder einzelnen die Ablenkung, die das Rotiren der Platte bewirkte, genau bezeichnet. Aus den numerischen Ergebnissen dieser Versuche zieht Christie folgende Resultate: Wenn sich der Mittelpunct der rotirenden Platte im magnetischen Pol befindet, so bewirkt das Rotiren derselben keine Ablenkung; je weiter der Mittelpunct vom magnetischen Pol absteht, desto grösser ist die durch das Rotiren bewirkte Ablenkung. Befindet er sich im Aequator, so ist die Ablenkung am grössten. Bei dieser Ablenkung der horizontal schwebenden Magnetnadel kommt es nicht auf die Lage des Mittelpunctes der Platte gegen ihre Pole und ihren Aequator an, sondern sie wird ganz von der Lage dieses Mittelpunctes gegen die Pole und den Aequator einer Neigungsnadel abhängig, deren Centrum mit dem der horizontal schwebenden zusammenfällt. Immer wird der Nordpol der Magnetnadel in der Richtung abgelenkt, welche der dem Südpole der magnetischen Sphäre zunächst liegende Rand der Platte einschlägt.

Wenn der Winkel der beiden um Ss und Nn beweglichen Halbkreise geändert wurde, ohne dass die Neigung der Axe Bb gegen den Horizont eine Aenderung erlitt, so bewegte sich der Mittelpunct der Platte in einem Parallelkreise, seine Ebene blieb aber noch immer eine Tangente zur magnetischen Sphäre.

In diesem Falle lehrt die Erfahrung, dass die vom Rotiren der Platte herrührende Ablenkung gleich Null ist, wenn sich ihr Mittelpunct in der Länge 0° oder 180° befindet, hingegen am grössten, wie diese Länge 90° oder 270° beträgt.

Durch eine geringe Abänderung im vorher beschriebenen Instrumente brachte es Christie auch dahin, Versuche für den Fall zu machen, wo der Mittelpunct der Platte im Aequator liegt, und sie sich in seiner Ebene drehte. Die Erfahrung lehrte, dass in diesem Falle das Rotiren der Platte keine Ablenkung der Magnetnadel hervorbringt, vorausgesetzt, dass man ganz kleine Bewegungen als Resultate der fast unvermeidlichen Adjustirungsfehler ansieht.

Durch eine andere kleine Abänderung im Instrumente konnte man es dahin bringen, dass die Axe der Platte horizontal stand, und senkrecht auf den magnetischen Meridian durch den Mittelpunct der Magnetnadel ging, während derjenige Arm, an welchem die Platte angebracht war, auf dem Nullpunct des Limbus stand. In diesem Falle konnte man durch eine Bewegung des Limbus um Ss und Nn bewirken, dass sich der Mittelpunct der Platte im magnetischen Meridian bewegte, und ihre Ebene noch immer durch den Mittelpunct der Magnetnadel ging.

Da zeigte sich gerade das Gegentheil von dem, welches Statt fand, wenn die Ebene der Platte die magnetische Sphäre berührte; es wuchs nämlich die Grösse der Ablenkung vom Aequator gegen den Pol, im Pol selbst war sie am grössten. Auch hier waren die Ablenkungen in gleichen Entfernungen vom Aequator so, dass es wieder nicht auf die Lage der

Pole der horizontal schwebenden, sondern auf die der Pole einer frei sich bewegenden Neigungsnadel an kam. Hatte der Mittelpunct der Platte eine nördliche Breite, so erfolgte die Ablenkung des Nordpoles der Nadel nach der Richtung, in welcher sich der innere Rand der Platte bewegte; nach entgegengesetzter Richtung hingegen, wenn die Nadel eine südliche Breite hatte. Man kann daher sagen: In jeder Breite erfolgte die Ablenkung des mit der Breite gleichnamigen Poles nach der Richtung, in welcher sich der innere Rand der Platte bewegte.

Oben wurde gesagt, dass in dem Falle, wo sich der Mittelpunct der Platte im magnetischen Meridian befand, und ihre Ebene die magnetische Sphäre berührte, das Nordende der Magnetnadel in der Richtung des südlichen Randes der Platte abgelenkt würde, mithin nach einer Richtung, welche der desjenigen Randes der Platte entgegengesetzt ist, welcher mit dem Nadelende einerlei Namen führt. Bringt man die Platte im Gedanken von der Lage, wo sie sich im magnetischen Meridian bewegt, in die, wo sie die magnetische Sphäre berührt, indem man sich vorstellt, sie drehe sich um einen Durchmesser, der auf der Ebene des Meridians senkrecht steht, und zwar mit dem inneren Rande gegen den mit der Breite gleichnamigen Pol; so muss die Ablenkung der Magnetnadel, bei einerlei Richtung der Rotation ihre Direction wechseln, mithin muss es zwischen den beiden Grenzpositionen eine geben, wo keine Ablenkung Statt findet. Kommt aber die Platte von einer Lage in die andere, indem sie sich nach der entgegengesetzten Richtung dreht, so bleibt in beiden Grenzstationen

die Ablenkung der Magnetnadel dieselbe, und es gibt keine Zwischenstation, in welcher keine Ablenkung Statt findet.

Um untersuchen zu können, welche Ablenkung die Rotation bewirke, wenn sich der Mittelpunct der rotirenden Platte in einer Ebene befindet, die auf der des Aequators und des Meridians senkrecht steht, wurde der Bogen SQN so weit gedreht, dass der Zeiger in g auf 70° 30′ (die magnetische Neigung) wies, und dann der Limbus SAN mit dem Arm Bb unter einen rechten Winkel gegen SQN gestellt. Um das Centrum der Magnetnadel in der Ebene der Platte zu haben, wurde die Compassbüchse in der Richtung des Meridians bewegt. Die Resultate der bei dieser Einrichtung gemachten Versuche sind:

Die von der Rotation der Platte herrührende Ablenkung ist am grössten, wenn sich der Mittelpunct der Platte im Aequator befindet. Sie nimmt ab, so wie sich die Platte dem Pol nähert, und ist nahe bei 55° (das ist nahe die halbe Neigung der Magnetnadel) der Breite gleich Null. Zu beiden Seiten dieses Punctes wächst sie und erlangt in einer dem Pole entgegengesetzten Richtung wieder ein Maximum.

Gegen den Südpol und zu beiden Seiten des Punctes, dessen Breite 55° beträgt, weicht das Südende der Magnetnadel in der Richtung aus, in welcher sich der unterste oder nördliche Rand der Platte bewegt.

Vom Aequator gegen die Pole bis nahe an 55° der Breite wird der Südpol der Magnetnadel in der Richtung des südlichen Randes der Platte abgelenkt.

Das Eigenthümliche dieser Ablenkungen ist, dass zwei Maxima Statt finden, wenn der Mittelpunct der

Platte im Aequator steht, und zwei andere aber kleinere nach entgegengesetzter Richtung, wenn sich dieser Mittelpunct in einem Pole befindet; in 4 Puncten gibt es gar keine Ablenkung.

Nicht um diese Erscheinungen aus einer Hypothese zu erklären, sondern um alle Facta unter einen allgemeinen Gesichtspunct zu bringen, bezog Christie alle Ablenkungen der horizontal schwebenden Magnetnadel auf die einer Neigungsnadel, welche mit jener einerlei Mittelpunct hat, so dass, wie immer diese Magnetnadel durch die Platte abgelenkt werden mag, die horizontal schwebende stets mit ihr in einerlei Verticalebene erhalten wird. Wird demnach der Nordpol der horizontal schwebenden Nadel gegen West abgelenkt, so ist nach dieser Vorstellungsweise dieses die Folge davon, dass die Westseite des Aequators der Neigungsnadel gegen den Südpol der magnetischen Sphäre abgelenkt wurde. Es führte diese Art, die Phänomene anzusehen, zu dem Gesetze, dass die Ablenkungen der horizontalen Magnetnadel stets so erfolgen, als wenn die Seiten des Aequators der substituirten Neigungsnadel nach einer Richtung abgelenkt würden, welche der Richtung des dem Pol nächsten Randes der Platte entgegengesetzt ist.

Directe Versuche mit einer genau gearbeiteten Neigungsnadel bestätigten die Richtigkeit dieses Gesetzes.

2.

Arago's neue Versuche nebst einer Kritik älterer.

Annales de Chimie etc. Juin et Octobre 1826.

Die Herren Leopold Nobili und Bacelli zu

Modena haben in der Bibliothéque universelle einige Erfahrungen über magnetische von der Bewegung herrührende Phänomene bekannt gemacht *), welche mit den von Arago gemachten im directen Widerspruche stehen. Die genannten italienischen Gelehrten liessen nämlich Magnetnadeln über nicht metallischen Substanzen oscilliren und fanden keinen merklichen Unterschied bei den Oscillationen, sie mochten über diesen erfolgen, oder ihrem Einflusse ganz entzogen seyn. Arago rechtfertiget seine Resultate auf folgende Weise: Hätten, sagte er, die Physiker zu Modena die Distanz angegeben, welche ihre Nadel von der nicht metallischen Scheibe trennte, so würde ich vielleicht die Quelle ihres Irrthums angeben können, da aber dieses nicht geschah, so kann ich ihrer Aussage nur genaue Messungen entgegensetzen und die Umstände angeben, unter denen ich sie erhielt. Ich hing eine Magnetnadel über einer horizontalen Wasserfläche auf und entfernte sie um 53° von ihrer natürlichen Richtung; als ich sie sich selbst überlies, oscillirte sie um den magnetischen Meridian in immer kleiner werdenden Bögen. Ich suchte den Augenblick zu erhaschen, wo ihr halber Ausschlagwinkel 43° betrug und zählte von da an die Anzahl der Schwingungen. Betrug die Entfernung der inneren Fläche der Nadel vom Wasser 0 ^{mm}. 65 so verlor sie 10° bei 30 Schwingungen, betrug diese Entfernung aber 52^{mm}, 2, so erlitt sie diesen Verlust erst in 60 Oscillationen. Bei einer so grossen Differenz kann man sich nicht täuschen. Ich setze noch dazu, dass sie noch

*) Die Leser dieser Zeitschrift fandan sie im zweiten Hefte des [illegible] Bandes Seite 142 u. f.

grösser ausgefallen wäre, wenn ich von der Ausschlags-weite 90° ausgegangen wäre. Ueber Eis erhielt ich bei derselben Magnetnadel folgende Resultate:

Der Elongationsbogen nahm ab von 53° — 45° in der Entfernung von 0.m70 in 26 Oscillationen.

1.26	— 54	— —
30.5	— 56	— —
52.2	— 60.	— —

Ueber einer Glasplatte (Kronglas) nahm er bei einer anderen Magnetnadel von 90° — 41° ab in der Entfernung von 0mm.91 in 122 Schwingungen

0.99	— 180	— —
3.04	— 208	— —
4.01	— 220	

Weit entfernt also, dass die magnetische Wirkung nicht metallischer Substanzen wie des Wassers, des Eises, des Glases, unbemerkbar wäre wie Nobili und Bacelli behaupteten, so ist vielmehr ihre Wirkung so intensiv, dass man hoffen darf, es werde sich bei gehöriger Sorgfalt sogar die der verdichteten Gase bemerken lassen.

Wiewohl man aber sieht, dass die Nähe nicht metallischen Substanzen den Schwingungsbogen einer Magnetnadel bedeutend vermindert, so bin ich doch sehr geneigt anzunehmen, dass der grösste Theil dieser Wirkung hier nicht von einer magnetischen Action abhängen kann. Es ist um so nothwendiger, über diesen Gegenstand Versuche im luftleeren Raume zu machen, da mir schien, als seyen selbst nicht magnetisirte Nadeln irgend einem Einflusse unterworfen; da die schwächende Wirkung des Glases, des Wassers, des Papiers von der der Metalle sehr verschieden und nur eine Flächenwirkung zu seyn scheint, so bleibt die Ro-

tation solcher Substanzen ohne Effect, so bald man sie durch einen Schirm von der Magnetnadel trennt.

Alle Physiker, Nobili und Bacelli mit einbegriffen, die sich mit den Phänomenen beschäftigen, welche vom Magnetismus bewegter Körper herrühren, erklären sich dieselben fast auf einerlei Weise. Sie sagen, wenn eine Magnetnadel horizontal über eine Metallplatte aufgehängt ist, so muss sich unter jedem Pole derselben, z. B. unter dem Nordpole, ein entgegengesetzter, also anziehender Pol bilden, der aus der Zersetzung des magnetischen Fluidums der Platte hervorgeht. Dreht sich nun die Platte, so zieht sie den Pol nach sich fort in der Richtung ihrer Bewegung, es bildet sich in der Magnetnadel ein neuer Pol, zieht dieselbe wieder mit sich und so fort. Nimmt man an, dass diese Pole durch Vertheilung des Magnetismus fast augenblicklich entstehen, aber einige Zeit brauchen, um wieder zu verschwinden, so gehen der Magnetnadel eine Reihe anziehender Pole voraus, die sie nach der Richtung der Bewegung der Platte von ihrer gewöhnlichen Richtung ablenken.

Diese Erklärung both sich mir (Arago) auch dar, als ich das erstemal die Rotationsversuche der Akademie mittheilte, ich erwähnte ihrer aber nicht; weil mir eine Hypothese, die nur über die Richtung der Ablenkung Rechenschaft gibt, nicht hinreichend begründet zu seyn schien. Nach meiner Meinung handelt es sich darum zu beweisen, wie eine Kupferplatte, die im Zustand der Ruhe eine Magnetnadel kaum um eine Secunde ablenkt, sie in derselben Entfernung bloss durch ihre Bewegung um 90° und mehr ablenken kann. Jetzt habe ich Ursache, mich meiner Zurückhaltung zu freuen;

denn neue Versuche haben gezeigt, dass diese Hypothese nicht nur unzulänglich, sondern den Resultaten der Erfahrung völlig zuwider sey. Dieses soll mit wenigen Worten gezeigt werden.

Die Südpole, welche nach der Theorie von Herschel, Babbage, Nobili, Prévost etc. der Nordpol der Magnetnadel am Umfange der rotirenden Kupferscheibe hervorruft, müssen offenbar durch ihre vereinte Wirkung den Nordpol der Magnetnadel anziehen, und ihn der Platte zu nähern suchen; ich habe mich aber überzeugt, dass die Kraft, welche senkrecht auf die Platte wirksam ist, und aus allen durch die Bewegung hervorgerufenen Kräften resultirt, eine abstossende Kraft sey. Hängt man nämlich einen sehr langen Magnetstab mittelst eines Fadens in verticaler Richtung an eine Wage, stellt durch Gewichte von beliebiger Natur das Gleichgewicht her, und dreht dann die Kupferplatte unter dem Magnete; so wird das Gleichgewicht gestört, der Magnet hebt sich, also stosst ihn die Platte ab.

Noch leichter macht man diesen Versuch mit einer Neigungsnadel. Ist die Ebene derselben genau gegen den Mittelpunct der rotirenden Platte gerichtet, die ich immer als horizontal voraussetze, so kann die Bewegung um ihre Axe nur aus einer Kraft entspringen, die auf der Scheibe senkrecht steht. Entspricht aber nur ein einziger Pol der Magnetnadel in verticaler Lage der Platte, so findet man, dass so wie im vorigen Falle, der Pol der Nadel steigt.

Die Wirkung einer metallenen, kreisförmigen, horizontalen und um ihren Mittelpunct rotirenden Scheibe auf den Pol einer Magnetnadel lässt sich in

drei Kräfte zerlegen: die erste ist vertical oder senkrecht auf die Scheibe; die zweite horizontal und senkrecht auf die Verticalebene, die den Halbmesser enthält, in welchen die Projection des Poles der Magnetnadel fällt, die dritte ist mit diesem Halbmesser parallel. Die erste wirkt repulsiv, wie wir gesehen haben; die zweite ist tangential und bewirkt die Bewegung einer horizontal schwebenden Nadel; die Eigenschaft der dritten kann man kennen lernen, wenn man sich einer Neigungsnadel bedient, die vertical und so steht, dass ihre Drehungsaxe in einer Ebene enthalten ist, welche auf einem der Halbmesser der Scheibe senkrecht steht: in dieser Stellung bewegt sich die Nadel nur vermög der nach dem Centrum gerichteten Kraft.

Man nehme an, es entspreche eine ähnliche Magnetnadel vertical dem Mittelpuncte der sich drehenden Scheibe; diese wird durch Bewegung der Scheibe nicht abgelenkt. Es gibt einen zweiten, dem Rande der Scheibe näheren Punct, wo sich die Nadel auch vertical erhält. Zwischen diesen zwei Puncten, wird der untere Pol beständig gegen den Mittelpunct hingezogen, so schnell sich auch die Scheibe drehen mag; weiter davon wird er abgestossen. Die Wirkung ist auch noch merklich, und zwar abstossend, wenn die verlängerte Richtung der verticalen Nadel schon über den Rand der Scheibe hinausfällt. Ich könnte fragen, wie diese repulsive Kraft längs des Radius von der Wirkung attractiver auf der oberen Fläche des Metalles vertheilter Pole abgeleitet werden könnte, wenn ich nicht das Unzureichende dieser Theorie schon durch den Beweis der Existenz ei-

ner abstossenden Kraft, die senkrecht auf die rotirende Scheibe wirkt, sattsam gezeigt hätte.

3.

Ampére's Versuche.

Man konnte wohl vermuthen, dass ein beweglicher Polardraht, welcher von einem kräftigen electrischen Strome durchflossen wird, und in Betreff der gewöhnlichen magnetischen Phänomene, eine Magnetnadel vertreten kann, sich auch in der Nähe einer rotirenden Metallscheibe wie eine Magnetnadel verhalten werde. Ampére hat diesen Versuch zuerst mit Glück ausgeführt und darüber in der Sitzung der k. Akademie vom 4. September v. J. (Annales de Chimie B. 33. S. 322) Bericht erstattet. Der Versuch, den mir Herr Ampére selbst zu zeigen die Güte hatte, ward mit einem schraubenförmig gewundenen, durch einen seidenen Ueberzug isolirt erhaltenen Drahte gemacht, der über einer kupfernen Scheibe aufgehängt war. Als man durch den Draht einen electrischen Strom leitete, der von einer Volta'schen Batterie kam, die aus 10 Elementen bestand, deren jedes etwa einen Quadratfuss Oberfläche hatte, und die Scheibe durch ein Räderwerk mittelst einer Kurbel schnell gedreht wurde, gerieth die Spirale in eine drehende Bewegung nach der Richtung der Rotation der Scheibe. Dasselbe erfolgte, nur in einem geringeren Grade, als eine hölzerne mit Stanniolio belegte Scheibe der kupfernen substituirt wurde.

4.

Poissons Theorie des Magnetismus in Bewegung.

(Annales de Chimie etc. Juillet. 1826.)

Poisson hat in zwei früheren Mémoiren, welche er der Akademie mittheilte, die Wirkung der durch Vertheilung magnetisirten Körper in dem Fall betrachtet, wo die beiden magnetischen Fluida, welche er der gewöhnlichen Vorstellungsweise gemäss, annimmt, im Inneren der Körper ins Gleichgewicht gekommen sind. Er betrachtet diese Fluida als unwägbar, nimmt an, dass von beiden in den des Magnetismus fähigen Körpern gleich viel enthalten sey, dass sie ihren Platz nur wenig ändern können, und einer gegenseitigen Wirkung unterliegen, die abnimmt wie das Quadrat der Entfernung wächst, zwischen den Theilen desselben Fluidum's repulsiv, zwischen denen der zwei verschiedenen Fluida hingegen attractiv ist. Arago's Versuche, welche lehren, dass der Magnetismus in bewegten Körpern mit anderer Intensität und nach ganz anderen Gesetzen wirkt, als wenn sie ruhen, veranlassten ihn, seine theoretischen Untersuchungen auch auf diesen Fall anzuwenden.

Sein Mémoire enthält vorläufig eine kurze historische Aufzählung dessen, was über diesen Punct aus der Erfahrung bekannt ist, und wie man es zu erklären gesucht hat, das aber hier übergangen wird, weil es der Leser dieser Zeitschrift ohnehin kennt; er geht dann über auf die Darstellung der Basis seiner Theorie, mit der auch hier der Anfang gemacht wird:

Die zwei Fluida, denen man die magnetischen Phänomene zuschreibt, sind wie die electrischen, unwägbar oder von so geringer Dichte, dass sie die Masse des Körpers, der sie enthält, nicht merklich vermehren. Man betrachtet sie aber doch als materielle Substanzen, die den allgemeinen Gesetzen des Gleichgewichtes und der Bewegung unterliegen, und auf den Körper vermög der gegenseitigen Wirkung ihrer Theile einen Druck ausüben, den man wie den schwerer Flüssigkeiten durch Gewichte misst, und durch welchen Körper in Bewegung gesetzt werden, wenn er nicht durch einen Gegendruck aufgehoben wird. Die Gesetze der Anziehung und der Abstossung zwischen ihren Theilen sind bei diesen Flüssigkeiten wie bei den electrischen. Das, wodurch sie sich wesentlich von einander unterscheiden, besteht darin, dass sich die beiden electrischen Fluida in Körpern, welche gute Leiter der Electricität sind, frei bewegen und theilweise oder ganz von einem Körper in einen anderen übergehen, während von mehreren Körpern, die durch Vertheilung magnetisirt sind, weder jeder einzelne noch ein wahrnehmbares Theichen derselben etwas verliert noch gewinnt, so mächtig auch die Kräfte seyn mögen, welche die Trennung der zwei heterogenen Fluida in ihrem Innern bewirken. Daraus schliesst man, dass die Verrückung der Theile dieser Flüssigkeiten beim Acte der Magnetisirung ganz unmerklich ist. Ich habe den kleinen Abschnitt der Körper, in denen sich die magnetischen Fluida bewegen können, und die von einander durch Theile getrennt sind, die der Magnetismus nicht durchdringen kann, magnetische Elemente genannt. Das Verhältniss der Summe ihrer

Werthe zum ganzen Rauminhalte des Körpers ist bei verschiedenen Stoffen auch verschieden, und dieses reicht hin zur Erklärung, wie diese Stoffe im Zustande der Ruhe unter dem Einflusse derselben äusseren Kräfte mehr oder weniger Magnetismus verrathen.

Dieses Verhältniss hängt auch von der Temperatur der Magnete ab, daher ändert sich auch die Stärke der magnetischen Wirkung mit dem Wärmegrade. Im Stahle und in anderen Stoffen, welche dauernden Magnetismus annehmen können, übt die Masse derselben eine besondere Wirkung auf die Theile des nördlichen und südlichen magnetischen Fluidums aus, die sich ihrer Trennung und nachher ihrer Wiedervereinigung widersetzt so, dass diese Substanzen nicht durch Vertheilung magnetisirt werden, und auch den einmal angenommenen Magnetismus nicht verlieren können, den sie durch ein anderwärtiges Verfahren erlangt haben, und wenigstens eine äussere Kraft auf diese Wirkung keinen Einfluss gewinnt. Diese Wirkung ist es, welche die Physiker zusammenhaltende Kraft (force corërcitive) nennen, und deren Wirkung man mit der der Reibung an Maschinen verglichen hat. In Substanzen, wo diese gar nicht oder in einem unmerklichen Grade enthalten ist, beginnt die Trennung der zwei Fluida und die magnetischen Erscheinungen äussern sich, so bald die geringste äussere Kraft zu wirken beginnt; man gibt aber doch zu, dass diese Substanzen auf die Theile des nördlich und südlich magnetischen Fluidums eine andere Wirkung ausüben, die dem Widerstande eines Mittels ähnlich ist, und die Bewegung der Flüssigkeiten im Innern der magnetischen Elemente verzögert, die in

verschiedenen Stoffen auch sehr verschieden seyn kann, und nach meiner Meinung ist es dieser besondere Widerstand und nicht die zusammenhaltende Kraft, von der abgesehen wird, die auf die magnetischen Phänomene bewegter Körper Einfluss hat.

Gesetzt nun, man nähere einen Magnet einer Materie, deren zusammenhaltende Kraft unmerklich ist, und deren magnetische Elemente in was immer für einem Verhältnisse stehen, so wird in diesen Elementen alsogleich die Zersetzung der neutralisirten Fluida beginnen und so lange anhalten, bis das frei gewordene Fluidum der äusseren Kraft das Gleichgewicht hält, welches stets eintreten wird, wenn diese Kraft an Grösse und Richtung beständig ist. Aendert sie sich aber beständig, welches der Fall ist, wenn der äussere Magnet seine Lage gegen die Elemente des seinem Einflusse ausgesetzten Körpers wechselt, so werden sich die beiden Fluida, statt in einen bleibenden Zustand zu kommen, in jedem Elemente mit einer Geschwindigkeit bewegen, die bei übrigens gleichen Umständen vom Widerstande abhängt, welche die Materie des Körpers ihnen in den Weg legt. In diesem Zustande kann man die in jedem Augenblicke Statt habende Anordnung der 2 Fluida in den magnetischen Elementen nicht bestimmen, aber doch einsehen, dass sie von der sehr verschieden ist, die beim Gleichgewicht Statt hat; es ist sogar möglich, dass während der Bewegung die Zersetzung des neutralen Fluidums sich auf die ganze Ausdehnung jedes Elementes erstreckt und in jedem dieser Puncte eine der beiden Flüssigkeiten im Ueberflusse vorhanden ist, während im Zustande des Gleichgewichtes

das zersetzte Fluidum auf die Oberfläche versetzt wird, wo es eine Schichte bildet, die im Vergleich mit den Dimensionen dieses Elementes sehr dünn ist. Die nach aussen erfolgende Wirkung eines dem Einflusse derselben Kräfte ausgesetzten Elementes würde also in beiden Fällen sehr verschieden ausfallen, da sie in dem einen nur von der Nähe der Oberfläche ausginge, im anderen aber aus allen Puncten des Volumens. Ich sage dieses nur, um die wahrscheinliche Ursache der Verschiedenheit in der magnetischen Wirkung eines bewegten und eines ruhenden Körpers anzuzeigen. Meine Analyse umfasst beide Fälle zugleich und ich habe sie von jeder Voraussetzung über die Anordnung der zwei Flüssigkeiten in den magnetischen Elementen frei gemacht. Sie stützt sich auf ein einziges Princip, die Folgerungen, welche sich daraus ergeben, müssen mit der Erfahrung verglichen werden. Die allgemeinsten derselben folgen hier:

Wirkt eine gegebene Kraft auf Theile eines magnetischen Elementes mit gleicher Stärke; so lässt sich diese Wirkung auf einen gegebenen Punct ausdrücken, durch die Summe der drei componirenden Kräfte, multiplicirt durch die Functionen der Zeit, die im ersten Augenblicke gleich Null sind, aber nach Verlauf einer sehr kurzen Zeit beständige Werthe erlangt haben. Die Dauer dieser Zeit hängt von der Geschwindigkeit der zwei Fluida oder von dem Widerstande ab, den die Materie des Elements ihrer Bewegung entgegengesetzt. Man abstrahirt hierbei von der zusammenhaltenden Kraft, deren Wirkung längere Zeit sich äussert und die die Zersetzung des neutralen Flui-

dums gänzlich hindern konnte, so lang nicht eine äussere Kraft von gehöriger Intensität einwirkte.

Ich zeigte auch nach diesem Principe, dass im Falle, wo sich die Grösse und Richtung der gegebenen Kraft ändert, die Wirkung des Elementes nach Verlauf derselben Zeit durch das Product der componirenden Kräfte in dieselben Factoren ausgedrückt wird, als blieben jene Grössen unverändert und durch das ihrer Differentialquotienten auf die Zeit bezogen, in andere beständige Factoren. Diese Factoren wären gleich Null, wenn die Zerlegung des neutralen Fluidums augenblicklich erfolgte, wenn aber dieses nicht der Fall ist, so sind ihre Werthe von denen der anderen Factoren unabhängig und können grösser werden als diese, so dass die magnetische Wirkung einer sehr kleinen Anzahl von Elementen, die veränderlichen Kräfte unterworfen sind, die einer grossen Anzahl gleicher constanten Kräften unterworfener Elemente überwältiget. So kann, wie es auch die Erfahrung ausweiset, ein Körper, in welchem die magnetischen Elemente weit von einander abstehen und die unter dem Einfluss constanter Kräfte nur eine sehr geringe Wirkung ausübet, dessungeachtet unter der Einwirkung veränderlicher Kräfte eine sehr starke ausüben und es kann umgekehrt geschehen, dass die im ersten Falle von einem Körper ausgeübte Wirkung im zweiten Falle um sehr wenig stärker erscheint. Die Constanten in Bezug auf beide Arten der Wirkung müssen unabhängig von einander für jeden einzelnen Körper und für jeden Wärmegrad besonders durch die Erfahrung gegeben werden. Nimmt man sie als gegeben an, so lautet das aufzulösende Problem allgemein ausgedrückt

so: Es ist die magnetische Wirkung zu bestimmen, die ein Körper von beliebiger Gestalt, er mag ruhen, oder sich bewegen, in jedem Augenblick auf ein System von Puncten, deren Lage gegeben ist, ausübt, wenn dieser Körper Kräften unterworfen ist, deren Componirende durch Functionen der Zeit ausgedrückt sind. Ich habe die Auflösung dieses Problems gegeben. Wendet man sie auf den Fall unveränderlicher Kräfte an, so erhält man die Formeln, die ich in meinem früheren Mémoire abgeleitet habe.

Diese allgemeinen Gleichungen löset man leicht für den Fall einer homogenen Kugel auf, die sich mit constanter Geschwindigkeit um ihre Axe dreht. Ist die Kraft, welcher sie ausgesetzt ist, von allen Puncten gleich, wie die Wirkung der Erde oder eines sehr weit entfernten Magnetes, so wird ihr Magnetismus so seyn, als wenn sie ruhte und man zur gegebenen Kraft noch eine andere ähnliche fügte, deren Richtung auf der Drehungsaxe senkrecht steht, und nahe normal ist zu der Ebene, die durch diese Linie geht, und mit der äusseren Kraft parallel lauft; ein Resultat welches einem allgemeinen aus Barlows Versuchen sich ergebenden Verhalten entspricht. Auch die Richtung der Ablenkung einer Magnetnadel zeigt die Theorie so, wie sie Barlow angibt, sie zieht nämlich der Nordpol an und stosst den Südpol ab, wenn sich ihr oberer Theil der Nadel nähert, und umgekehrt, wenn sich dieser Theil von ihr entfernt.

Ich habe die Formeln auf eine ruhende Kugel angewendet, deren Temperatur vom Centrum nach aussen wächst, und wovon alle Puncte gleichen und parallelen Kräften ausgesetzt sind. Ihr magnetischer Zustand und ihre Wirkung nach aussen hängt von ihrer

Abkühlungsgeschwindigkeit ab und fällt anders aus, als wenn jeder Punct eine beständige Temperatur hätte. Eine beständige Temperaturänderung oder jede andere continuirlich wirkende Ursache, welche die zwei magnetischen Fluida in einem Elemente nicht ins Gleichgewicht kommen lässt, muss wie die Bewegung einwirken. Allein dieser Punct ist noch nicht scharf genug erforscht.

Zwei eiserne durch die Erde magnetisirte Kugeln von einerlei äusserem Durchmesser, wovon aber eine hohl, die andere massiv ist, oder wovon beide hohl aber ungleich dick sind, üben in der Ruhe dieselbe magnetische Wirkung aus, vorausgesetzt dass die Dicke des massiven Theils kein gar kleiner Bruchtheil des Durchmessers ist, welchen Werth aber von der Natur des Eisens abhängt. Dieses hat Barlow durch Erfahrung bewiesen und ich habe es in meinem ersten Mémoire über den Magnetismus theoretisch dargethan. Die Theorie zeigt aber auch, und es wäre wichtig, dieses durch Versuche zu prüfen, dass solche 2 Kugeln, die sich mit gleicher Geschwindigkeit um ihre Axe drehen, nicht mehr auf gleiche Weise nach Aussen wirken, so dass dieselbe wechselweise ihrem Einflusse ausgesetzte Magnetnadel in derselben Lage, dieselbe Ablenkung erlitte, wenn sie ruhen, hingegen verschiedene, wenn sie sich bewegen. Diese Ablenkungen richten sich nach ihrer Dicke und nach ihrer Geschwindigkeit, befolgen aber sehr verwickelte Gesetze. Ich habe auch die Formeln entwickelt, welche die Wirkung einer rotirenden Platte auf eine Magnetnadel oder die einer ruhenden Platte auf eine bewegte Magnetnadel ausdrücken, allein sie sind nur auf den Fall

anwendbar, wenn die Ränder dieser Platte so weit von den Polen der Magnetnadel abstehen, dass ihr gegenseitiger Einfluss unmerklich ist. Die Wirkung der Ränder, besonders der Kanten führt auf zu schwierige Rechnungen und wird in einem folgenden Mémoire behandelt werden. Hier werden die drei Seitenkräfte betrachtet, die auf einen gegebenen Punct einer kreisrunden Scheibe wirken, die sich gleichförmig dreht und deren Durchmesser als unendlich gross angesehen wird. Eine dieser Kräfte ist mit der Oberfläche der Platte parallel und wirket im Kreise herum, die andere ist ebenfalls mit ihr parallel, folgt aber in ihrer Richtung den Radien, die vom Drehungsmittelpuncte ausgehen, die dritte steht auf der Oberfläche senkrecht. Die zwei letzteren sind durch Reihen ausgedrückt, die nach den geraden Potenzen der Umdrehungsgeschwindigkeit geordnet sind, von der zweiten angefangen; den Werth der ersten stellt eine Reihe vor, die nach den ungeraden Potenzen forschreitet. Ist die Platte horizontal, so entfernt die erste Kraft die Magnetnadel aus dem magnetischen Meridian und erhält sie entweder in einer bestimmten Richtung oder dreht sie unablässig herum, jenachdem die Geschwindigkeit der Platte beschaffen ist; die zwei ersten Glieder der Reihe, welche sie ausdrücken, reichen hin, die von Arago bei sehr grossen Geschwindigkeiten der Platte durch Erfahrung gefundenen Ablenkungen genau auszudrücken. Die beiden andern Seitenkräfte wirken auf den unteren Pol einer Neigungsnadel; ist sie nur etwas lang, so ist der Einfluss auf den anderen Pol unmerklich. Geht nun die Ebene, in der sie sich bewegen kann, durch den Umdrehungs-

mittelpunct der Platte, so wird die Nadel durch diese zwei Kräfte allein aus ihrer natürlichen Lage gebracht. Die verticale Wirkung der rotirenden Platte auf die beiden Pole der horizontalen Magnetnadel vermindert ihr Gewicht scheinbar um eine Grösse, wovon ich den analytischen Ausdruck gefunden habe. Die horizontale Kraft, die nach der Richtung des Halbmessers der Platte wirkt, oder vielmehr das erste Glied ihres Werthes, das den Hauptbestandtheil bildet, hat beständig dasselbe Zeichen, wenn man den Durchmesser der Platte als unendlich gross ansieht. In der Wirklichkeit ist dieses nicht mehr so, wenn sich die horizontale Projection des Punctes, worauf die Kraft wirkt, dem Rande der Platte nähert. Berücksichtiget man diesen Einfluss, so besteht der Ausdruck dieser Kraft aus Gliedern mit entgegengesetzten Zeichen, die in einer bestimmten Entfernung vom Centrum einander gleich sind, so dass zu beiden Seiten dieses Punctes, die Kraft eine entgegengesetzte Richtung hat. Ich habe für einen besondern Fall diese Distanz berechnet und einen Werth gefunden, der sich dem von Arago beobachteten stark nähert. Indess habe ich bei dieser Arbeit den Einfluss der Ränder nicht berücksichtiget und ich erwähne diesen Fall nur, damit man nicht glaube, die Theorie sey in Betreff dieser Aenderungen der Richtung der Kraft mangelhaft.

Ist die horizontale Platte unbeweglich, so vermindert ihre Wirkung die Schwingungsbogen der Abweichungs- und Neigungsnadel successiv, hat aber auf die Schwingungszeit einen viel geringeren Einfluss; wie es die Erfahrung ausweiset. Die Veränderungen der Schwingungsbogen zweier Magnetnadeln sind Grös-

sen derselben Ordnung und lassen sich von einander ableiten; Dieses ist bei der Bewegung nicht der Fall, denn da hängen die Ablenkungen von Grössen verschiedener Ordnung ab, die nicht mit einander in Verbindung stehen. Ist die einer gewissen Geschwindigkeit entsprechende horizontale Ablenkung gegeben, so kann man daraus unmittelbar nach einer meiner Formeln die Veränderung des Schwingungsbogen derselben Nadel in derselben Entfernung von der Platte ableiten, indem man nur voraussetzt, dass diese Entfernung gross genug ist, um diese Veränderung als einen kleinen Theil des ganzen Schwingungsbogens, der beliebig gross seyn kann, ansehen zu können.

Die Kräfte, welche die Platte magnetisiren, sie mag ruhig oder bewegt seyn, sind der Erdmagnetismus und die Wirkung der Pole der Magnetnadel, auf welche sie zurückwirkt; jedoch bei einer sehr grossen Platte, wie ich sie angenommen habe, kann der Einfluss der ersteren Kraft nur sehr gering seyn. Deshalb ist diese Reaction der Platte nahe dem Quadrate der Stärke der magnetischen Pole proportionirt. Ist also die Magnetnadel durch Nebeneinanderlagerung mehrerer ganz gleicher Magnetnadeln gebildet, die auf einander nicht merklich einwirken, so ist die Rückwirkung der Platte dem Quadrate ihrer Anzahl proportionirt, zugleich ist die Wirkung der Erde derselben Anzahl der Magnetnadeln proportionirt; daher ändert sich die Ablenkung nach diesem letztern Verhältnisse, wie es auch die Erfahrung zeigt. Bei der Ablenkung einer Magnetnadel durch eine Kugel oder einen andern ruhenden oder bewegten Körper, der durch die Erde magnetisirt ist, verhält sich die Sache an-

ders. Da bleibt sie stets dieselbe, wie auch die Stärke des Magnetismus beschaffen seyn mag, wenn man von der Reibung am Hüttchen, oder von der Torsion des Aufhängungsfadens absieht. Im Allgemeinen stimmen die Beobachtungen mit meiner Theorie überein, allein um letztere ausser allen Zweifel zu setzen, müsste man sie sehr scharf mit einander vergleichen, welches nicht schwer seyn dürfte, wenn man einmal die einem Körper und seiner Temperatur entsprechenden Constanten bestimmt hat. Eine dieser Constanten bezieht sich auf die Wirkung des Magnetismus in der Ruhe, ihr Werth ist im Eisen am grössten, kleiner im Nickel und Kobalt, in den übrigen Substanzen fast unmerklich. Die Anzahl der Constanten für den Magnetismus in der Bewegung ist unendlich gross, allein sie bilden eine sehr convergirende Reihe, wovon die ersten drei Glieder hinreichen.

Der mathematische Theil dieser Theorie im 6. Bande der Nouvelles Mémoires de l'Académie des Sciences, der unter der Presse ist, enthalten und wird den Lesern dieser Zeitschrift in einem der folgenden Hefte mitgetheilt werden.

IV. Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

2.

Barclay's hydrostatischer Quadrant.

(Philos. mag. Octob. 1826.)

Ein Instrument, welches zu Höhenbestimmungen ohne Beihülfe eines künstlichen Horizontes dient, ist zwar vorzüglich zur See von unschätzbarem Werthe, aber es dürfte wohl auch den Beobachtern auf dem festen Lande nicht unwillkommen seyn. Von der Art ist der von Barclay erfundene hydrostatische Quadrant, dessen Einrichtung im Wesentlichen auf Folgendem beruht:

Es sey AEBD (Fig. 2) eine kreisförmig gebogene Röhre, die zum Theile mit einer Flüssigkeit angefüllt ist. Diese Flüssigkeit wird offenbar stets den unteren Theil der Röhre ADB annehmen, und die gerade Linie AFB, welche die Oberfläche derselben in beiden Armen zugleich berührt, wird immer horizontal seyn. Stellt nun DFE die Axe eines Fernrohres vor, welches in einer Ebene liegt, die mit der der Röhre parallel, und auf irgend einen Gegenstand hingerichtet ist, so wird, falls die Axe der Röhre in einer Verticalebene liegt, der Winkel EFB, dessen Mass die halbe Summe der Bogen AD und EB ist, die Höhe des Gegenstandes angeben. Jedoch ändert sich die Lage der Linie AB mit jeder Aenderung der Lage des Instrumentes, und es entsteht die Frage: wie lässt sich die Lage der Bogen AB und EB bestimmen, in dem Augenblicke, wo das

Fernrohr auf einen Gegenstand gerichtet ist? Barclay gibt ein sinnreiches Mittel an, die Antwort auf diese Frage zu erfahren. Er bringt in C einen Hahn an, der in dem Augenblicke gedreht wird, in welchem die Beobachtung gemacht ist. Dadurch bekommt die tropfbare Flüssigkeit und die Luft in der Röhre einen fixen Stand, und man kann die Bögen AD und EB von einem an der Röhre angebrachten getheilten Kreisbogen ablesen. Die Röhre, welche einen Bestandtheil dieses Instrumentes ausmacht, ist durch zwei gleiche kreisförmige Ringe von $\frac{3}{10}$ Z. Breite und 7 Z. inneren Durchmesser gebildet, die in zwei kreisrunde ebene Glasplatten eingeschliffen und darin gehörig luftdicht befestiget sind. Das Ganze ist in eine metallene Röhre eingefasst; auf jeder Seite des Ringes ist ein metallener Kreis angebracht, der sich um eine durch den Mittelpunct der Glasplatte gehende Axe drehen lässt. Der eine trägt das Fernrohr und lässt sich mit demselben mittelst eines Getriebes drehen. Doch braucht man dadurch dem Fernrohr nur beiläufig die nöthige Richtung zu geben. Der Kreis auf der anderen Seite des Ringes ist getheilt. Fig. 3. stellt das Instrument nach jener, Fig. 4 nach dieser Seite vor. AB (Fig. 3) ist das Fernrohr, welches in O und O′ an die Platte befestiget ist, die sich um G dreht mittelst des Getriebes P; zwischen ab und a′b′ ist das Metall weggenommen, um die Oberfläche der Flüssigkeit f und f′ sehen zu können; C ist der Sperrhahn, z ein Stift, gegen welchen die Lappen des Hahnkopfes stehen, wenn die Communication in der Röhre gesperrt ist.

QQ (Fig. 4) ist der auf der anderen Seite der

Röhre befindliche, eingetheilte Kreis, der mit dem vorigen fest verbunden ist, und sich mit ihm um G dreht; r, s, s′ sind drei Arme nach der Richtung dreier Halbmesser, die mit einander in Verbindung stehen, und um G gedreht werden können, unabhängig von Q. Alle drei lassen sich durch das Getriebe p, welches an r befestiget ist, drehen, s und s′ tragen zwei Microscope m, m′, in deren Gesichtsfeld ein feines Haar gespannt ist, welches dem Nullpuncte der Nonien v, v′ entspricht, die an denselben Armen fest gemacht sind.

Beim Gebrauche fasst man das Instrument beim Handgriffe ED, hält es möglichst vertical, und dreht das Getriebe P, (Fig. 3) bis das Fernrohr nahe auf den beabsichtigten Gegenstand gerichtet ist. Dann streckt man die Hand, welche P dreht, oder nur einen Finger derselben nach den Sperrhahn C aus, dreht das Instrument in einem verticalen Kreise so weit, bis das Object genau den horizontalen Faden des Fernrohres trifft, und schliesst in diesem Augenblicke den Hahn. Ist dieses geschehen, so hat man die Beobachtung auf der anderen Seite des Instrumentes abzulesen. Zu diesem Behufe macht man den Faden m des Microscopes zur Tangente von f, liest den Punct ab, den der Nonius angibt, und thut dasselbe auf der anderen Seite mit dem Faden m′ gegen f′. Dabei muss man das Instrument so halten, dass die krummen Flächen, mit denen die Flüssigkeit in beiden Armen begrenzt ist, einander gleich sind, welches man präcis genug durch Augenmass erkennt.

Allein da die beiden Arme weit von einander abstehen, und man die beiden krummen Flächen

nicht zugleich sehen kann, so thut man besser, wenn man das Instrument so hält, dass die Curve zu beiden Seiten der Axe symmetrisch ist, und dann den Micrometerfaden zur Tangente am Scheitel derselben macht.

Bei einem Instrumente dieser Art gaben Beobachtungen, welche Riddle anstellte, die an dem A zunächst stehenden Microscope abgelesen wurden, die Höhe aller Gegenstände zu klein an, die auf der anderen Seite abgelesenen aber zu gross. Der Fehler lag an der Centrirung, wie leicht zu errathen ist. Eine Reihe von Beobachtungen lehrte aber bald die mittlere Differenz solcher Höhen kennen, die man daher in der Folge zu jedem Resultate, das man an einer Seite abliest, addiren und zu der an der anderen beobachteten abziehen muss. Bei Riddle's Instrument betrug dieser Mittelwerth 3′ 56″. Riddle hat die mit diesem Instrumente erhaltenen Resultate mit denen verglichen, welcher ein Sextant gab. Der beobachtete Gegenstand war die Sonne. Bei 41 Beobachtungen betrug die kleinste Differenz 7″; 14 überstiegen nicht 30″; 8 waren zwischen 30″ und 1′; 5 zwischen 1′ und 1′ 30″; 3 zwischen 1′, 30″ und 2′, die übrigen zwischen 2′ und 3′ 17″ welcher letztere Werth die grösste Differenz anzeigt, die aber nur einmal Statt fand. Unter allen waren 20 positive und 21 negative Differenzen.

2.

Ottley's Knallgasgebläse.

(Mechanic's Magazine Nr. 157.)

Dieses einfache, ganz gefahrlose Instrument ist (Fig. 5) abgebildet. AB ist eine Blase, in welcher sich das Knallgas befindet, C ein Hahn, durch den man dem Gase den Ausgang verwehren kann, DE ein messingener Cylinder von ungefähr 1 Z. im Durchmesser. Er ist mit Eisenfeilspänen angefüllt, hat zwei Hälse, die mit Dünntuche zugebunden sind, damit die Feilspäne nicht herausfallen, und wovon sich einer an die Röhre des Hahnes C, der andere an den Schnabel F des Gebläses anschrauben lässt. Drückt man auf die Blase, nachdem man den Hahn geöffnet hat, so dringt die Luft durch die Eisenfeilspäne, und kann an der Mündung des Rohres angezündet werden. Ein Zurückbrennen kann nicht Statt finden, weil die Eisenfeilspäne das durchziehende Gas so abkühlen, dass es in denselben augenblicklich verlischt. Ottley arbeitet mit diesem Gebläse selbst, wenn die Röhre E 5 — 7 Oeffnungen hat.

V. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

Fortsetzung der Optik.

Polarisation und polarisirende Wirkung einiger Körper.

Die Untersuchung der Einwirkung krystallisirter Körper auf das Licht beschäftiget die Physiker noch fortwährend, und gewährte manche interessante neue Thatsache.

Bekanntlich hat Biot die Physiker auf die verschiedener Eigenschaften der Mineralkörper, die mit dem Namen Glimmer bezeichnet werden, zuerst aufmerksam gemacht und aus dieser Verschiedenheit auf eine Abweichung in ihrer innern chemischen Natur geschlossen. An den meisten Glimmerarten findet man zwei Axen der doppelten Brechung. Marx *) untersuchte ein Stück eines Glimmers aus Monroe in New-York, das in Form einer verschobenen vierseitigen Säule mit ebenen Winkeln von 60° und 120° krystallisirt war, eine graulich grüne Farbe und an der Hauptspaltungsebene einen starken Spiegelglanz hatte. Nur die dünnsten Blätter waren durchsichtig, bei Stücken von der Dicke eines Blattes Velinpapier war die Durchsichtigkeit schon verloren. Dieser Glimmer hatte offenbar nur eine Axe der doppelten Brechung; denn einzelne

*) Poggendorffs Annalen. 1826. St. 10.

Plättchen stellten im polarisirten Licht, während ihrer Umdrehung das verschwundene ungewöhnlich gebrochene Bild eines Doppelspathprisma's nicht wieder her, so lange der polarisirte Lichtstrahl senkrecht durch sie ging; wurden sie aber gegen den Strahl geneigt, so erschien dieses bald wieder und zwar farbig. Zwischen zwei Turmalinplättchen gelegt, sah man sie mit concentrischen Farbenringen, die von einem schwarzen Kreuze durchschnitten waren. Ueberhaupt fand Marx die meisten dunkelgrünen und schwarzen Glimmer einaxig.

Marx untersuchte das optische Verhalten des klaren böhmischen Arragonites, an dem sich deutliche Kennzeichen einer Zwillingsbildung zeigten und fand die Blätter dieser Krystalle, welche senkrecht auf die Axe des Prisma's geschnitten waren, mit den Eigenschaften begabt, welche der Zwillingsbildung entsprachen. Wenn er nämlich an einem solchen Plättchen im polarisirten Lichte die bekannten Farbenringe erblickte, brauchte er dasselbe nur ein wenig zu neigen oder zu drehen, um ein anderes Ringsystem zu bemerken. Jedes einzelne Ringsystem bestand wieder aus zwei Theilen, zum Beweise, dass ein Zwillingskrystall wirklich vier optische Axen besitze, wovon je zwei zu einem Krystalle gehören. Bei einer günstigen Lage bemerkte Marx alle den vier Axen entsprechende Ringe mit schwarzen hyperbolischen Armen durchschnitten.

Versuche, wie die hier angeführten machte man bis jetzt am bequemsten mit Turmalinplättchen, indem man den zu prüfenden Krystall zwischen zwei derselben auf die bekannte Weise legte. Zu diesem besondern Gebrauch sind sie durch ein eigenes optisches Verhal-

ten geeignet, nämlich das Licht parallel mit der Axe vollkommen zu polarisiren. Marx *) bemerkte dieselbe Eigenschaft auch am Dichroit (prismatischem Quarz) und zwar soll dieses Mineral dieselbe nicht bloss parallel mit der Axe, sondern auch senkrecht darauf besitzen. Wenn man daher statt des Turmalins Dichroit zum Behufe optischer Untersuchungen anwenden will, so kann man, statt der senkrecht auf die Axe geschnittenen Blätter auch solche anwenden, die parallel damit geschnitten sind.

Brewster **) untersuchte die Wirkung des von Haidinger entdekten und von Eduard Turner analysirten Minerals des Edingtonits, und fand, dass es eine Axe der doppelten Brechung besitze, die mit der Axe des Octaeders, seiner Grundgestalt, zusammenfällt. Uebrigens ist seine Wirkung abstossend, oder nach Brewster, negativ, wie die des Doppelspathes.

Ein junger Chemiker, Namens Heeren, machte die Darstellung der unterschwefelsauren Verbindungen zum Gegenstande einer besonderen Aufmerksamkeit, und gelangte durch besondere Mittel dahin, ausgezeichnet schön krystallisirte Stücke zu erhalten. Marx ***) benützte diese Gelegenheit, das optische Verhalten dieser Salzkrystalle zu untersuchen und gelangte dabei zu folgenden Resultaten:

Dünne Spaltungsblätter von zolllangen, wasserklaren Krystallen aus unterschwefelsaurem Natrum, die als vierseitige, fast quadratische Prismen erschie-

*) a. a. O.

**) Edinb. journ. of Science. N. VIII.

***) Schweiggers Journal 1826. H. 6.

nen, mit Blätterdurchgängen, die den vier Seiten des Prisma's parallel sind, zeigten im polarisirten Lichte lebhafte, beinahe kreisrunde Farbenringe, durch deren Mitte sich ein immer breiter werdender Streifen hinzieht, der im Allgemeinen zwar schwarz ist, aber an einer Seite eine rothe, an der anderen eine bläulichgrüne Einfassung hat. Diese beiden Farben sind in diesen Streifen so deutlich ausgesprochen, dass dickere Blätter oder ein ganzer Krystall nur einen rothen oder blauen Fleck zeigen, wenn man durch sie hindurchsieht. Diese Erscheinung rührt nach Herschel davon her, dass die Axen der doppelten Brechung für die verschiedenfarbigen Strahlen im Krystalle auch verschiedene Lagen haben. Die optischen Erscheinungen sind nach beiden Blätterdurchgängen dieselben. Es müssen daher die resultirenden Axen dieselbe Neigung haben, wie die Seitenflächen des Prisma's, welche auf 89° 20′ bestimmt wurde.

Die in der Luft beständigen Krystalle aus unterschwefelsaurem Baryt boten viele Flächen dar, und waren wegen ihrer eigenthümlichen Combinationen und Verwachsungen schwer zu prüfen. Einige Blätter, die etwa ⅛ L. dick waren, zeigten im polarisirten Lichte unzählige Ringe mit einem röthlichen und bläulichen Punct in der Mitte. Blätter so dick wie Schreibpapier zeigten Ellipsen, in denen die dunkel violette Farbe vorherrschte, und die von einem schwarzen allmählig breiter werdenden Striche durchschnitten wurden, der eine rothgelbe und bläuliche Einfassung hatte, zum Beweise, dass auch hier die Brechungsaxe für jeden farbigen Strahl eine andere Lage habe. Diese Ringe erschienen am Deutlichsten, wenn

die Blättchen um etwa 5° gegen die natürlichen Seitenflächen geneigt waren. Das andere Ringsystem liess sich nicht darstellen, wahrscheinlich weil die zweite Axe einen grossen Winkel mit der ersten macht und die Ebene der Axen nicht auf der des Gefüges senkrecht steht.

Unterschwefelsaurer Kalk krystallisirt in grossen hellen Krystallen, welche als regelmässige sechsseitige Tafeln mit zugeschärften Kanten erscheinen. Sie zeigten im polarisirten Lichte vollkommen kreisförmige Ringe mit einem schwarzen Kreuze, haben also eine Axe der doppelten Brechung und zwar eine attractiv wirkende.

Unterschwefelsaures Blei erscheint in rhomboedrischen Formen und zeigt im polarisirten Lichte schöne kreisförmige Ringe mit einem Kreuze.

Bekanntlich krystallisirt Zucker in Form sechsseitiger Prismen, die zuweilen oben und unten mit 2 Flächen zugeschärft sind. Es liess sich aus dieser Gestalt vermuthen, dass er das durchgelassene Licht polarisirt und Biot hat dieses durch die Erfahrung bewiesen, indem er die Zuckerkrystalle parallel mit den zwei breiten Flächen des Prisma's abschliff, und durch die so entstandenen Plättchen einen polarisirten Strahl leitete, in welchem Fall man die polarisirten Farbenringe sehen konnte. Marx *) zeigte aber, dass der Zucker gerade nach dieser Richtung fast so leicht theilbar ist, wie Gips oder Glimmer, und dass man durch einen Schlag auf ein zweckmässig eingesetzes Messer seinen Zweck viel leichter erreicht, als

*) Kastners Archiv. 1826. St. 8.

es Biot durch das Schleifen und Poliren im Stande war.

Derselbe Gelehrte *) hat auch ein Mittel angegeben, die thierischen Knochen in einzelne Lamellen aufzulösen, so dass sie zu optischen Untersuchungen taugen. Er liess einen Schenkelknochen von einem Ochsen mehrere Monate in verdünnter Salzsäure liegen. Als er hierauf die biegsam und durchscheinend gewordene Gallerte untersuchte, fand er sie von völlig blätteriger Structur so, das man rings um den Knochen beliebig dicke Blätter wie vom Glimmer ablösen konnte, die auch im polarisirten Lichte ähnliche Farbenerscheinungen geben, wie Glimmer; besonders erscheinen diese deutlich an noch feuchten Plättchen, noch schöner aber, wenn diese erst getrocknet und dann mit Quassiaöhl getränkt werden.

Optische Instrumente.

Die Schwierigkeit, wellenfreies Flintglass von grossem Farbenzerstreuungsvermögen zu bereiten, hat von jeher der Verfertigung achromatischer Fernröhre überhaupt, besonders der mit grossen Oeffnungen fast unüberwindliche Hindernisse in den Weg gesetzt. Wie wenig man selbst in England, dem ersten Vaterlande achromatischer Instrumente, hoffte, es dahin zu bringen, grosse brauchbare Stücke Flintglas zu Stande zu bringen, beweiset seine Aufforderung des berühmten Dr. Brewster **) die von Blair schon im Jahre 1789 bekanntgemachten Fernröhre näher zu prüfen,

*) Kastners Archiv a. a. O.
**) Edinb. Journal of Science N. 3.

bei denen das Flintglas durch eine transparente Flüssigkeit ersetzt war. Brewster führt das Urtheil Robinsons über ein solches Instrument an, das allerdings sehr zum Vortheile desselben spricht. Er sagt, ein solches Fernrohr von 15 Zoll Länge kam in jedem Betracht einem von Dollond, das eine Länge von 42 Zoll hatte, gleich, oder übertraf es gar. Die Brennweite des Objectives hatte 12 Z., die Oeffnung desselben betrug 2 Zoll. Es hatte 2 Oculare, mit deren einem es 75mal, mit dem anderen hingegen 95mal vergrösserte. Ein solches Fernrohr, das 140mal vergrösserte, zeigte die Doppelsterne sehr deutlich, und überhaupt erschienen durch solche Instrumente die Fixsterne mit wohl begrenzten Scheibchen, oft wohl von Ringen umgeben, die durch Beugung des Lichtes entstanden, aber doch ohne Irradiation. Uebrigens darf man bei der Beurtheilung solcher Fernröhre mit Objectiven, wo eine Flüssigkeit das Flintglas ersetzt, das nicht vergessen, was der unsterbliche Fraunhofer über solche Objective sagte, nämlich dass das Verhältniss der Zerstreuung verschiedener Farben bei jedem Wechsel der Temperatur eine Aenderung erleidet, und dass wegen der leichten Verschiebbarkeit der flüssigen Theile stets die oberen Theile wärmer seyn und mithin auch auf andere Weise auf das Licht einwirken werden. Darum wird es wohl immer gerathener bleiben, an der Vervollkommnung der Flintglasfabrikation zu arbeiten, als über Flüssigkeiten zu sinnen, welche das Flintglas vertreten sollen.

Bis jetzt haben es Guinand und Fraunhofer in der Verfertigung des wellenfreien Flintglases am weitesten gebracht; doch liefert in Deutschland auch

Körner *) in Jena von ihm selbst verfertigtes Flintglas. Das von Fraunhofer verfertigte hat den grössen Vorzug eines Farbenzerstreuungsvermögens, das sich zu dem des Crownglases wie 4 : 2 verhält, während dieses Verhältniss bei dem bisher aus England zu uns gekommenen nur 3 : 2 betrug. Dieser Umstand begründete mitunter auch die Möglichkeit besonders grosse achromatische Fernröhre zu verfertigen, wie denn wirklich der von Fraunhofer für die Sternwarte in Dorpat verfertigte Refractor das grösste dioptrische Instrument in der Welt ist. Sein Objectiv hat 108 p. L. Oeffnung und 160 Z. Brennweite. Es sind aber auch die von Guinand verfertigten Flintgläser von vorzüglicher Güte, wie die bewährten Kenner, G. Dollond, J. Herschel und W. Pearson **) bezeugen, die im Namen der astronomischen Societät zu London ein von Tulley aus Guinand'schem Flintglase eigens verfertigtes Fernrohr prüften. Guinand übergab nämlich eine Scheibe Flintglas von $7\frac{1}{4}$ engl. Z. der astronomischen Societät zur Disposition. Diese wurde den Herren Dollond und Tulley übergeben, deren letzterer es übernahm, daraus eine Concavlinse zu einem achromatischen Objectiv von 12 F. Brennweite zu verfertigen. Allein der Künstler hatte viele Noth, um ein ganz gleichartiges Stück Crownglas zu finden. Eine Scheibe französischen Crownglases wurde vergebens zu einer Convexlinse geformt, um mit jener Concavlinse eine achromatische Combination zu geben; denn als die Arbeit vollen-

*) Poggendorfs Annalen B. 7.
**) Annals of philosophy 1826 Jouf.

det war, fand man das Instrument nichts weniger, als so vorzüglich, wie man hoffte. Der Künstler ward aber dadurch nicht entmuthiget, er nahm eine andere Scheibe von englischem Crownglase, bildete sie zu einer Convexlinse und änderte selbst die Flintglaslinse um, weil dieses Crownglas eine geringere Brechungskraft besass, als die erstere. So brachte er ein Instrument zu Stande, dessen Objectivglas eine Oeffnung von 6.8 Z. hatte, und sich bei allen Proben, die man damit vornahm, als vortrefflich bewies. Man sah damit auf die Planeten Jupiter und Saturn, auf schwer zu erkennende Doppelsterne im Sternbilde des Löwen und Krebses und auf den Nebelfleck in der Jungfrau. Ein lichtes Object auf dunklem Grund ist für ein stark vergrösserndes Fernrohr stets der schärfste Prüfstein, weil es leicht mit gefärbten Rändern erscheint, wenn das Instrument etwas fehlerhaft ist. Allein das Tulley'sche Fernrohr zeigte alle solche Bilder ohne Farbensaum und scharf begrenzt zum Beweise, dass es gut gebaut und das Flintglas von vorzüglicher Güte sey. Es war frei von aller Irradiation und hatte eine so grosse Lichtstärke, dass man damit Herschels Nebelsterne der fünften Classe sehen konnte. Auch die Abtheilung des Saturnringes und die drei innerhalb desselben befindlichen Trabanten sah man deutlich, und man konnte den Schatten eines Jupitertrabanten bemerken.

Ein anderes sehr gepriesenes dioptrisches Instrument ist dasjenige, welches Lerebours für die k. Sternwarte zu Paris verfertigte, das ein Objectivglas von 11 F. Brennweite und eine Oeffnung von 9.2 Z. hat, von der aber nur 8.4 Z. wirksam sind. Die Ver-

grösserungen, die dieses Instrument hervorbringt, sind 136, 153, 224, 240, 420 und 560. South *) sah mit diesem Instrumente Venus, Jupiter und Saturn sehr gut begrenzt, auch mehrere Fixsterne vollkommen rund. Indess behauptet er doch noch, dass dioptrische Fernröhre von solcher Vollkommenheit von catoptrischen übertroffen werden, und gründet sein Urtheil vorzüglich auf eine Vergleichung des Pariser Refractor's mit einem Reflector zu Slough von 20 F. und darauf, dass er mit einem Gregorian'schen Reflector von 6 Z. Oeffnung 30 Z. Brennweite, den Watson im Jahre 1809 verfertigt hatte, im Jahre 1810 den Stern ζ in Bootes als Doppelstern erkannte, den schon frühern Fond zu Lissabon mittelst eines Newtonischen Fernrohres von 6 Z. Oeffnung als solchen sah.

Fraunhofer meinte den Refractoren von dem Reflectoren desshalb einen Vorzug einräumen zu müssen, weil der vollkommenste Metallspiegel das meiste auffallende Licht reflectirt und daher im reflectirenden Instrumente die Lichtstärke immer nur gering seyn kann. Allein Herschel behauptet, dass ein Metallspiegel 0. 673 des auffallenden Lichtes reflectirt, mithin weniger als ⅓ desselben absorbirt.

Darum, sagt Herschel, ward auch jedes Auge geblendet, dass in seines Vaters zwanzigfüssigen Reflector den Sirius und α in der Leyer eintreten sah, ja selbst mit einem gewöhnlichen Reflector nach Newtons Construction der 6 Z. Oeffnung hatte und daher bei übrigens gleichen Umständen einem achro-

*) The Edinb. journ. of Sciences. N. 8.

eil des dunklen Prisma's vor das
Amici verhindert nun, um jede
eiden, die Oeffnung des heller zei-
es so lange, bis das an beiden In-
che Weise angebrachte Parallelepi-
ffing, und das Gesichtsfeld völlig
Durch wiederholte Versuche fand
ine gleiche Lichtstärke zu erhalten,
en Fernrohre eine Oeffnung von 27
ährend das reflectirende eine Oeff-
te. Amici meint, das Verhältniss
s diesen Versuchen ergab, gelte
llen Dimensionen.

s Untersuchungen geben beinahe
r fand nach Bouguer's Methode,
ei Lichtstärke und Vergrösserung
achromatischen Fernrohres mit
u der eines catoptrischen verhal-
). Liess man aber beim Reflector
weg, so war dieses Verhältniss
te ein achromatisches Fernrohr
ke und Vergrösserung wie Her-
escop eine Oeffnung von 40



Desshalb ist auch bei seinen Instrumenten stets das Objectiv der ganzen Oeffnung nach wirksam, welches weder bei den englischen noch bei den französischen der Fall ist.

Eine Vergleichung catoptischer Instrumente mit dioptrischen, ist aber immer interessant, wenn man dabei auch nicht die allerbesten Instrumente zu Grunde legt, wenn sie nur auf bestimmten Beobachtungen beruht. Solche Beobachtungen wurden von Amici*) und W. Herschel angestellt.

Amici nahm ein Newton'sches Fernrohr, das er selbst verfertiget hatte, dessen Brennweite 30 Z. und dessen Oeffnung 36 L. betrug, und verglich es mit einem achromatischen Fernrohre von derselben Länge. Das Objectivglas bestand aus 2 Linsen und hatte 2¼ Z. Oeffnung. Er brachte an diese Instrumente zwei gleiche Oculare an, und richtete sie nach demselben Gegenstande. Das achromatische Instrument zeigte ihm mit grösserer Klarheit. Es handelte sich nun darum, beide auf denselben Grad der Klarheit zu bringen. Amici construirte zu diesem Zwecke ein 3 Z. langes gläsernes Parallelopiped, das aus zwei dreiseitigen in entgegengesetzten Richtungen über einandergelegten Prismen bestand, deren eines aus farbenlosem Glase gemacht war, während das andere aus einer dunklen Glasmasse bestand, wie man sie zu Sonnengläsern anwendet. Durch dieses Parallelopiped konnte man die Lichtstärke an einem Fernrohre auf jeden beliebigen Grad herabsetzen, je nachdem man

*) Edinb. journ. A. 4. O.

einen dickeren Theil des dunklen Prisma's vor das Objectivglas schob. Amici vermindert nun, um jede Rechnung zu vermeiden, die Oeffnung des heller zeigenden Instrumentes so lange, bis das an beiden Instrumenten auf solche Weise angebrachte Parallelepiped alles Licht auffing, und das Gesichtsfeld völlig dunkel erschien. Durch wiederholte Versuche fand er, dass man, um eine gleiche Lichtstärke zu erhalten, dem achromatischen Fernrohre eine Oeffnung von 27 L. geben musste, während das reflectirende eine Oeffnung von 36 L. hatte. Amici meint, das Verhältniss 3 : 4, dass sich aus diesen Versuchen ergab, gelte für Fernröhre von allen Dimensionen.

W. Herschels Untersuchungen geben beinahe dasselbe Resultat. Er fand nach Bouguer's Methode, dass sich bei einerlei Lichtstärke und Vergrösserung die Oeffnung eines achromatischen Fernrohres mit doppeltem Objectiv zu der eines catoptrischen verhalten müsse, wie 7 : 10. Liess man aber beim Reflector den kleinen Spiegel weg, so war dieses Verhältniss 5 : 6. Demnach müsste ein achromatisches Fernrohr von derselben Lichtstärke und Vergrösserung wie Herschels 40füssiges Telescop eine Oeffnung von 40 engl. Z. haben.

MATHEMATISCHE ABTHEILUNG.

I. Beiträge zur Lehre von der Entwicklung der Funktionen, von Dr. Joseph Knar, Prof. d. Math. an dem k. k. Lyceum zu Grätz.

(Schluss.)

14.

Dass die in 13. aufgezählten Gesetze bei den drei ersten Differentialquotienten wirklich gelten, zeigt die Vergleichung mit §. 12. Man wird aber nicht unbemerkt lassen, dass durch jene Gesetze, wenn ihre allgemeine Gültigkeit erwiesen seyn wird, die Glieder von $\frac{d^n p}{dz^n}$ vollkommen bestimmt sind, so dass die Ersteren hinreichen müssen, um daraus die Letzteren sammt ihren Zeichen und Coefficienten zu finden. Man kann zwar, ausser den in §. 13 angeführten leicht noch andere Relationen bei den einzelnen Gliedern in §. 12 wahrnehmen, z. B. bei einem Gliede 81) von $\frac{d^n p}{dz^n}$ darf der subtractive Exponent von p, nicht grösser seyn, als $2n-1$, oder die Summe der Differentialexponenten eines Factors, wie $k+l$, oder $a+\alpha$, darf nicht grösser seyn, als n: allein diese Sätze müssen als blosse Folgerungen aus §. 13 betrach-

tet werden, und lassen sich auch wirklich leicht daraus herleiten, wenn es nöthig wäre.

15.

Um den Beweis über die allgemeine Gültigkeit der Gesetze in 13. herzustellen, kommt es auf folgende vier Puncte an:

1) Muss erwiesen werden, dass in $\frac{d^nP}{dz^n}$ keine andern Glieder, als nur von der Form (81), und welche den Bedingungen (82), (83), (84), entsprechen, vorkommen können.

2) Muss man das Gesetz 13. (6) über die Vorzeichen der Glieder beweisen.

3) Ist der hypothetische Satz zu beweisen, dass in $\frac{d^nP}{dz^n}$ alle Glieder, welche der Form (81) entsprechen, und den Bedingungen (82), (83), (84) Genüge leisten, mit den nach (85) zugehörigen Coefficienten vorkommen müssten, wenn in $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ alle solchen Glieder enthalten wären.

4) Endlich ist noch zu zeigen, dass die Weglassung aller Glieder in $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$, welche dem Gesetze 13. (4) nicht entsprechen, nur die Wirkung habe, dass solche Glieder auch in $\frac{d^nP}{dz^n}$ nicht vorkommen können, ohne dass jedoch dadurch die Gesetze in 13. gestört werden.

16.

Um bei den folgenden Beweisen leichter und sicherer zu Werke gehen zu können, ist es vor Allem nothwendig, die Art genauer zu untersuchen, wie die Glieder von $\frac{d^n p}{dz^n}$ aus den Gliedern von $\frac{d^{n-1}p}{dz^{n-1}}$ entstehen, unter der Voraussetzung, dass die Letztern von der Form (81) seyen. Nach der allgemeinen Formel (78) muss man, um $\frac{d^n p}{dz^n}$ zu erhalten, zuerst alle Glieder von $\frac{d^{n-1}p}{dz^{n-1}}$ ausschliesslich für z differentiiren; hernach müssen jene Glieder auch ausschliesslich für x differentiirt werden, wobei diese letzteren Differentialquotienten noch mit $-p_1^{-1}\,.\,{}^1p$ zu multipliciren sind. Der Differentialquotient eines Gliedes, wie (81), aber wird, weil dasselbe ein Product ist, erhalten, indem man nach und nach jeden einzelnen Factor differentirt, wobei die übrigen Factoren jedes Mal ungeändert bleiben. Um daher den Differentialquotienten des Gliedes (81) ausschliesslich für z zu erhalten, hat man

(86) $${}^1(p_1^{-m}) = -m\,.\,p_1^{-(m+1)}\,.\,{}^1p_1,$$

und

(87) $${}^1({}^lp_k) = {}^{l+1}p_k,$$

$${}^1({}^1p^a) = a\,.\,{}^1p^{a-1}\,.\,{}^2p,$$

$${}^1({}^1p_1^b) = b\,.\,{}^1p_1^{b-1}\,.\,{}^2p_1$$

. . . . ,

. . . .

$$^{1}({}^{\alpha}p^{q}_{a}) = q\,{}^{\alpha}p^{q-1}_{a} \,.\, {}^{\alpha+1}p_{a}, \text{ u. s. f.}$$

Sucht man auf die nähmliche Art die Differential-quotienten von p_{1}^{-m} und den andern Factoren ausschliesslich für x und multiplicirt man dieselben sogleich mit $-p_{1}^{-1} \,.\, {}^{1}p$; so ergibt sich:

(88) $$-(p_{1}^{-m})_{1} . p_{1}^{-1} . {}^{1}p = p_{1}^{-(m+2)} . {}^{1}p . p_{2},$$

und

(89) $$-({}^{1}p_{k})_{1} . p_{1}^{-1} . {}^{1}p = -{}^{1}p_{k+1} . p_{1}^{-1} . {}^{1}p,$$

$$-({}^{1}p^{a})_{1} . p_{1}^{-1} . {}^{1}p = -a . p_{1}^{-1} . {}^{1}p^{a} . {}^{1}p_{1},$$

$$-({}^{1}p_{1}^{b})_{1} . p_{1}^{-1} . {}^{1}p = -b . p_{1}^{-1} . {}^{1}p . {}^{1}p_{1}^{b-1} . {}^{1}p_{2}$$

. . . .

. . . .

$$-({}^{\alpha}p^{q}_{a})_{1} . p_{1}^{-1} . {}^{1}p = -q . {}^{-1} . {}^{1}p . {}^{\alpha}p^{q-1}_{a} . {}^{\alpha}p_{a+1}$$

u. s. f.

Denkt man zu diesen gefundenen Differentialquotienten (86) bis (89) noch die übrigen, bei jeder Differentirung unverändert gebliebenen, Factoren des Gliedes (81) hinzu gesetzt; so erhält man die Glieder von $\frac{d^{n}p}{dz^{n}}$, welche aus (81) entspringen, wenn dasselbe ein Glied in $\frac{d^{n-1}p}{dz^{n-1}}$ ist.

Man bemerke hierbei zuerst, dass alle diese Glieder von der in 13. (2) beschriebenen Form sind, und dass ausser denselben aus einem Gliede (81) in $\frac{d^{n-1}p}{dz^{n-1}}$ keine anderen Glieder für $\frac{d^{n}p}{dz^{n}}$ nach der all-

gemeinen Formel (78) entstehen können. Ferner sieht man bei genauerer Betrachtung:

1. Dass in den Gliedern, welche aus den Differentialquotienten (87) hervorgehen, der subtractive Exponent von p_1 sowohl, als auch das Vorzeichen, die Anzahl der Factoren, und die Summe der Differentialexponenten aller Factoren für x unverändert bleibt, wie in dem Gliede (81); hingegen die Summe der Differentialexponenten für z um 1 grösser ist.

2. In den aus (86) und 89) entspringenden Glieder ist der subtractive Exponent von p_1 um 1 grösser, das Vorzeichen in das Entgegengesetzte abgeändert, ferner die Anzahl der Factoren und die Summe der Differenzialexponenten sowohl für x, als auch für z um 1 grösser, als in (81.) Endlich

3. in dem Gliede (88) ist der subtractive Exponent von p_1 um 2 vergrössert, das Vorzeichen unverändert, die Anzahl der Factoren und die Summe der Differentialexponenten für x um 2, hingegen die Summe der Differentialexponenten für z um 1 grösser, wie in (81).

17.

Aus dem Angeführten ist es leicht, zu erweisen, dass alle Glieder von $\frac{d^n P}{dz^n}$ die Form (81) haben müssen. Denn nach 16. können aus einem Gliede in $\frac{d^{n-1} P}{dz^{n-1}}$ von jener Form nur eben solche Glieder für $\frac{d^n P}{dz^n}$ entspringen; sobald daher alle Glieder von

$\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ wirklich die Form (81) haben, müssen auch alle Glieder von $\frac{d^nP}{dz^n}$ von der nähmlichen Form seyn. Nun haben die Glieder der drei ersten Differentialquotienten in 12. jene Form, dieselbe muss also auch den Gliedern aller folgenden Differentialquotienten von P zukommen.

Eben so leicht lässt sich auch zeigen, dass bei den Gliedern von $\frac{d^nP}{dz^n}$ die Gleichungen (82) (83) (84) Statt finden müssen. Setzen wir nähmlich voraus, dass diese Gleichungen bei allen Gliedern von $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ bereits gelten. Nun folgt aus 16., dass in den aus irgend einem Gliede (81) entspringenden Gliedern die Anzahl der Factoren, ${}^1p$, ${}^1p_1$, ${}^2p$, p_2, ... unverändert bleibt, wenn auch der subtractive Exponent von p_1 derselbe ist, wie in (81), hingegen wird jene Anzahl der Factoren um 1 oder um 2 grösser, wenn zugleich der subtractive Exponent von p_1 um 1 oder um 2 grösser wird, als vorhin. Sobald daher in dem Gliede (81) die Anzahl jener Factoren dem subtractiven Exponenten von p_1 gleich ist, muss diess auch in allen daraus entspringenden Gliedern der Fall seyn, d. h., die Gleichung (82) muss für alle Glieder von $\frac{d^nP}{dz^n}$ gelten, so-

bald sie in allen Gliedern von $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ Statt findet.

Dasselbe gilt von der Gleichung (83), weil nach 16. auch die Summe der Differentialexponenten für x entweder unverändert bleibt, oder um 1 oder auch um 2 grösser wird, je nachdem der subtractive Exponent von p_z unverändert bleibt, oder um 1 oder auch um 2 grösser wird.

Was die Summe der Differentialexponenten für z anbelangt, so sieht man aus 16., dass in allen aus einem Gliede (81) von $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ entspringenden Gliedern von $\frac{d^nP}{dz^n}$ jene Summe um 1 grösser ist, als in (81), der Gleichung (84) ganz entsprechend, welche daher ebenfalls für die Glieder von $\frac{d^nP}{dz^n}$ gelten wird, sobald sie bei allen Gliedern von $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ gilt.

Man sieht, dass die Gleichungen (82) (83) (84) bei den Gliedern von $\frac{d^nP}{dz^n}$ Statt finden müssen, sobald sie bei den Gliedern von $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ gelten: nun gelten sie, weil die Vergleichung mit 12. zeigt, bei den drei ersten Differentialexponenten von P wirklich, sie

müssen daher auch bei den Gliedern aller folgenden Differentialexponenten gültig seyn.

18.

Es unterliegt nunmehr auch keiner Schwierigkeit, das Gesetz 13. (6) zu erweisen. Denn, da vermöge 17. alle Glieder in den Differentialquotienten von P die in 16. vorausgesetzte Form (81) haben müssen, so werden die Vorzeichen der Glieder von $\frac{d^nP}{dz^n}$ aus den Zeichen der Glieder von $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ nach 16. bestimmt. Dort haben wir aber gesehen, dass das Vorzeichen eines Gliedes in $\frac{d^nP}{dz^n}$ von dem Zeichen des Gliedes in $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$, aus welchem jenes entstand, nur dann verschieden sey, wenn im ersteren Gliede der subtractive Exponent von p^1 um 1 grösser ist, als im letzteren; sobald hingegen dieser Exponent entweder unverändert bleibt, oder um 2 grösser wird, bleibt das Vorzeichen unverändert. Setzt man nun, dass in $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ alle Glieder mit geraden Exponenten von p^1 das Vorzeichen $+$, die Glieder mit ungeraden Exponenten aber das Zeichen $-$ haben; so folgt:

1) Dass die Glieder von $\frac{d^nP}{dz^n}$, welche aus den Gliedern mit geraden Exponenten von p_1 entspringen,

und entweder denselben oder einen um 2 grösseren mithin ebenfalls geraden, Exponenten von p_1 haben, das Vorzeichen + unverändert behalten; die Glieder aber, deren Exponent von p_1 um 1 grösser, mithin ungerade wird, haben das entgegen gesetzte Zeichen. —

2) Die Glieder von $\frac{d^n P}{dz^n}$, hingegen, welche au[s] den Gliedern von $\frac{d^{n-1} P}{dz^{n-1}}$ mit ungeraden Exponent[en] von p_1 entstehen, und entweder eben denselben, od[er] einen um 2 grösseren mithin ebenfalls ungeraden E[x]ponenten erhalten, werden das vorige Zeichen — b[e]ben, während die Glieder, in welchen der Expon[ent] von p_1 um 1 grösser, mithin gerade, ist, das entge[gen] gesetzte Zeichen + erhalten werden. Man sieht h[ier] aus, dass die Glieder von $\frac{d^n P}{dz^n}$ das Vorzeichen + o[der] — erhalten werden, je nachdem der subtractive E[xpo]nent von p_1 gerade ist, oder ungerade, sobald d[ies] bei den Gliedern von $\frac{d^{n-1} P}{dz^{n-1}}$ der Fall ist: nun t[rifft] diess bei den drei ersten Differentialquotienten [in] 12 wirklich ein, es muss daher diese Regel allgem[ein] gültig seyn.

19.

Nachdem jetzt die beiden ersten in 15. angefü[hr]ten Puncte bereits erwiesen seyn, kommen wir in d[em] weiteren Gange des Beweises auf den bedingten S[atz]

dass in $\frac{d^n p}{dz^n}$ alle Glieder, welche der Form 81), und den Bedingungen 82), 83), 84) entsprechen, enthalten seyn müssen, und zwar mit den nach 85) zugehörigen Coeffizienten, sobald in $\frac{d^{n-1} p}{dz^{n-1}}$ alle solchen Glieder vorkommen. Es kommt hiebei darauf an, zu zeigen, dass, welches Glied von der Form 81), unter den Bedingungen 82), 83) 84), man für $\frac{d^n p}{dz^n}$ annehmen möge, der Voraussetzung gemäss in $\frac{d^{n-1} p}{dz^{n-1}}$ sich Glieder finden müssen, aus welchen jenes nach §. 16 entstehen wird, und dass alle so entstandenen Glieder in $\frac{d^n p}{dz^n}$ zusammen genommen ein Glied mit dem Coeffizienten (85) geben werden.

Es sey daher irgend ein Glied (81) gegeben, welches den Bedingungen (82), (83), (84) entspricht; wir müssen untersuchen, ob, und welche Glieder in $\frac{d^{n-1} p}{dz^{n-1}}$ enthalten seyn müssen, die vermöge der allgemeinen Formel (78) jenes Glied (81) für $\frac{d^n p}{dz^n}$ hervorbringen werden.

Ein Glied von $\frac{d^n P}{dz^n}$ wird vermöge 16. aus einem Gliede von $\frac{d^{n-1} P}{dz^{n-1}}$ nur dadurch erhalten, indem man entweder die Potenz von p_1 oder einen andern Factor des Letzteren ausschliesslich für z oder auch für x differentiirt, wobei man im letzteren Falle, wenn das Zeichen ausser Acht gelassen wird, noch mit $p_1^{-1} \cdot {}^1p$ multipliziren muss.

Differentiirt man nun zuerst die Potenz von p^1 für z, so wird nach (86) der subtractive Exponent von p^1 um 1 grösser, und es kömmt der Factor ${}^1p_1$ hinzu: damit daher das erhaltene Glied von $\frac{d^n P}{dz^n}$ das Glied (81) sey, muss das Vorige einen um 1 kleineren Exponenten von p^1, und zugleich um einen Factor ${}^1p_1$ weniger haben, als (81); folglich kann es kein Anderes seyn, als:

$$(90) \quad p_1^{-(m-1)} \cdot {}^1p_k \cdot {}^1p^a \cdot {}^1p_1^{b-1} \cdot {}^2p^c \cdot p_2^d \ldots\ldots {}^\alpha p_a^q \ldots\ldots$$

Der Coeffizient eines solchen Gliedes in $\frac{d^{n-1} P}{dz^{n-1}}$ ist nach 85)

$$(91) \quad \frac{(m-2)! \cdot (n-1)!}{(k-)! \cdot l! \cdot a! \cdot (b-1)! \cdot (2!)^c \cdot c! \ldots (\alpha!)^q \cdot (a!)^q ! \ldots}$$

Um sowohl diesen, als auch die nachfolgenden Coeffizienten so kurz, als möglich, darzustellen, wollen wir

$$(92)\quad C = \frac{(m-2)\ldots(n-1)!}{(k-1)!\,l!\,a!\,.\,b\,.!\,(2!)^c\,.\,c!\ldots(\alpha!)^q\,.\,(a!)^q\ldots}$$

setzen. Dadurch verwandelt sich 91) in C. b, und dieser Coeffizient zu (90) noch hinzu gesetzt, gibt das vollständige Glied für $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$.

$$(93)\quad C.b.p_1^{-(m-1)}\,.\,{}^1P_k\,.\,{}^1p^a\,.\,{}^1p_1^{b-1}\,.\,{}^2p^c\,.\,p_2^d \ldots\ldots {}^\alpha p_q^2 \ldots,$$

aus welchen durch das Differentiiren von $p_1^{-(m-1)}$ für z ein Glied, wie 81), für $\frac{d^nP}{dz^n}$ entstehen wird. Dieses Glied 93) muss nach der hier gemachten Voraussetzung in $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ wirklich vorkommen, weil es von der Form 81) ist, und den Bedingungen 82), 83), 84) entspricht; nur dann würde es in $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ fehlen, wenn $b = 0$ wäre, allein dann ist ohnehin der Coeffizient $C\,b = 0$, und kann daher auch auf das Folgende keinen Einfluss haben.

Auf gleiche Art untersuche man ferner, wie die Glieder von $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n+1}}$ beschaffen seyn müssen, wenn, mit Ausnahme der Potenz von p_1, einer der anderen, darin vorkommenden Factoren für z differentiirt wird,

um dadurch das Glied (81) für $\frac{d^n P}{dz^n}$ zu erhalten. Man wird, wenn man die gehörigen Coefficienten, und zwar nach (92) abgekürzt, hinzu setzt, folgende Glieder finden:

$$(94)\; C(m-1)l.p_1^{-m}.\,{}^{l-1}P_k.{}^{1}p^{a}.{}^{1}p_1^{b}.{}^{2}p^{c}.p_2^{d}\ldots{}^{\alpha}p_a^{q}\ldots,\quad \text{wobei } {}^{l-1}P_k$$

$$\frac{C(m-1)2c}{a+1}.p_1^{-m}.P_k.{}^{1}p^{a+1}.{}^{1}p_1^{b}.{}^{2}p^{c-1}.p_2^{d}\ldots{}^{\alpha}p_a^{q}\ldots,\quad \text{wobei } {}^{1}p^{a+1}$$

$$\frac{C(m-1)2f}{b+1}.p_1^{-m}.{}^{l}P_k.{}^{1}p^{a}.{}^{1}p_1^{b+1}.{}^{2}p^{c}.p_2^{d}.{}^{1}p_2^{e}.{}^{3}p_1^{f-1}\ldots{}^{\alpha}p_a^{q}\ldots,\quad \text{wobei } {}^{1}p_1^{b+1}$$

$$\frac{C(m-1)3g}{c+1}.p_1^{-m}.{}^{l}P_k.{}^{1}p^{a}.{}^{1}p_1^{b}.{}^{2}p^{c+1}.p_2^{d}.{}^{1}p_2^{e}.{}^{2}p_1^{f}.{}^{3}p^{g-1}\ldots{}^{\alpha}p_a^{q}\ldots,\quad \text{wobei } {}^{2}p^{c+1}$$

$$\frac{C(m-1)e}{d+1}.p_1^{-m}.{}^{l}P_k.{}^{1}p^{a}.{}^{1}p_1^{b}.{}^{2}p^{c}.p_2^{d+1}.{}^{1}p_2^{e-1}.{}^{2}p_1^{f}\ldots{}^{\alpha}p_a^{q}\ldots,\quad \text{wobei } p_2^{d+1}$$

für z zu differentiiren ist.

und allgemein, wenn man zu dem Gliede (81) noch den Factor ${}^{\alpha+1}p_a^{r}$ hinzu gesetzt denkt,

$$(95)\; \frac{C(m-1)(\alpha+1)r}{q+1}p_1^{-m}.{}^{l}P_k.{}^{1}p^{a}.{}^{1}p_1^{b}.{}^{2}p^{c}\ldots{}^{\alpha}p_a^{q+1}.{}^{\alpha+1}p_a^{r-1}\ldots,\quad \text{wobei } {}^{\alpha}p_a^{q+1}$$

So wie wir bisher die Glieder $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ aufgesucht

haben, aus welchen durch Differentiirung eines Factors für z das Glied 81) für $\frac{d^n p}{dz^n}$ entstehen muss, bestimme man nun auch diejenigen Glieder in $\frac{d^{n-1} p}{dz^{n-1}}$, aus welchen durch Differentiirung eines Factors ausschliesslich für x, und Multipliciren mit $p_1^{-1} . {}^1p$ dasselbe Glied 81) zum Vorscheine kommen wird. Man findet zuerst:

$$(96) \frac{C.2ad}{m-2} . p_1^{-(m-2)} . \overset{1}{P}_k . {}_1p^{a-1} . {}^1p_1^{b} . {}^2p^{c} . p_2^{d-1} . {}^1p_2^{e} \ldots {}^{\alpha}p_{\alpha}^{q} \ldots,$$

wobei $p_1^{-(m-2)}$ für ausschliesslich zu differentiiren ist, und hernach noch mit $p_1^{-1} . {}^1p$ multiplicirt werden muss. Ferner erhält man die Glieder:

$$(97) \left.\begin{array}{l} C.(k-1) a.p_1^{-(m-1)} . \overset{1}{P}_{k-1} . {}_1p^{a-1} . {}^1p_1^{b} . {}^2p^{c} \ldots . {}^{\alpha}p_{\alpha}^{q} \ldots, \\ \qquad \ldots, \text{wobei } \overset{1}{P}_{k-1} \\ C b . p_1^{-(m-1)} . \overset{1}{P}_k . {}_1p^{a} . {}^1p_1^{b-1} . {}_2p . {}^cp_2^{d} \ldots {}^{\alpha}p_{\alpha}^{q} \ldots, - {}^1p^{a} \\ \frac{C.rae}{b+1} . p_1^{-(m-1)} . \overset{1}{P}_k . {}_1p^{a-1} . {}^1p_1^{b+1} . {}^2p^{c} . p_2^{d} . {}^1p_2^{e-1} \ldots {}^{\alpha}p^{q} \ldots \\ \qquad \ldots, - {}^1p_1^{b+1} \\ \frac{C.af}{c+1} . p_1^{-(m-1)} . \overset{1}{P}_k . {}_1p^{a-1} . {}^1p_1^{b} . p^{c+1} . p_2^{d} . {}^1p_2^{e} . {}^2p_1^{f-1} \ldots \\ \qquad \ldots {}^{\alpha}p_{\alpha}^{q} \ldots, - {}^2p^{c+1} \end{array}\right\} \text{für x zu differentiiren ist.}$$

und allgemein, wenn man zu dem Gliede 81) noch den Factor $p^{\alpha\, t}_{a+1}$ hinzu gesetzt denkt,

$$(98) \frac{C.(\alpha+1)\alpha t}{q+1} p_1^{-(m-1)} \cdot p_k^1 \cdot p^{a-1} \cdot p_1^b \ldots p^c \ldots p_a^{q+1\,\alpha} \, p_{a+1}^{t-1} \ldots, \text{ wobei } p_a^{\alpha\, q+1}$$

Aus jedem der aufgezählten Glieder, und zwar nur aus diesem allein, wird durch die angezeigten Differentiirungen vermöge 16. für $\frac{d^n P}{dz^n}$ das Glied 81) entstehen. Es ist daher leicht den Coeffizienten dieses Gliedes in $\frac{d^n P}{dz^n}$ zu finden. Denn man braucht nur ohne Rücksicht auf die Vorzeichen, welche nach 18. bei den einzelnen Gliedern ohnehin einerlei seyn müssen, alle Coeffizienten der aus 93) bis 98) entstehenden Glieder zusammen zu addiren, und die Summe wird der gesuchte Coeffizient von 81) seyn. Es wird aber durch Differenciren von $p_1^{-(m-1)}$ für z ausschliesslich der Coeffizient des aus 93) hervorgehenden Gliedes

$$99)\ C.\ (m-1)\ b,$$

und die Coeffizienten der aus 94) und 95) entspringenden Glieder werden durch Differentiiren der übrigen Factoren für z ausschliesslich:

$$100)\ C.\ (m-1)\ 1,$$
$$C.\ (m-1)\ 2c,$$
$$C.\ (m-1)\ 2f,$$
$$C.\ (m-1)\ 3g,$$
$$C.\ (m-1)\ e,$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$C.\ (m-1)\ (\alpha+1)\,r, \text{ u. s. f.}$$

Ferner erhält man aus 96) durch Differentiiren von $p_x^{-(m-2)}$ für x den Coefficienten

101) $C.\ 2ad,$

und aus 97) und 98) entstehen durch Differentiiren der übrigen Factoren für x die Coefficienten:

102) $C.\ a\ (k-1),$
$C.\ ab,$
$C.\ 2ae$
$C.\ af$
. . . .
. . . .
$C\ (\alpha+1)\ at,$ u. s. f.

Die Coefficienten 101) und 102) zusammen addirt geben, mit Absonderung der gemeinschaftlichen Factoren C und a, die Summe:

103) $Ca\ (k-1+b+2d+2e+f+\ldots\ldots+(\alpha+1)\ t+\ldots),$

oder, wegen der bei dem Gliede 81) als gültig vorausgesetzten Gleichung 83), auch:

104) $C.a\ (m-1).$

Addirt man nun zu 104) noch die Coefficienten 99) und 100), indem man jetzt die gemeinschaftlichen Factoren C und m—1 ausscheidet; so erhält man den Coefficienten des Gliedes 81) in $\frac{d_nP}{dz_n}$ vollständig,

105) $C.\ (m-1)\ (l+a+b+2c+e+2f+3g+\ldots\ldots+(\alpha+1)\ r+\ldots\ldots),$

oder, wegen der ebenfalls gültigen Gleichung 84)

106) $C.\ (m-1).n,$

und, wenn man hierin für C den Werth aus 92) setzt, kommt genau der Coefficient 84) zum Vorscheine.

Dadurch ist nun erwiesen, dass in $\frac{d^nP}{dz^n}$ jedes Glied

von der Form 81), welches den Bedingungen 82), 83), 84) entspricht, mit dem Coefficienten 85) vorkommen müsste, wenn in $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$ alle solchen Glieder mit den gehörigen Coefficienten wirklich vorhanden wären.

20.

Vermöge des in 19 erwiesenen bedingten Satzes müssten im Allgemeinen in $\frac{d^nP}{dz^n}$ alle Glieder von der Form 81), welche den Bedingungen 82), 83), 84) entsprechen, mit den Coefficienten 85) vorkommen, wenn sich nachweisen liesse, dass auch nur in einem der ersten Differentialquotienten von P alle solchen Glieder mit den gehörigen Coefficienten wirklich enthalten seyen. Bei dem ersten Anblicke der in 12 angeführten Differentialquotienten scheint diess jedoch keineswegs der Fall zu seyn, indem man leicht bemerkt, dass schon in $\frac{dP}{dz}$ die Glieder

$$107) \quad p_1^{-1}\ P.{}^1p_1 \text{ und } p_1^{-2}.\ P.\ {}^1p.\ p_2.$$

fehlen, obwohl sie allen Bedingungen Genüge leisten. Ueberhaupt sieht man, dass in keinem der drei ersten Differentialquotienten ausser dem ersten Gliede noch ein Glied enthalten ist, worin P keinen Differentialexponenten für x hätte; mit Ausnahme dieser Glieder sind aber wirklich alle den Gesetzen 13. 2) und 3) entsprechenden Glieder vorhanden. Um das Wegbleiben der Glieder, worin P keinen Differen-

tialexponenten für x enthalten sollte, zu erklären, darf man nur untersuchen, welchen Coefficienten ein solches Glied haben müsste. Indem man in 85) k=o setzt, findet man:

$$108)\qquad \frac{(m-1)!\,.\,n!}{(-1)!\,.\,l!\,.\,a!\,.\,b!\,.\,(2!)^c\,.\,c!\,.\,.\,.\,.\,.},$$

und dieser Coefficient hat den Werth o, weil vermöge der allgemeinen Formel

$$109)\qquad (n-1)! = \frac{n!}{n} = \frac{(n+1)!}{n(n+1)}$$

auch

$$110)\qquad (-1)! = \frac{1!}{0.1} = \frac{1}{0}$$

seyn muss. Es können daher die Glieder, worin k = o ist, desswegen nicht vorkommen, weil ihre Coefficienten o sind, oder mit andern Worten: man kann sich vorstellen, dass in den Differentialquotienten 79) auch die Glieder, worin k=o ist, mit ihren, gemäss der Formel 85) zugehörigen, Coefficienten, d. i. o, wirklich enthalten seyen.

Hiervon macht nur der Fall eine Ausnahme, wenn in 108) zugleich m=o ist, dann ist nämlich der Werth jenes Coefficienten nicht mehr o, sondern vielmehr 1, da in diesem Falle vermöge der Bedingungsgleichungen 82), 83), 84) a=b=c=.....= q =...,=o und l=n seyn wird. Hieraus folgt aber auch, dass sich in diesem Falle nur das einzige Glied ^{n}P befinde, welches nicht fehlen darf, sondern den Coefficienten 1 erhalten muss, und man sieht aus §. 12, dass dieses mit dem gehörigen Coefficienten in den drei ersten Differentialquotienten wirklich vorkomme.

Aus dem Angeführten ergibt sich, dass die drei

ersten Differentialquotienten in 12. wirklich alle Glieder von der Form 81); welche den Bedingungen 82), 83), 84) entsprechen, mit den gehörigen Coefficienten 85) enthalten, daraus folgt nach 19., dass diess auch überhaupt für jeden Differentialquotienten gelten müsse.

Noch muss bemerkt werden, dass man vielleicht die gegebene Erklärung über das Wegbleiben der Glieder, worin k = o seyn sollte, und das Vorkommen des Gliedes ${}^nP$ für gezwungen, oder wohl gar für nicht vollkommen genügend halten könnte. Es wäre nicht schwer gewesen, dasselbe Resultat auf eine, in jeder Rücksicht genügende, Art zu erhalten, indem sich aus 19. leicht hätte erweisen lassen, dass das Wegbleiben aller Glieder in $\frac{d^{n-1}P}{dz^{n-1}}$, worin k = o seyn müsste, mit Ausnahme von ${}^{n-1}P$, keine andere Wirkung habe, als dass auch in $\frac{d^nP}{dz^{n-1}}$, keine solchen Glieder vorkommen können, mit alleiniger Ausnahme des Gliedes ${}^nP$: da diess jedoch etwas weitläufiger ausgefallen seyn würde; so schien es räthlicher, den kürzeren Weg einzuschlagen, und den anderen bloss anzudeuten.

21.

Um nun, nachdem die allgemeine Gültigkeit der Gesetze in 13. auf dem in 15. vorgezeichneten Wege bereits erwiesen ist, jeden Differentialquotienten von P auch bequem bezeichnen zu können, bemerke man, dass die Summe aller Glieder in $\frac{d^nP}{dz^n}$, welche

denselben Factor p_1^{-m} enthalten, eine Art der sogenannten combinatorischen Integrale bildet, wovon man 81) verbunden mit dem Coefficienten 85) als das allgemeine Glied und die Gleichungen 82), 83) und 84) als die Bedingungen ansehen kann *). Der Kürze wegen wollen wir dieses combinatorische Integral bloss durch

$$111) \quad \overset{n}{\underset{m}{\varnothing}}$$

bezeichnen, ohne dass allgemeine Glied und die Bedingungsgleichungen beizusetzen, wobei man noch bemerken muss, dass

$$112) \quad \overset{n}{\underset{0}{\varnothing}} = \overset{n}{\varnothing}$$

seyn werde. Nach dieser Bezeichnungsart ist nun dem Erwiesenen gemäss:

$$113) \frac{d\varnothing}{dz^n} = \overset{n}{\underset{0}{\varnothing}} - p_1^{-1} \cdot \overset{n}{\underset{1}{\varnothing}} + p_1^{-2} \cdot \underset{2}{\varnothing} - p^{-3} \cdot \overset{n}{\underset{3}{\varnothing}} + \ldots$$
$$+ (-p_1)^{-m} \cdot \overset{n}{\underset{m}{\varnothing}} + \ldots - p_1^{-(2n-1)} \cdot \overset{n}{\underset{m-1}{\varnothing}}.$$

---

*) Man kann dem allgemeinen Gliede auch folgende Gestalt geben:

$$\overset{1}{\underset{k}{P}} \cdot \overset{\alpha a}{\underset{a}{p}} \cdot \overset{\beta b}{\underset{b}{p}} \cdot \ldots,$$

wodurch der Coefficient 85) sich in

$$\frac{(m-1)!\,.\,n!}{(k-1)!\,.\,l!\,.\,(a!)^a\,.\,(\alpha!)^a\,.\,a!\,.\,(b!)^b\,.\,(\beta!)^b\,.\,b!\ldots}$$

und die Gleichungen 82), 83). 84) in

$$a + b + \ldots\ldots\ldots\ldots = m$$
$$k + a a + b b + \ldots\ldots = m$$
$$l + \alpha a + \beta b + \ldots\ldots = n$$

verwandeln.

22.

Es kommt nunmehr noch darauf an, das kombinatorische Integral $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ leicht und sicher darstellen zu können, was auch n und m für ganze, additive Werthe haben mögen. Hiezu bieten sich mehrere Wege dar. Der sogenannte, rein arithmetische Weg, welcher in der Auflösung der drei unbestimmten Gleichungen 82), 83), 84) in ganzen additiven Zahlen für beliebige Werthe von m und n besteht, ist offenbar der weitläufigste und eben deswegen auch der unsicherste. Weit kürzer gelangt man durch combinatorische Hülfsmittel zum Ziele. Betrachtet man nämlich in dem allgemeinen Gliede 81) die gleichen Factoren $^1p_1$, $^1p_1$, u. s. f. von einander abgesondert, so sieht man leicht, dass die Differentialexponenten für z Combinationen mit Wiederhohlungen zur Classe $m+1$ und Zeigersumme n, die Differenzialexponenten für x aber Combinationen mit Wiederhohlungen zur Classe $m+1$ und Summe m aus den Zahlen 0, 1, 2, 3, ... n bilden, und dass diese Combinationen in allen möglichen Versetzungen mit einander verbunden sind, mit Ausnahme der Glieder, worin $k=0$ seyn, oder ein Factor p oder p_1 vorkommen würde. Man kann daher, um die Glieder von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ zu finden, folgender Massen zu Werke gehen: Man bilde zuerst aus den Zahlen 0, 1, 2, 3, ... n alle Combinationen mit Wiederholungen zur Classe $m+1$ und Summe m; jede solche Combination verbinde man mit den $m+1$ Factoren P. p. p. p. p..... als Differentialexponenten für x in allen möglichen Versetzungen, zu welchem Behufe man nur dem Factor P alle in jeder einzelnen

Combination vorkommenden, verschiedenen Zahlen (0 ausgenommen) als Differentialexponenten für x anzuhängen, die übrigen Zahlen aber jedesmal in beliebiger Ordnung als Differentialexponenten für x hinzusetzen braucht, da die andern Factoren ohnehin alle einander gleich sind. Nun bilde man aus den nähmlichen Zahlen 0, 1, 2, 3, ... n alle Combinationen mit Wiederholungen zur Classe m + 1 und Summe n und verbinde dieselbe in allen möglichen Versetzungen mit den nach der vorigen Regel bereits entstandenen Gliedern, als Differentialexponenten für z. Schliesst man von den, auf diese Weise erhaltenen, Gliedern diejenigen aus, welche einen Factor p oder p_1 enthalten, nimmt von übrig gebliebenen nur die von einander verschiedenen, und setzt ihnen die gehörigen Coefficienten vor; so hat man das combinatorische Aggregat $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$.

Die eben beschriebene Art, um $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ zu finden, ist zwar in der Ausführung nach mancher Abkürzung fähig, doch bleibt sie immer schon bei mässig grossen Zahlen m und n weitläufig, und man ist dabei sehr leicht einem Irrthum ausgesetzt. Ich will daher noch ein anderes Verfahren angeben, wodurch man die Glieder von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ finden kann, und welches mir kürzer und sicherer zu seyn scheint, als das vorhergehende.

23.

Da die Summe der Differentialexponenten sowohl für x, als für z, so wie auch die Anzahl der Factoren

in allen Gliedern von $\overset{n}{\underset{m}{S}}$ gleich gross seyn muss; so wird man aus einem bekannten Gliede von $\overset{n}{\underset{m}{S}}$ alle übrigen finden können, wenn man die Differentialexponenten sowohl für x, als für z von den einzelnen Factoren theilweise und auch ganz wegnimmt, und auf die übrigen Factoren in allen möglichen Combinationen überträgt; es wird nämlich hiedurch im Grunde dasselbe bewirkt, als wenn man alle Combinationen zur bestimmten Summe unter den Factoren auf jede mögliche Art versetzt hätte. Um nun jenes Uebertragen in einer gewissen Ordnung mit Sicherheit vorzunehmen, verfahre man folgender Massen: Man nehme zuerst einen Factor des schon bekannten Gliedes von $\overset{n}{\underset{m}{S}}$ her, verminderе, wenn es angeht, seinen Differentialexponenten z um 1, und addire dieses 1 nach und nach zu dem Differentialexponenten für z eines jeden andern Factors. Eben so übertrage man, wenn es angeht, 1 von den Differentialexponenten für x desselben Factors auf jeden andern Factor. Auf die nämliche Art behandle man nun auch nach und nach alle übrigen Factoren des bekannten Gliedes. Ist diess vollständig geschehen, so nehme man die dadurch gefundenen Glieder, und verfahre mit ihnen auf dieselbe Weise, welche eben für das erste bekannte Glied vorgeschrieben wurde. Auf solche Art fahre man so lange fort, bis man kein Glied mehr finden kann, welches von den bereits erhaltenen verschieden wäre. Man hat hiebei nur zu bemerken, dass man ein schon vorhandenes Glied nicht zum zweitenmale hinsetze, und dass ein Uebertragen von 1 aus dem Differen-

tialexponenten eines Factors auf einen andern nicht angehe, sobald dadurch ein Factor p oder p_1 zum Vorschein kommen, oder P keinen Differentialexponenten für x erhalten würde. Die gegebene Regel ist hinreichend, uns aus einem bekannten Gliede von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ alle übrigen zu finden, es kommt daher nur darauf an, jederzeit ein Glied von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ zu wissen. Wollte man die Glieder von $\overset{n}{\underset{m-1}{\mathfrak{S}}}$ oder $\overset{n-1}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ als bekannt annehmen, so wäre es leicht, daraus ein Glied von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ zu finden: es unterliegt aber auch keiner Schwierigkeit, ein solches für sich, unabhängig von allen übrigen, anzugeben. Ist nähmlich $m \leqq n$, so wird jederzeit

114) $\quad P_{n-m} \cdot {}^1p^m$

wäre aber $m > n$, so müsste

115) $\quad P_{2n-m} \cdot {}^1p^n \cdot p_1^{m-n}$

ein Glied von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ seyn, wie man sich leicht überzeugen wird, wenn man diese Glieder mit den Bedingungsgleichungen 82), 83), 84) vergleicht. Somit wären wir im Stande, ein Glied von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ anzugeben, was auch n und m für ganze, additive Zahlen seyn mögen, und daraus nach der vorhin ertheilten Vorschrift alle übrigen zu finden.

Um das Gesagte durch ein Beispiel zu erläutern, sei $\overset{4}{\underset{5}{\mathfrak{S}}}$ darzustellen. Da hier $n=4$, $m=5$ ist, so erhält man aus 115) das Glied

116) $\qquad P_3 \cdot {}^{1}p^4 \cdot p_2.$

In diesem Gliede ist nur der Factor P_3 einer Verminderung seines Differentialexponenten für x fähig, und, indem man hiervon 1 wegnimmt und auf die anderen Factoren überträgt, erscheinen folgende zwei Glieder:

117) $\qquad P_2 \cdot {}^{1}p^3 \cdot {}^{1}p_1 \cdot p_2, \qquad P_2 \cdot {}^{1}p^4 \cdot p_3.$

Aus dem ersten Gliede in 117) erhält man durch Verminderung des Differentialexponenten von P_2 um 1 folgende neue Glieder:

118) $P_1 \cdot {}^{1}p^2 \cdot {}^{1}p_1^2 \cdot p_2, \; P_1 \cdot {}^{1}p^3 \cdot p_3 \cdot {}^{1}p_2; \; P_1 \cdot {}^{1}p^3 \cdot {}^{1}p_1 \cdot p_3.$

Aus dem zweiten Gliede in 117) entsteht durch Verminderung des Differentialexponenten von P um 1 bloss das neue Glied:

119) $\qquad P_1 \cdot {}^{1}p^4 \cdot p_4;$

durch Verminderung des Differentialexponenten von p_3 erhält man kein noch nicht vorhandenes Glied.

Aus dem zweiten Gliede in 118) entspringen durch Verminderung des Differentialexponenten für z in dem Factor ${}^{1}p_2$ die neuen Glieder:

120) $\qquad {}^{1}P_1 \cdot {}^{1}p^3 \cdot p_2^2, \; P_1 \cdot {}^{1}p^2 \cdot {}^{2}p \cdot p_2^2;$

aus den übrigen Gliedern in 118), so wie auch aus 119) und 120) kommen nur bereits vorhandene Glieder wieder zum Vorscheine.

Somit besteht $\overset{4}{\underset{5}{\mathfrak{S}}}$ nur aus den 9 Gliedern 116) bis 120), und man hat, indem die gehörigen Coefficienten nach 85) hinzu gesetzt werden:

121) $\overset{4}{\underset{5}{\mathfrak{S}}} = 6\, P_3 \cdot {}^{1}p^4 \cdot p_2 + 48\, P_2 \cdot {}^{1}p^3 \cdot {}^{1}p_1 \cdot p_2 +$
$+ 4\, P_2 \cdot {}^{1}p^4 \cdot p_3 + 72\, P_1 \cdot {}^{1}p^2 \cdot {}^{1}p_1\, p^2 + 24\, P^1 \cdot {}^{1}p^3 \cdot p^2 \cdot {}^{1}p_2 +$
$+ 16\, P_1 \cdot {}^{1}p^3 \cdot {}^{1}p_1 \cdot p_3 + P_1 \cdot {}^{1}p^4 \cdot p_4 + 12\, {}^{1}P_1 \cdot {}^{1}p^3 \cdot p_2^2 +$
$+ 18\, P_1 \cdot {}^{1}p^2 \cdot {}^{2}p \cdot p_2^2.$

24.

Der Formel 113) kann man durch Zusammenziehung aller, nach dem ersten folgenden, Glieder, und vermöge 112) noch eine andere, einfachere Gestalt geben. Es ist nämlich:

$$122)\ \frac{d^n P}{dz^n} = \overset{n}{P} - p^{-(2n-1)}\Big(\overset{n}{\underset{1}{\mathfrak{S}}}.(-p_1)^{2n-2} + \overset{n}{\underset{2}{\mathfrak{S}}}(-p_1)^{2n-3} +$$

$$+ \overset{n}{\underset{3}{\mathfrak{S}}}(-p_1)^{2n-4} + \ldots \overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}.(-p_1)^{2n-1-m} + \ldots + \overset{n}{\underset{2n-1}{\mathfrak{S}}}\Big).$$

Wir wollen nun dasjenige, was hier zwischen den Klammern enthalten ist, etwas genauer betrachten. Zu diesem Ende setzen wir, dass der Ausdruck 81) ein Glied von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ sei, wobei die Gleichungen 82), 83), 84) gelten müssen. Multipliziren wir dieses Glied mit $(-p_1)^{2n-1-m}$, womit $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}$ in 122) multiplicirt erscheint, so erhalten wir:

$$123)\ \overset{l}{\underset{k}{P}}.(-p_1)^{2n-1-m}.{}^1p_1^a.{}^1p_2^b.{}^2p^c \ldots\ldots \overset{q}{p_\alpha} \ldots,$$

als ein Glied von $\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}(-p_1)^{2n-1-m}$. In diesem Gliede ist die Anzahl der Factoren von $\overset{l}{\underset{k}{P}}$ vermöge 82)

$$(124)\ 2n-1-m+a+b+\ldots+q+\ldots$$
$$= 2n-1-m+m = 2n-1,$$

ferner die Summe der Differentialexponenten für x vermöge (83)

$$(125)\ k+2n-1-m+b+2d+\ldots+\alpha q+\ldots$$
$$= 2n-1-m+m = 2n-1,$$

endlich die Summe der Differentialexponenten für ι vermöge (84)

(126) $l + a + b + 2c + \ldots + \alpha q + \ldots = n.$

Hieraus sieht man, dass in $\underset{m}{\overset{n}{\mathfrak{S}}}.(-p_1)^{2n-1-m}$ nur solche Glieder vorkommen können, welche die Form (123) haben, und den Gleichungen (124), 125), (126) entsprechen. Man überzeugt sich aber auch leicht, dass in $\underset{m}{\overset{n}{\mathfrak{S}}}.(-p_1)^{m-1-m}$ alle dergleichen Glieder, mit alleiniger Ausnahme derjenigen, worin $k = 0$ seyn sollte, enthalten seyn müssen. Denn aus jedem solchen Gliede wird durch blosse Hinweglassung des Factors $(-p_1)^{2n-1-m}$ ein Glied von der Form (81) entstehen, welches den Bedingungsgleichungen (82), (83), (84), Genüge leistet, und worin nicht $k = 0$ ist, welches daher in $\underset{m}{\overset{n}{\mathfrak{S}}}$ nicht fehlen darf. Es ist also $\underset{m}{\overset{n}{\mathfrak{S}}}.(-p_1)^{2n-1-m}$ das Aggregat aller Glieder von der Form

(127) ${}^{l}P_{k}.(-p^{1})^{r}.{}^{1}p^{a}.{}^{1}p^{b}_{1}.{}^{2}p^{c}p^{d}_{2} \ldots {}^{\alpha}p^{q}_{\alpha} \ldots,$

bey welchen die Gleichungen

(128) $r + a + b + c + \ldots\ldots + q + \ldots = 2n - 1,$

(129) $k + r + b + 2d + \ldots + \alpha q + \ldots = 2n - 1,$

(130) $l + a + b + 2c + \ldots + \alpha q + \ldots = n$

gelten, für den Werth $r = 2n - 1 - m$, nur darf nicht $k = 0$ seyn.

Nun erhält man aus $\underset{m}{\overset{n}{\mathfrak{S}}}.(-p_1)^{2n-1-m}$ alle übrigen

Glieder, welche (122) zwischen den Klammern stehen, indem man für m nach und nach alle ganzen Zahlen von 1 bis 2n—1 setzt, oder, was einerlei ist, indem man für r alle Zahlen von o bis 2n — 2 annimmt; einen grösseren Werth, als 2n—2, kann aber r ohnehin nicht haben, weil sonst vermöge (129) k = o seyn müsste: daher ist das in (122) zwischen den Klammern Enthaltene das Aggregat aller Glieder von der Form (127) mit den Bedingungsgleichungen (128), (129), (130), jedes Glied mit dem gehörigen Coefficienten multiplicirt, nur darf nicht k = o seyn. Man sieht, dass diess ein combinatorisches Integral ist, wovon (127) verbunden mit dem Coefficienten (85), in welchem jedoch noch anstatt m der Werth 2n—1—r gesetzt werden muss, das allgemeine Glied ist. Man kann dasselbe kurz durch $\overset{n}{\mathfrak{S}}$ bezeichnen, so dass

$$(131)\quad \overset{n}{\mathfrak{S}} = \overset{n}{\underset{1}{\mathfrak{S}}}.(-p_1)^{2n-2} + \overset{n}{\underset{2}{\mathfrak{S}}}.(-p_1)^{2n-3} + \ldots$$

$$+ \overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}}.(-p^1)^{2n-1-m} + \ldots + \overset{n}{\underset{2n-1}{\mathfrak{S}}}$$

ist, und wenn man diesen Werth in (122) substituirt, erhält man:

$$(132)\quad \frac{d^n p}{dz^n} = {}^n p_{-1} p_1^{-(2n-1)}.\overset{n}{\mathfrak{S}}$$

25.

Es ist in die Augen springend, dass das in 23 enthaltene Verfahren auf ganz gleiche Weise auch zur Darstellung des combinatorischen Integrals $\overset{n}{\mathfrak{S}}$ dienen könne. Man wird nämlich durch Uebertragung der

Differentialexponenten auf die in §. 23 angegebene Art aus einem bekannten Gliede von $\overset{n}{\mathfrak{S}}$ alle übrigen finden; wobei man nur zu bemerken hat, dass hier der Factor p_1 nicht mehr ausgeschlossen werden darf, und dass man auf das Zeichen eines jeden Gliedes, welches von der Anzahl der darin vorkommenden Factoren p_1 abhängt, gehörige Rücksicht nehmen müsse. Ein Glied von $\overset{n}{\mathfrak{S}}$ kann man aber leicht angeben, denn ein solches ist gewiss

(133) $$P_1 \cdot {}^{1}p^{n} \cdot p_2^{n-1},$$

weil es allen Bedingungen Genüge leistet.

Aus diesem Gliede (133), welches additiv seyn muss, weil darin p_1 gar nicht vorkommt, findet man auf die eben bemerkte Art folgende drei Glieder:

(134) $$P_2 \cdot p_1 \cdot {}^{1}p^{n} \cdot p_2^{n-2},\ P_1 \cdot p_1 \cdot {}^{1}p^{n-1} \cdot {}^{1}p_1 \cdot p_2^{n-2},$$
$$P_1 \cdot p_1 \cdot {}^{1}p^{n} \cdot p_2^{n-3} \cdot p_3,$$

worin p_1 nur einmal vorkommt, und welche daher subtractiv sind. Aus (134) findet man auf dieselbe Art folgende zehn Glieder:

(135) $$P_3 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n} \cdot p_2^{n-3},\ P_2 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n-1} \cdot {}^{1}p_1 \cdot p_2^{n-3},$$
$$P_2 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n} \cdot p_2^{n-4} \cdot p_3,$$
$${}^{1}P_1 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n-1} \cdot p_2^{n-2},\ P_1 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n-2} \cdot {}^{2}p \cdot p_2^{n-2},$$
$$P_1 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n-1} \cdot p_2^{n-3} \cdot {}^{1}p_2,$$
$$P_1 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n-2} \cdot {}^{1}p_1^2 \cdot p_2^{n-3},\ P_1 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n-1} \cdot {}^{1}p_1 \cdot p_2^{n-4} \cdot p_3,$$
$$P_1 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n} \cdot p_2^{n-5} \cdot p_3^2,\ P_1 \cdot p_1^2 \cdot {}^{1}p^{n} \cdot p_2^{n-4} \cdot p_4,$$

welche additiv seyn müssen, weil sie p_1^2 als Factor enthalten. Auf die nähmliche Art kann man fortfahren, neue Glieder zu entwickeln, bis $\overset{n}{\mathfrak{S}}$ vollständig gefunden ist.

26.

Wir sind nunmehr im Stande, den Werth von $\frac{d^nP}{dz^n}$, entweder nach der Formel (113), oder nach (132), vollständig anzugeben, was auch n für eine ganze additive Zahl seyn mag. Berechnet man nun auf diese Weise die Werthe von

$$P,\ \frac{dP}{dz},\ \frac{d^2P}{dz^2},\ \frac{d^3P}{dz^3},\ \ldots\ldots\ \frac{d^nP}{dz^n},\ \ldots,$$

und setzt darin nach 11. $z = 0$, und für x denjenigen Werth, welchen die Gleichung (71) angibt; so hat man nach (11) die Coefficienten der Entwicklungsreihe (10), und es ist:

$$(137)\quad F(x,z) = P + \frac{z}{1}.\left(\overset{1}{\underset{0}{\mathfrak{S}}} - p_1^{-1}.\overset{1}{\underset{1}{\mathfrak{S}}}\right)$$
$$+ \frac{z^2}{1.2}\left(\overset{2}{\underset{0}{\mathfrak{S}}} - p_1^{-1}.\overset{2}{\underset{1}{\mathfrak{S}}} + p_1^{-2}.\overset{2}{\underset{2}{\mathfrak{S}}} - p_1^{-3}.\overset{2}{\underset{3}{\mathfrak{S}}}\right) +$$
$$+ \ldots + \frac{z^n}{n!}.\left(\overset{n}{\underset{0}{\mathfrak{S}}} - p_1^{-1}.\overset{n}{\underset{2}{\mathfrak{S}}} + p_1^{-2}.\overset{n}{\underset{2}{\mathfrak{S}}} - \ldots\ldots\right.$$
$$\left. + (-p_1)^{-m}.\overset{n}{\underset{m}{\mathfrak{S}}} + \ldots - p_1^{-(2n-1)}.\overset{n}{\underset{2n-1}{\mathfrak{S}}}\right) + \ldots,$$

oder auch:

$$(137)\quad F(x,z) = P + \frac{z}{1}\left({}^1P - p_1^{-1}.\overset{1}{\mathfrak{S}}\right)$$
$$+ \frac{z^2}{1.2}.\left({}^2P - p_1^{-3}\overset{2}{\mathfrak{S}}\right) + \frac{z^3}{1.2.3}.\left({}^3P - p_1^{-5}.\overset{3}{\mathfrak{S}}\right) +$$
$$+ \ldots\ldots + \frac{z^n}{n!}\left({}^nP - p_1^{-(2n-1)}.\overset{n}{\mathfrak{S}}\right) + \ldots$$

Diese Reihen dienen zur Entwicklung einer beliebigen Function von x und z nach Potenzen von z, wenn zwischen x und z was immer für eine Gleichung f(x, z)

= o besteht. Man könnte nun einzelne Anwendungen derselben auf einige, näher bestimmte Fälle machen: allein ich fürchte ohnehin schon allzu weitläufig gewesen zu seyn, und darf daher die Geduld des Lesers nicht noch länger auf die Probe stellen. Nur glaube ich hinzu fügen zu dürfen, dass die von Herrn Prof. Degen in den astronomischen Nachrichten *) aufgestellte zweite Formel zur Umkehrung der Reihen nichts anderes, als ein einzelner Fall der obigen Reihen ist, welchen man erhält, wenn man

$$p = fx - z$$

setzt, wodurch, wegen $'p = -1$, die Gesetze 13. sich in die von Herrn Prof. Degen angegebenen verwandeln.

II. Neue Eigenschaften des geradlinigen Dreiecks, von Leopold Schulz von Strasznicki, Adjuncten und Supplenten der Lehrkanzel der Physik und angewandten Mathematik an der Wiener k. k. Hochschule.

Da das geradlinige Dreieck die einfachste geometrische Figur ist, und somit zur Grundlage beinahe jeder geometrischen Untersuchung dient, so ist es ganz natürlich, dass es der Gegenstand des Nachdenkens der ersten Begründer dieser Wissenschaft war, und dass alle nachfolgenden Geometer, die Untersuchung

*) Astronomische Nachrichten, herausgegeben von H. C. Schumacher. 2. Band, Nr. 39. Altona, 1824.

der Eigenschaften desselben sich zum angelegentlichsten Geschäfte machten. Wenn man, wie es gewöhnlich geschieht, Thales (640 v. Chr. G.) als den ersten annimmt, der sich der Untersuchung des Dreiecks widmete, so kann man sagen, dass der menschliche Verstand sich durch einen Zeitraum von dritthalbtausend Jahren mit Auffindung neuer Eigenschaften des geradlinigen Dreiecks beschäftige; bedenkt man nun, welche ausgezeichnete Männer in diesem Fache gearbeitet haben, so bleibt es wirklich staunenswerth, dass es bisher noch immer möglich gewesen ist, neue Eigenschaften anzugeben, deren alle vorhergehenden Geometer nicht erwähnen. Zu einer solchen Nachlese soll auch meine gegenwärtige Abhandlung ein kleiner Beitrag seyn.

Die Kenntnisse, die man sich von dem geradlinigen Dreiecke erworben, sind sehr mannigfaltiger Art. Einige lehren aus den sechs ein Dreieck bestimmenden Elementen, wenn drei gegeben sind, die übrigen finden, wodurch die Trigonometrie ihre Begründung erhielt, deren ersten Ursprung wir bei den Griechen, Vervollkommnung bei den Arabern, und Ausbildung bei den Deutschen zu suchen haben.

Ein anderer Theil beschäftigt sich mit Verwandlung des Dreiecks in andere Figuren und umgekehrt, mit Theilung desselben, mit Construction von Dreiecken, deren Seiten und Winkel gewissen Bedingungen unterworfen seyn sollen, u. s. w. Von dieser existirt eine Unzahl von Lehrsätzen und Aufgaben in den Schriften der Mathematiker aus allen Jahrhunderten.

Man kann endlich auch Puncte die in gewisser Beziehung gegen die Ecken oder Seiten des Dreiecks

symmetrisch liegen, in Betrachtung ziehen, wie z. B. den Mittelpunct des eingeschriebenen und umgeschriebenen Kreises, den Schwerpunct u. s. w. Da um diese Eigenschaften sich die nachfolgende Abhandlung zunächst dreht, so will ich nur einige der hieher Bezug habenden Vorarbeiten anführen.

Wer eigentlich der erste war, der den Mittelpunct des umgeschriebenen und eingeschriebenen Kreises beim Dreiecke in Betrachtung zog, lässt sich nicht mit Bestimmtheit angeben, da beide in Euclids Elementen der Geometrie vorkommen, und uns sichere literarische Kenntnisse über die Zeiten vor Euclides mangeln. Vom Schwerpuncte des Dreiecks spricht zuerst Archimedes im ersten Buche vom Gleichgewichte der Ebenen, Satz 14. Er sagt: Eines jeden Dreiecks Schwerpunct liegt in demjenigen Puncte, in welchem die aus den Winkelspitzen nach den Mitten der Seiten gezogenen Linien sich schneiden. *) Meines Wissens ist Johannes (Müller) de regio Monte der erste, der erwähnt, dass die drei Perpendikel die man von den Ecken des Dreiecks auf die gegenüberstehenden Seiten fällt, sich in einem einzigen Puncte schneiden. **) Gerbert, nachheriger Papst Sylvester II., beschäftigte sich mit dem Durchmesser des in ein rechtwinkliges Dreieck beschriebenen Kreises, und fand dafür einen sehr einfachen Ausdruck ***). Im Allgemeinen lehrt Ludolph van Ceulen die

*) Archimedes von Syrakus vorhandene Werke. Aus dem Griechischen übersetzt von Nizze. Stralsund 1824.

**) Joannis de regio monte de triangulis omnis modis, libri quinque. Norimbergae. 1533.

***) Bern. Pezii Thesaurus anecdotorum novissimus. Augspurg 1721. Pars II. p. 6. Gerberti Geometria.

Grösse des Halbmessers des ein- und umgeschriebenen Kreises bei einem jeden Dreiecke finden *). Auch Newton fand diesen Gegenstand seines Nachdenkens nicht unwerth; er beschäftigte sich mit Auffindung derjenigen Puncte, deren Distanzen von den Endpuncten des Dreiecks in bestimmten Verhältnissen stehen **). Philipp Naudé in seinem trigonoscopiae cujusdam novae conspectu, welchen Titel er wählte, um seine Arbeit von der trigonometrischen zu unterscheiden, betrachtet drei Trieden von Puncten:

Die drei Halbirungspuncte der Seiten, die Durchschnitte jeder Seite mit der Linie, die den gegenüberstehenden Winkel halbirt, und die Durchschnitte jeder Seite mit dem Perpendikel vom gegenüberstehenden Eckpuncte. Er bemerkt ferner, dass sich durch eine verschiedene Verbindung dieser Puncte eine Zahl von 678 Aufgaben ergibt, wozu er anfügt, dass man daraus ersehen könne, wie bei Weitem noch nicht alles erschöpft sey, was sich über das Dreieck sagen lässt.

Euler beschäftiget sich in der Abhandlung: Solutio facilis problematum quorumdam geometricorum difficillimorum, Novi. Comment. Petrop. T. XI. mit der Bestimmung der gegenseitigen Entfernung der oben genannten vier Hauptpuncte des geradlinigen Dreiecks. Er drückt die Coordinaten dieser Puncte bloss durch die Seiten des Dreieckes aus, und berechnet auf diese Art ihre wechselseitigen Distanzen; da aber diese von

*) Ludolphi van Ceulen elementa arithmeticae et geometriae 1615.

**) Miscellanea Berolinensia. Halae 1737 V. und VII. Tom.

allen drei Seiten auf dieselbe Art abhängen, also symmetrische Functionen derselben sind, so führt er statt dieser $p = a + b + c$, $q = ab + ac + bc$ $r = abc$, wo a, b, c die Seiten des Dreiecks bedeuten, in die Rechnung ein, durch welche Abkürzung die ungeheuer weitläufigen Ausdrücke für die Distanzen etwas zusammenschmelzen. An diese Untersuchung knüpft er die Aufgabe an, wenn die Distanzen dieser 4 Hauptpuncte gegeben sind, die drei Seiten des Dreiecks zu finden, welches zu ihnen gehört. Zu diesem Behufe nehme man die Formeln, wo diese Distanzen durch p, q, r ausgedrückt sind. Aus diesen 4 Gleichungen suche man die Werthe von p, q, r, welches angeht, da die vierte Gleichung eine nothwendige Folge der drei andern seyn muss.

Wir haben daher nur drei Gleichungen zur Bestimmung von p, q, r; hat man diese gefunden, so formire man die Gleichung $z^3 - pz^2 + qz - r = 0$, und die drei Wurzeln dieser Gleichung geben die drei Seiten des Dreiecks.

Nach dieser Zeit erhielt die analytische Geometrie eine veränderte Gestalt; man war bemüht den algebraischen Ausdrücken eine elegantere Form zu geben: dadurch stieg auch der Sinn für Symmetrie in der Geometrie, daher die Eigenschaften der oben erwähnten Puncte aufs neue untersucht und mit neuen vermehrt wurden. Es würde jedoch die Grenzen dieses Aufsatzes bei Weitem überschreiten, wollte ich alles was in dieser Beziehung geleistet wurde, in Erwähnung bringen; ich begnüge mich daher anzuführen, dass Gergonne's Annalen der Mathematik eine grosse Anzahl hierher gehörenden Aufsätze enthalten; ins-

besondere aber finde ich mich verpflichtet des Hrn. Dr. Feuerbach's „Eigenschaften einiger merkwürdigen Puncte des geradlinigen Dreiecks" Nürnberg. 1822. anzuführen, welches vortreffliche Werkchen an Reichthum und Eleganz der Eigenschaften fast alle andere Vorarbeiten übertrifft.

Aus dem Angeführten ersieht man, dass man bisher mit der Untersuchung der Eigenschaften der bekannten symmetrischen Puncte beschäftiget war; der Zweck meiner kleinen Arbeit hingegen ist die Anzahl dieser Puncte zu vermehren, und ihre gemeinschaftliche Entstehungsart nachzuweisen.

1) Es ist leicht zu zeigen, dass der Schwerpunct eines Dreiecks die Eigenschaft hat, dass die Quadrate seiner Distanzen von den Eckpuncten ein Minimum ist; denn nennen wir die Coordinaten der Eckpuncte x, y; x', y'; x'', y'', und p, q die Coordinaten desjenigen Punctes, dessen Distanzen die verlangte Eigenschaft besitzen, und sey U die Summe der Quadrate dieser Distanzen daher

$$U = (x-p)^2 + (y-q)^2 + (x'-p)^2 + (y'-q)^2 + (x''-p)^2 + (y''-q)^2,$$

so muss, damit U ein Minimum werde,

$$\left(\frac{dU}{dp}\right) = 0 \quad \left(\frac{dU}{dq}\right) = 0$$

seyn. Dieses gibt

$$x - p + x' - p + x'' - p = 0$$
$$y - q + y' - q + y'' - q = 0$$

woraus

$$p = \frac{x + x' + x''}{3}, \quad q = \frac{y + y' + y''}{3} \text{ folgt.}$$

Man sieht daher, dass der Schwerpunct die oben ausgesprochene Eigenschaft besitzet.

2) Auf gleiche Art wollen wir nun die Coordinaten desjenigen Punctes bestimmen, der die Eigenschaft hat, dass die Summe der Quadrate seiner Distanzen von den drei Seiten des Dreiecks ein Minimum ist.

Nehmen wir zu diesem Behufe den Punct C (Fig. 6) des Dreiecks ABC als den Anfangspunct der Coordinaten an, und setzen wir $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Es seyen ferner x', y' und x'', y'' die Coordinaten der Puncte B und A; x, y die Coordinaten des zu suchenden Punctes, und p, p', p'' die Längen der Perpendikel, die von diesem Puncte auf a, b, c gefällt werden, also

$$p = \frac{yx' - xy'}{a}$$

$$p' = \frac{xy'' - xy''}{b}$$

$$p'' = \frac{y\,(x''-x') - x\,(y''-y') + \Delta}{c}$$

wo $\Delta = x'y'' - y'x''$ ist.

Ist $U = p^2 + p'^2 + p''^2$

so muss, damit U ein Minimum werde,

$$\left(\frac{dU}{dx}\right) = 2\left(p\frac{dp}{dx} + p'\frac{dp'}{dx} + p''\frac{dp''}{dx}\right) = 0$$

$$\left(\frac{dU}{dx}\right) = 2\left(p\frac{dp}{dy} + p'\frac{dp'}{dy} + p''\frac{dp''}{dy}\right) = 0$$

seyn. Das ist:

$$\frac{yx'-xy'}{a^2}x' + \frac{xy''-yx''}{b^2}x'' + \frac{(x''-x')y-(y''-y')x+\Delta}{c^2}(x''-y') = 0$$

$$\frac{yx'-xy'}{a^2}y' - \frac{xy''-yx''}{b^2}y'' + \frac{(x''-x')y-(y''-y')x+\Delta}{c^2}(y''-y') = 0$$

woraus

$$\left\{\frac{x'^2}{a^2}+\frac{x''^2}{b^2}+\frac{(x''-x')^2}{c^2}\right\}y - \left\{\frac{x'y'}{a^2}+\frac{x''y''}{b^2}+\frac{(x''-x')(y''-y')}{c^2}\right\}x + \frac{\Delta(x''-x')}{c^2} = 0$$

$$\left\{\frac{x'y'}{a^2}+\frac{x''y''}{b^2}+\frac{(x''-x')(y''-y')}{c^2}\right\}y + \left\{\frac{y'^2}{a^2}+\frac{y''^2}{b^2}+\frac{(y''-y')^2}{c^2}\right\}x + \frac{\Delta(y''-y')}{c^2} = 0$$

woraus sich mittelst der gewöhnlichen Eliminationsmethode nach einigen Reductionen ergibt:

$$x = \frac{b^2x'+a^2x''}{a^2+b^2+c^2}$$

$$y = \frac{b^2y'+a^2y''}{a^2+b^2+c^2}$$

Substituirt man diese Werthe von x und y in die Ausdrücke für p, p', p'', so hat man

$$p = \frac{a\Delta}{a^2+b^2+c^2};\ p' = \frac{b\Delta}{a^2+b^2+c^2};\ p'' = \frac{c\Delta}{a^2+b^2+c^2}$$

also

$$ap = \frac{a^2\Delta}{a^2+b^2+c^2};\ bp' = \frac{b^2\Delta}{a^2+b^2+c^2};\ cp'' = \frac{c^2\Delta}{a^2+b^2+c^2}$$

daher der Punct, den wir eben gesucht, und den wir der Kürze halber den **Minimumpunct** nennen wollen, zugleich die Eigenschaft hat, dass durch Verbindung desselben mit den drei Eckpuncten drei Dreiecke entstehen, deren Flächenräume sich wie die Quadrate

der correspondirenden Seiten des gegebenen Dreiecks verhalten, oder mit anderen Worten, dieses Dreieck ist in drei Theile getheilt, die sich wie $a^2 : b^2 : c^2$ verhalten.

Verbinden wir nun der Minimumpunct mit dem Anfangspuncte durch eine Gerade, und untersuchen wir in welchem Puncte die Seite c durch diese Gerade geschnitten wird. Zu diesem Behufe müssen wir x und y aus folgenden Gleichungen

$$y = \frac{b^2y' + a^2y''}{b^2x' + a^2x''} x$$

$$y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'} (x - x')$$

suchen. Wir finden:

$$x = \frac{b^2x' + a^2x''}{a^2 + b^2}, y = \frac{b^2y' + a^2y''}{a^2 + b^2}$$

woraus man Folgendes ableiten kann:

$$\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} = \frac{a^2}{a^2 + b^2} \cdot c$$

$$\sqrt{(x'' - x)^2 + (y'' - y)^2} = \frac{b^2}{a^2 + b^2} \cdot c$$

daher

$$\frac{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}}{\sqrt{(x'' - x)^2 + (y'' - y)^2}} = \frac{a^2}{b^2};$$

das heisst, wenn man den Minimumpunct mit dem Anfangspuncte verbindet, so wird diese Gerade die Seite c in zwei Stücke theilen, die sich wie die Quadrate der anliegenden Seiten verhalten.

Da man nun jeden Eckpunct nach der Reihe zum Anfangspuncte wählen kann, so wird das oben Ausgesprochene auch für jede Seite gelten; und man kann daher allgemein sagen: Wenn man jede Seite im Ver-

hältnisse der Quadrate der anliegenden Seiten theilet, und diese Theilungspuncte mit den gegenüberstehenden Eckpuncten verbindet, so schneiden sich diese drei Linien in einem einzigen Puncte, welcher die Eigenschaft hat, dass die Summe der Quadrate seiner Distanzen von den drei Seiten ein Minimum ist.

Um nun diesen Punct geometrisch construiren zu können, müssen wir sehen, wie man eine Seite des Dreiecks im Verhältnisse der Quadrate der anliegenden Seiten theilet. Es sey (Fig. 6) die Seite AB im Verhältnisse der Quadrate der anliegenden Seiten zu theilen. Man ziehe aus dem gegenüberstehenden Endpuncte C die Linie CD = CB senkrecht auf AC, verbinde D mit A, fälle von C auf AD das Perpendikel CR, ziehe durch den Punct R eine Parallele RM zur BD, so ist M der zu suchende Theilungspunct; denn

$$\frac{AR}{RD} = \frac{\overline{AC}^2}{\overline{CD}^2},$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AR}{RD}$$

also

$$\frac{AM}{MB} = \frac{\overline{AC}^2}{\overline{BC}^2}$$

Verbindet man C mit M, so liegt der Minimumpunct in dieser Linie, und zieht man eine zweite Linie auf diese Art, so ist besagter Punct der Durchschnittspunct beider Linien.

3) Es sey in (Fig. 7) der Punct M so gewählt, dass

$$\frac{AM}{MB} = \frac{\overline{AC}^2}{\overline{CB}^2} \text{ ist.}$$

Aus der Ansicht der Figur ergibt sich auch von selbst

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.m} = \frac{AM}{AC}$$

$$\frac{\sin.\psi}{\sin.n} = \frac{MB}{BC}$$

also:

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BC}{AC}$$

daher:

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{AC}{AB}$$

d. h. verbindet man den Minimumpunct mit einem Eckpuncte, so wird der Winkel an diesem Eckpuncte in zwei Winkel getheilt, deren Sinusse sich wie die anliegenden Seiten verhalten; da dieses nun für jeden Eckpunct gilt, so kann man sagen: Wenn man jeden Winkel des Dreiecks so theilet, dass sich die Sinusse der Theile des Winkels g e r a d e wie die anliegenden Seiten verhalten, so schneiden sich diese Linien in einem einzigen Puncte, und dieser Punct ist der Minimumpunct des Dreiecks.

Stellen wir eine ähnliche Untersuchung bei den übrigen bekannten Puncten des Dreyecks an.

Ist (Fig. 7) AM = MB, so liegt in der Linie CM der Schwerpunct des Dreiecks; wir haben

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.m} = \frac{AM}{MC}$$

$$\frac{\sin.\psi}{\sin.n} = \frac{MB}{BC}$$

also

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{BC}{AC},$$

d. h. wenn man den Schwerpunct mit einem Eckpuncte

des Dreiecks verbindet, so wird der Winkel so getheilt, dass sich die Sinusse der Theile verkehrt wie die anliegenden Seiten verhalten, oder da dieses für jeden Eckpunct gilt, so können wir sagen: Wenn man jeden Winkel des Dreiecks so theilet, dass sich die Sinusse der Theilwinkel verkehrt wie die anliegenden Seiten verhalten, so schneiden sich diese drei Theilungslinien in einem einzigen Puncte, und dieser Punct ist der Schwerpunct des Dreiecks. Man kann hier die Analogie des Minimumpunctes und Schwerpunctes nicht übersehen.

Es sey ferner in Fig. 7 CM senkrecht auf AB, so liegt in der CM der Durchschnittspunct der Perpendikel; wir haben zugleich:

$$CM = AC \cos.\varphi = BC \cos.\psi.$$

daher:

$$\frac{\cos.\varphi}{\cos.\psi} = \frac{BC}{AC}$$

d. h. wenn man den Durchschnittspunct der Perpendikel mit einem Eckpunct des Dreiecks verbindet, so wird der Winkel so getheilt, dass sich die Cosinusse der Theile verkehrt wie die anliegenden Seiten verhalten, und folglich: Wenn man jeden Winkel so theilet, dass sich die Cosinusse der Theilwinkel verkehrt wie die anliegenden Seiten verhalten, so schneiden sich die drei Theilungslinien in einem einzigen Puncte, und dieser Punct ist der Durchschnittspunct der Perpendikel.

Es sey (Fig. 8) MC = MA = MB = r, also M der Mittelpunct des umschriebenen Kreises, so ist:

$$b^2 = 2r^2 + 2r^2 \cos.2\varphi$$

$$a^2 = 2r^2 + 2r^2 \cos.2\psi$$

$$b = 4r^2 \cos.^2\varphi$$
$$a^2 = 4r^2 \cos.^2\psi$$

also $$\frac{\cos.\varphi}{\cos.\psi} = \frac{b}{a}.$$

Verbindet man also den Mittelpunct des umschriebenen Kreises mit einem Eckpuncte, so wird der Winkel so getheilt, dass die Cosinusse der Theilwinkel sich gerade wie die anliegenden Seiten verhalten oder: Wenn man jeden Winkel so theilet, dass die Cosinusse der Theile sich g e r a d e so verhalten, wie die anliegenden Seiten, so schneiden sich diese drei Theilungslinien in einem einzigen Puncte, und dieser Punct ist der Mittelpunct des umschriebenen Kreises.

Es sey ferner (Fig. 9) M der Punct, welcher die Eigenschaft hat, dass die Summe seiner Distanzen von den drei Eckpuncten ein Minimum ist, so muss AMB = BMC = CMA = 120° seyn, siehe Meyer Hirsch Sammlung geometrischer Aufgaben pag. 225.

Setzen wir der Kürze halber

$$MQ = p,\ RM = q,\ MP = r$$
$$AM = x,\ BM = y,\ CM = z.$$

Da $\sin.120^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ist, so hat man

$$\frac{zy\sqrt{3}}{2} = ap$$
$$\frac{xz\sqrt{3}}{2} = bq$$
$$\frac{xy\sqrt{3}}{2} = cr$$

also

$$\frac{ap}{yz} = \frac{bq}{xz} = \frac{cr}{xy}.$$

Nun ist:

$$x = \frac{r}{\sin.\varphi''},\ y = \frac{p}{\sin.\varphi'},\ z = \frac{q}{\sin.\varphi}$$

woraus

$$\frac{a\sin.\varphi'}{z} = \frac{b\sin.\varphi}{x} = \frac{c\sin\varphi''}{y};$$

eben so hat man aber auch

$$x = \frac{q}{\sin.\psi''}\ y = \frac{r}{\sin.\psi'}\ z = \frac{p}{\sin.\psi}$$

woraus:

$$\frac{a\sin.\psi}{y} = \frac{b\sin.\psi''}{z} = \frac{c\sin.\psi'}{x}$$

Es ist wie man leicht sieht

$$\frac{x}{y} = \frac{AD}{BD}$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{b\sin.\varphi}{a\sin.\psi}$$

also

$$\frac{x}{y} = \frac{b\sin.\varphi}{a\sin.\psi}.$$

Aus den obigen Gleichungen folgt aber

$$\frac{x}{y} = \frac{c\sin.\psi'}{a\sin.\varphi}$$

woraus

$$\frac{b\sin.\varphi}{a\sin.\psi} = \frac{c\sin.'\psi}{a\sin.\psi}$$

also

$$b\sin.\varphi = c\sin.\psi'$$

oder

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin.\psi'}{\sin.\varphi} \qquad (\mu)$$

eben so hat man $\frac{y}{z} = \frac{c\sin.\varphi''}{b\sin.\psi''}$ und $\frac{y}{z} = \frac{a\sin.\psi}{b\sin.\phi''}$

also

$$\frac{c}{a} = \frac{\sin.\psi}{\sin.\varphi''} \qquad (\nu)$$

und $$\frac{z}{x} = \frac{a\sin.\varphi}{c\sin.\psi'} \text{ und } \frac{z}{x} = \frac{b\sin.\psi''}{c\sin.\psi'}$$

also $$\frac{a}{b} = \frac{\sin.\psi''}{\sin.\varphi'} \quad (\rho)$$

Die Gleichungen (μ), (ν), (ρ) zeigen an, wie die Winkel des Dreyecks getheilt werden, wenn man den Punct der die Eigenschaft hat, dass die Summe seiner Distanzen von den drei Eckpuncten ein Minimum ist, mit den Ecken des Dreiecks verbindet; macht man daher die Theilung der Winkel nach Vorschrift der Gleichungen (μ), (ν), (ρ), so schneiden sich die drei Theilungslinien in einem einzigen Puncte, welcher die oben betrachtete Eigenschaft hat.

4) Wir werden gleich sehen, dass diese Sätze einer bedeutenden Verallgemeinerung fähig sind. Wir wollen zu diesem Behufe zuerst die Bedingungsgleichung der Sinusse der Winkel, welche die Theilungslinien der Winkel des Dreiecks mit den correspondirenden Seiten machen, damit die Theilungslinien sich in einem Puncte schneiden, aufsuchen.

Wir finden (Fig. 4.)

$$\sin.\varphi = \frac{y}{z}, \quad \sin.\varphi' = \frac{p}{y}, \quad \sin.\varphi'' = \frac{r}{x}$$

$$\sin.\psi = \frac{p}{z}, \quad \sin.\psi' = \frac{r}{y}, \quad \sin.\psi'' = \frac{q}{x},$$

also $$\sin.\varphi \ \sin.\varphi' \ \sin.\varphi'' = \frac{pqr}{xyz}$$

$$\sin.\psi \ \sin.\psi' \ \sin.\psi'' = \frac{pqr}{xyz}$$

und $$\frac{\sin.\varphi \ \sin.\varphi' \ \sin.\varphi''}{\sin.\psi \ \sin.\psi' \ \sin.\psi''} = 1$$

die gesuchte Bedingungsgleichung.

Sind also die Verhältnisse $\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi}$ und $\frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'}$ gege-
›en, so findet man hiedurch das Verhältniss $\frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi'''}$,
lamit die durch A gezogene Linie den Durchschnitts-
›unct der beiden andern Theilungslinien treffe.

Macht man

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi.} = \frac{a}{b},\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{c}{a},\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{b}{c}$$

o schneiden sich die Theilungslinien, wie wir früher
;esehen haben, im Schwerpuncte.

Hingegen wenn man

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{b}{c},\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{a}{c};\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{c}{b}$$

nacht, im Minimumpunct.

Endlich wenn

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi'} = \frac{c}{b}\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi} = \frac{a}{c}\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi''} = \frac{b}{a}\ \text{ist,}$$

n demjenigen Puncte, der die Eigenschaft hat, dass
lie Summe seiner Distanzen von den drei Eckpuncten
in Minimum ist.

Allein die drei Theilungslinien werden sich auch
n einem Puncte schneiden, wenn man setzt:

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi'} = \frac{b}{c},\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi} = \frac{c}{a},\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi''} = \frac{a}{h}$$

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi''} = \frac{a}{c},\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi'} = \frac{b}{a},\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi} = \frac{c}{b}$$

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi''} = \frac{c}{a},\ \frac{\sin.\psi'}{\sin.\varphi''} = \frac{a}{b},\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi} = \frac{b}{c}$$

der

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{a^n}{b^n};\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{c^n}{b^n};\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{b^n}{c^n}$$

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{b^n}{a^n};\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{a^n}{c^n};\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{c^n}{b^n}$$

d. h. theilet man die Winkel der Dreiecks so, dass sich die Sinusse der Theilungswinkel gerade oder verkehrt, wie die nten Potenzen der anliegenden Seiten verhalten, so schneiden sich die Theilungslinien in einem einzigen Puncte. Besondere Fälle, davon sind der Schwerpunct, und der Minimumpunct, (nämlich für $n = 1$) und der Mittelpunct des eingeschriebenen Kreises (nämlich für $n = 0$).

Eben so kann man auch setzen;

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{f(a)}{f(b)};\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{f(c)}{f(a)};\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{f(b)}{f(c)}$$

oder

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{f(bc)}{f(ac)};\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{f(ab)}{f(bc)};\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{f(ac)}{f(ab)}$$

wobei f was immer für einer Function bedeutet; oder

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{f\,(abc)}{f'\,(abc)}$$

$$\frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{f''\,(abc)}{f\,(abc)}$$

$$\frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{f'\,(abc)}{f''\,(abc)}$$

Eben so

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{\cos.\alpha}{\cos.\beta},\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{\cos.\gamma}{\cos.\alpha},\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{\cos.\beta}{\cos.\gamma}$$

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi} = \frac{(\cos.\alpha)^n}{(\cos.\beta)^n},\ \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'} = \frac{(\cos.\gamma)^n}{(\cos.\alpha)^n},\ \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''} = \frac{(\cos.\beta)^n}{(\cos.\gamma)^n}$$

oder allgemeiner

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi}=\frac{f(\alpha)}{f(\beta)},\quad \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'}=\frac{f(\gamma)}{f(\alpha)},\quad \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''}=\frac{f(\beta)}{f(\gamma)}$$

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi}=\frac{f(\beta\gamma)}{f(\alpha\gamma)},\quad \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'}=\frac{f(\alpha\beta)}{f(\beta\gamma)},\quad \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''}=\frac{f(\alpha\gamma)}{f(\alpha\beta)}$$

$$\frac{\sin.\varphi}{\sin.\psi}=\frac{f(\alpha\beta\gamma)}{f'(\alpha\beta\gamma)},\quad \frac{\sin.\varphi'}{\sin.\psi'}=\frac{f''(\alpha\beta\gamma)}{f(\alpha\beta\gamma)},\quad \frac{\sin.\varphi''}{\sin.\psi''}=\frac{f'(\alpha\beta\gamma)}{f''(\alpha\beta\gamma)}$$

5.) Aus Fig. 7 ist ersichtlich

$$\frac{AM}{\sin.\varphi}=\frac{b}{\sin.m}$$

$$\frac{MB}{\sin.\psi}=\frac{c}{\sin.n}$$

also

$$\frac{AM}{MB}=\frac{\sin.\psi}{\sin.\varphi}\cdot\frac{b}{c}$$

Ist nun $\frac{\sin.\psi}{\sin.\varphi}=\frac{c^n}{b^n}$

so ist $\frac{AM}{MB}=\frac{c^{n-1}}{b^{n-1}}$

Ist aber $\frac{\sin.\psi}{\sin.\varphi}=\frac{b^n}{c^n}$

so ist $\frac{AM}{MB}=\frac{b^{n+1}}{c^{n+1}}$

Drücken wir sowohl $n-1$, als $n+1$ durch einen Buchstaben m aus, so können wir, da das angeführte Verhältniss bei jeder Seite Statt findet, sagen: Wenn man jede Seite im geraden oder verkehrten Verhältnisse der mten Potenzen der anliegenden Seiten theilt, und die Theilungspuncte mit den gegenüberstehenden

Eckpuncten verbindet, so schneiden sich die Theilungslinien in einem einzigen Puncte. Allgemein theilet man AB so, dass $\frac{AM}{MB} = \frac{F(a)}{F(b)}$ ist, und so bei den übrigen, und verbindet man die Theilungspuncte mit den gegenüberstehenden Eckpuncten, so schneiden sich die Theilungslinien in einem Puncte.

In (Fig. 10) haben wir:

$$BD.\ \cos.\beta + AN = c$$
$$DC.\ \cos.\gamma + AM = b$$
$$AN = c - BD.\ \cos.\beta$$
$$AM = b - DC.\ \cos.\gamma$$
$$AD\ \cos.\varphi = c - BD.\ \cos.\beta$$
$$AD\ \cos.\psi = b - DC.\ \cos.\gamma$$

also

$$\frac{\cos.\varphi}{\cos.\psi} = \frac{c - BD.\ \cos.\beta}{b - DC.\ \cos.\gamma}$$
$$BD + DC = a$$

woraus

$$\frac{BD}{DC} = \frac{C\left\{1 - \frac{\cos.\varphi}{\cos.\psi}\cos.\alpha\right\}}{B\left\{\frac{\cos.\varphi}{\cos.\psi} - \cos.\alpha\right\}}$$

wodurch man, wenn man das Verhältniss $\frac{\cos.\varphi}{\cos.\psi}$ hat, auch das Verhältniss $\frac{BD}{DC}$ erhält.

6) Fregier hat in Gergonne's Annalen den Satz bekannt gemacht, dass wenn drei durch die Eckpuncte des Dreiecks gezogene Gerade sich in einem Puncte schneiden, und man durch die gegenüberstehenden Halbirungspuncte der drei Seiten parallele Linien zu diesen obigen zieht, sich auch diese drei Linien in einem

einzigen Puncte schneiden müssen, welches für sich schon ganz klar ist. Denn verbindet man die drei Halbirungspuncte durch Gerade, so entseht ein dem gegebenen ähnliches Dreyeck, und die zwei einander gegenüberstehenden Winkel der beiden Dreiecke sind die gleichen. Wird nun der Winkel des einen Dreiecks auf irgend eine Art in Bezug auf die Seiten getheilt, so wird eine dieser Theilungslinien durch den gegenüberstehenden Halbirungspunct parallel gezogene Gerade, den gleichen Winkel auf dieselbe Art theilen. Schneiden sich die drei Theilungslinien des einen Dreiecks, so wird dasselbe von den drei Theilungslinien des zweiten Dreiecks gelten müssen.

Behandelt man das Vorhergehende analytisch, so findet man, dass die Bedingungsgleichung, damit drei durch die Eckpuncte gezogene Linien sich in einem Puncte schneiden, dieselbe ist wie die, damit die durch die gegenüberstehenden Halbirungspuncte mit diesen parallel gezogenen Geraden sich ebenfalls in einem Puncte schneiden.

Zieht man also durch die Halbirungspuncte Parallellinien zu den Seiten des Dreiecks, und theilet die dadurch entstandenen Winkel so, dass die Sinusse der Theilwinkel in irgend einem der in (4) angegebenen Verhältnisse stehen, so schneiden sich die Theilungslinien in einem einzigen Puncte.

7) Es seyen (Fig. 11) im Dreieck A′B′C′ die Seiten A′B′, A′C′, B′C′ in den Puncten C, B, A, halbirt. Man denke sich nun durch die Puncte A′ B′, C′ Theilungslinien so gezogen, dass sie sich in einem Puncte schneiden; eine dieser Theilungslinien sey AD. Durch den Punct D ziehe man Parallelen zu b und c und ver-

27 *

längere AD, so bildet die Verlängerung mit den zu b und c parallel gezogenen Linien dieselben Winkel wie mit b und c, und der bei D dadurch entstandene Winkel ist gleich dem Winkel A.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich, dass nun $\frac{BD}{DC} = \frac{c^m}{b^m}$ oder $\frac{b^m}{c^m}$ oder allgemein $\frac{f(c)}{f(b)}$ ist, daher kann man sagen:

Theilet man jede Seite des Dreiecks so, dass sich die Stücke derselben gerade oder verkehrt wie die mten Potenzen der anliegenden Seiten oder wie irgend welche Functionen dieser Seiten verhalten (wobei aber bei allen Seiten dieselbe Function zu nehmen ist und die Functionenquotienten so gestellt seyn müssen, dass sie in einander multiplicirt Eins zum Product geben) ziehet dann durch die Theilungspuncte Parallele zu den beiden andern Seiten des Dreiecks und theilet den dadurch entstehenden Winkel, in einem der in (4) angegebenen Verhältnisse, so schneiden sich die drei Theillinien in einem einzigen Puncte.

Man sieht also, dass es unzählige Puncte im geradlinigen Dreiecke gibt, welche durch den Durchschnitt symmetrisch gezogener Geraden entstehen, und wovon die bekannten einzelne Fälle sind.

Höchst wahrscheinlich werden viele dieser Puncte sich durch besondere Eigenschaften auszeichnen, und manche davon einer nähern Untersuchung nicht unwerth seyn.

Miscellen.

1.

Brom in der Mutterlauge aus Hall in Tyrol entdeckt von Hrn. Ludwig in Wien.

Da der von Balard neu entdeckte Körper, das Brom, sich nach den Versuchen der Herren Liebich, W. Meissner in Halle, Van Mons und Vogel auch in mehreren Salzsoolen vorfinden soll, so fand ich mich veranlasst, unsere inländischen Salzsoolen zu untersuchen. In dieser Absicht leitete ich Chlorgas (nach Balard's Anleitung, Annales de Chimie et Physique Tom. 31, p. 337), durch die Mutterlauge aus der Salzsiederey zu Hall in Tyrol, welche zu andern Versuchen seit längerer Zeit vorhanden war. Die Mutterlauge nahm sehr bald eine goldgelbe Farbe an, und entwickelte einen eigenthümlichen, dem Chlorperoxyd sehr ähnlichen Geruch, der zu Thränen reitzt, und in der Nase eine sehr unangenehme Empfindung hervorbringt; wird diese Lauge mit Aether geschüttelt, so wird dieser braunroth, die Lauge aber beinahe entfärbt; durch Zusatz von Kali verschwindet die Farbe des Aethers, und durch Abdampfen dieser Flüssigkeit erhält man eine gelbe krystallinische Masse, welche durch die Verbindung von Brom mit Kalium, und durch den zersetzten Aether etwas gelb gefärbt ist. Diese wurde nun mit Manganperoxyd und verdünnter Schwefelsäure bei mässiger Temperatur in eine gut gekühlte Vorlage überdestillirt. Um das der Flüssigkeit noch allenfalls anhängende Chlor zu beseitigen, habe ich das Destillat mit Kali abermals verbunden, und durch Krystallisation die Verbindung des Brom mit Kali, die schwerer auflöslich ist, von der mit Chlor zu reinigen gesucht, auf die angezeigte Art, das Brom dargestellt, und über geschmolzenem Calciumchlorid nochmals überdestillirt. Dasselbe hat eine dunkel rothbraune Farbe, ist sehr flüchtig, hat einen durchdringenden reitzenden Geruch; ist eine kleine Menge mit viel atmosphärischer Luft gemischt, so ist der Geruch dem sehr ähnlich, den man beim Eintritte in grosse Salzsiedereyen oder auf dem Meere wahrnimmt; der Geschmack ist scharf; das Brom färbt organische Substanzen gelb, und zerstöret sie; mit Stärke entsteht eine gelbe Färbung, und nach einiger Zeit sondern sich besonders aus der mit Chlor behandelten Mutterlauge gelbrothe Tropfen ab;

das Wasser nimmt den Geruch, Geschmack, und zum Theil auch die Farbe des Broms an, aber der grösste Theil des letzteren bleibt auf dem Boden gleich einem schweren ätherischen Oele liegen; mit Kalium verbindet es sich unter Feuererscheinung mit einer heftigen Detonation; diese Verbindung ist im Wasser schwer auflöslich, und krystallisirbar; mit Natron stellt es eine schwer krystallisirbare Verbindung dar; mit Quecksilber verbindet es sich augenblicklich, gleicht anfangs einem Amalgam, nach und nach wird diese Verbindung in ein weisses, dem Calomel ähnliches Pulver verwandelt, welches bei höherer Temperatur als ein rothes Sublimat an kältere Gegenstände sich absetzt; mit salpetersaurem Quecksilberprotoxyd entsteht ein weisser, mit Quecksilberperchlorid aber gar kein Niederschlag; durch salpetersaures Silber bildet sich ein bedeutender, schwach gelber pulveriger Niederschlag, der am Lichte wenig, und viel später als Silberchlorid, geschwärzt wird. Die Menge der mir zu Gebothe stehenden Mutterlauge war zu gering, um mit diesen Körpern so viele Versuche vorzunehmen, als es die Wichtigkeit des Gegenstandes erfordert. Die Salzsoole von Ischl in Oberösterreich und Hallein im Salzburgischen habe ich derselben Operation unterzogen; da ich aber bloss Soole, und diese in sehr geringer Menge hatte, so habe ich kein Brom darin finden können. Zu wichtig ist dieser Gegenstand, als dass man ihn unbeachtet liesse, um so mehr, da seit längerer Zeit die Salzsoolen so wie das Meerwasser zu Bädern verwendet werden, und vielleicht trägt der Gehalt des Broms sehr viel zu den heilsamen Wirkungen derselben bei. Ich habe daher die nöthigen Anstalten getroffen, um mit grösserer Menge den Versuch zu wiederhohlen.

2.

Massstäbe von Werner in Wien.

Unter den vielen physikalischen und mathematischen Geräthschaften, welche in Wien von vorzüglicher Güte verfertiget werden, verdienen Werners Massstäbe einen vorzüglichen Platz, sowohl wegen der Richtigkeit der Theilung, als auch wegen der Billigkeit des Preises. Er verfertiget sie von jeder Grösse und in jeder Theilung, zugleich auch mit sehr genauen Vorrichtungen zum Linienziehen und zur Vergleichung der Längenmasse verschiedener Länder mit Nonien und Transversalen, deren letztere entweder in Linien ausgezogen, oder zum Einsetzen der Zirkelspitzen punctirt sind.

ZEITSCHRIFT

FÜR PHYSIK UND MATHEMATIK.

PHYSIKALISCHE ABTHEILUNG.

I. Neue Versuche über die Veränderung des Ausschlagwinkels oscillirender Magnetnadeln durch nahe Körper, von A. Baumgartner.

1.

Eine Entdeckung, welche lehrt, dass ein Naturgegesetz, dem man nur einige Körper unterworfen glaubte, seine Herrschaft über alle ausübe, oder dass eine Erscheinung, die man seit langem nur an wenigen Körpern wahrnahm, sich an allen bemerken lasse, ist immer ein sehr grosser Gewinn für die Wissenschaft, selbst wenn sich daraus keine unmittelbaren practischen Anwendungen ergeben. Darum müssen die Forschungen über die Einwirkung bewegter Körper auf Magnetnadeln oder der bewegten Magnetnadeln auf nahe Körper jeden Freund der Wissenschaft in hohem Grade interessiren.

2.

Bekanntlich hat es schon Coulomb durch seine Versuche über die Schwingungen von Körpern in der

Nähe von Magneten sehr wahrscheinlich gemacht, dass jeder Stoff des Magnetismus fähig sey, und dass Eisen, Nickel, Kobalt nicht die einzigen, sondern nur die stärksten Magnete vorstellen; Hansteen, der mit unermüdlichem Eifer die Gesetze des Erdmagnetismus zu erforschen sucht, hat so manche Thatsache zu Tage gefördert, welche die Schlüsse Coulombs über die Empfänglichkeit aller Körper für Magnetismus begünstiget; endlich hat die Entdeckung des Electromagnetismus uns an jedem guten Leiter der Electricität einen vorübergehenden Magnet kennen gelehrt; so dass wohl die Behauptung, alle Körper seyen des Magnetismus fähig, fast eben sowohl begründet zu seyn scheint, als die seit der Kindheit der Physik viele hundert mal wiederhohlte Behauptung: alle Körper seyen porös. Dessungeachtet blieb noch immer der Wunsch übrig, ein Mittel kennen zu lernen, welches die magnetische Wirkung der Körper verstärkt darstellt. Dieses Mittel fand Arago in der Bewegung. Diese scheint für schwache magnetische Kräfte das zu seyn, was für kleinere Körper ein Microscop ist.

3.

Bekanntlich lässt sich dieses Mittel auf zweierlei Weise anwenden, nämlich indem der Körper, an dem man durch blosse Annäherung eines Magnetes keine Spur von Magnetismus bemerkt, in eine drehende Bewegung versetzt, und seine Einwirkung auf eine nahe Magnetnadel beobachtet wird, oder indem man eine Magnetnadel über diesem Körper oscilliren lässt, deren Oscillationen man für den Fall kennt, wo keine

solche einwirkende Masse in der Nähe ist, und die Aenderungen bemerkt, welche die Anwesenheit des zu prüfenden Körpers hervorbringt. Diese beiden Mittel beruhen zwar auf demselben Grunde, sind aber doch nicht von gleicher Empfindlichkeit. Es ist kein Zweifel, dass das letztere bei feinen Untersuchungen den Vorzug der grösseren Empfindlichkeit und Leichtigkeit in der Anwendung habe, und ungefähr dasselbe für die magnetische Kraft sey, was Schweiggers Multiplication für den electrischen Strom ist.

4.

Die Ursache dieser Vorzüge liegt in der Natur der schwingenden Bewegung und in der günstigeren Beschaffenheit der Nebenumstände. So klein auch der Einfluss auf eine einzelne Schwingung seyn mag, so wird er doch bei einer grossen Anzahl von Schwingungen leicht bemerkbar, gleich wie die kleinsten Unterschiede in die Grösse der irdischen Schwere aus zahlreichen Pendelschwingungen leicht erkannt werden. Da die Rotation einer Masse, welche der Einwirkung eines Magnetes Preis gegeben ist, mit grosser Geschwindigkeit vor sich gehen muss, wenn die Wirkung gross oder in manchem Falle auch nur unzweideutig seyn soll; so hat man grosse Sorge zu tragen, dass die damit verbundene Erschütterung sich nicht dem Magnete mittheile, und den Beobachter täusche; man muss ihn vom rotirenden Körper durch einen Schirm trennen, und kann daher oft die Entfernung beider Körper nicht klein genug machen, um diese Einwirkung bis zur Wahrnehmbarkeit zu steigern.

5.

Diese grössere Empfindlichkeit oscillirender Magnete gegen nahe Körper bewährt sich auch vollkommen in der Erfahrung. Bekanntlich konnten Babbage, Herschel, Colladon und Prévost, Nobili und Bacelli an Glas, Harz und andern schlechten Leitern der Electricität durch Rotationsversuche keine magnetische Wirkung wahrnehmen, und doch hat Arago mittelst eines oscillirenden Magnetes an Wasser, Eis, Kronglas etc. unzweideutige Zeichen solcher Wirkungen erfahren. Nobili und Bacelli bemerkten nicht einmal an sogenannten electrischen Halbleitern, z. B. an Holz, Spuren magnetischer Affectionen, während doch Oscillationsversuche nicht blos eine solche Einwirkung überhaupt, sondern sogar eine Verschiedenheit dieser Wirkungen bei wenig von einander verschiedenen Körpern derselben Art, wie z. B. bei verschiedenen Holzstücken zeigen. Ich machte einige Versuche über die Verminderung des Ausschlagwinkels einer oscillirenden Magnetnadel durch hölzerne darunter gestellte ruhende Scheiben. Die Magnetnadel von 3 Z. Länge, welche sich in einem hohen gläsernen Recipienten befand, und mittelst eines ungemein feinen Fadens aufgehängt war, wurde, nachdem sie im magnetischen Meridian ruhte, durch einen von aussen genäherten Magnet aus ihrer Lage gebracht, und die Anzahl den Schwingungen (ich verstehe unter einer Schwingung immer die Bewegung von der grössten östlichen bis zur grössten westlichen Abweichung vom magnetischen Meridian) gezählt, die sie machen musste, bis der Ausschlagwinkel von 20 Grade östlich oder westlich angefangen, um 10° vermindert war. In

der Entfernung von 6 W. Z. vom hölzernen Boden des Cylinders erfolgte diese Verminderung nach 106 Oscillationen. Dieselbe fand aber Statt, wenn in der Entfernung von 1 L. angebracht war: eine drei Zoll im Durchmesser haltende Scheibe

von Fichtenholz,	6 L. dick,	nach	78	Schwingungen
— —	$4\frac{1}{2}$ —	—	82	— —
— Ahorn	6 —	—	79	— —
— —	$1\frac{1}{2}$ —	—	83	— —
— Eichen	6 —	—	74	— —
— —	$\frac{1}{2}$ —	—	81	— —
— Weitzenbrot	3 —	—	89	— —

6.

Unter diesen Umständen konnte man wohl voraussetzen, dass sich auf diesem Wege die Gesetze der Einwirkung der Körper auf Magnete leichter und genauer erforschen lassen werden, als durch Rotationsversuche. Ich unternahm es, über einige Puncte genaue Versuche anzustellen, und zwar über den Einfluss der Entfernung, der Dicke und Continuität der Masse, der Geschwindigkeit und der Stärke der Magnetnadel und über das Verhalten kupferner schwingender Körper über Kupferscheiben.

7.

Der Apparat, dessen ich mich bediente, besteht aus einem $3\frac{1}{2}$ Z. weiten, $13\frac{1}{2}$ Z. hohen ganz offenen Glascylinder A (Fig. 1.), der in der untern Hälfte eine mit Diamant verzeichnete Kreistheilung a b hat, bei welcher die Theilstriche $1\frac{1}{2}$ Z. lang sind. Er ist oben und unten senkrecht auf seine Axe wohl abgeschlif-

fen, und kann im Nothfalle auch auf den Teller einer Luftpumpe gesetzt werden. Bei meinen Versuchen ruhte er auf einem hölzernen Postamente B, dem man durch Stellschrauben die nöthige horizontale Lage geben konnte. Oben befindet sich ein messingener Deckel C, in dessen untere Fläche eine kleine kreisförmige Rinne eingedreht ist, um fest auf den Cylinder zu passen und unverrückt seine Lage beizubehalten. In der Mitte ist er durchbohrt und mit einer Hülse versehen, die ein viereckiges Loch hat und einen prismatischen 4 Z. langen Stab cd aufnimmt, der darin auf- und abgehoben werden kann und in jeder Lage durch blosse Reibung fest hält. Er ist der Länge nach mit einer in Linien getheilten Scale versehen. Ihm zur Seite und zwar fest an der Hülse befindet sich der Nonius e, mittelst welchem man $\frac{1}{10}$ einer W. Linie genau ablesen, $\frac{1}{20}$ aber noch schätzen kann. Am untern Ende des Stabes cd ist in der Richtung seiner Axe eine einfache Leinfaser f befestiget, welche bekanntlich mittelst eines Microscopes bandförmig erscheint und dessen breitere Seite 0.027 W. L. beträgt. Seine Länge betrug 7 Z. An seinem untern Ende trägt er die horizontal schwebende Magnetnadel gh.

8.

Fast zu allen Versuchen wurden kupferne kreisrunde Scheiben von 3 Z. Durchmesser und Magnetnadeln von 3 Z. Länge gebraucht.

Um den Einfluss der verschiedenen Entfernung der Metallscheiben auf die Schwingung der Magnetnadel zu erfahren, nahm ich eine Nadel von 1 Quadratlinie Querschnitt, die völlig prismatisch war, nur

an beiden Enden lief sie plötzlich keilförmig zu, um eine scharfe Kante zu geben, deren Coincidenz mit einem Theilstriche am Glascylinder scharf beobachtet werden konnte. Das Auge wurde so gehalten, dass der Theilstrich der Scale, auf den es ankam, mit der Axe der Nadel in einer Ebene lag, und der ganze Apparat stets so gestellt, dass der Faden f mit der Axe des Cylinders zusammenfiel. Als Träger der Metallplatten wurde eine dünne Zugröhre aus Pappe verwendet, wie man sie zu den gemeinsten Fernröhren braucht, deren Einwirkung auf die Magnetnadel zwar nicht ganz unmerklich, aber doch gegen die des Kupfers sehr klein war. Zuerst schwang die Magnetnadel über der Papierröhre, und es wurde die Zahl der Schwingungen gezählt, nach welcher der halbe Schwingungsbogen von 18° auf 9° vermindert wurde. Dann legte ich die Metallscheibe auf ihre Unterlage, drückte den Stab cd so weit herab, bis die Magnetnadel gerade die Scheibe berührte, hob ihn dann um die beabsichtigte Grösse, welche sich leicht aus seiner Eintheilung mittelst des fixen Nonius abnehmen liess, brachte die Nadel, nachdem sie im magnetischen Meridian ins Gleichgewicht gekommen war, aus ihrer Lage, und begann zu beobachten.

9.

Die Magnetnadel machte 25 Schwingungen in 1 M. 20¾ S. und ihr halber Schwingungsbogen veränderte sich ohne Einfluss eines nahen Körpers ausser des 5 Z. entfernten hölzernen Bodens nach 108 Schwingungen von 18° auf 9°.

In der Nähe kupferner Scheiben ergaben sich

aber folgende Resultate für dieselbe Verminderung des Ausschlagwinkels

Scheibe	Entfernung.	Anzahl der Schwingungen.
von Kupfer 2 L. dick.	1 L.	7.
dieselbe	3.3	29
dieselbe	5.6	61
dieselbe	7.9	88
von Kupf. 0.8 L. dick.	1 L.	11
dieselbe	3.3	47
dieselbe	5.6	71
dieselbe	7.9	96
von Zink 0.3 L. dick.	1 L.	42
dieselbe	3.3	79

Wiewohl es schwer halten dürfte, aus diesen Resultaten das mathematische Gesetz der Zunahme der Oscillationen bei Vermehrung der Distanz abzuleiten, so ergeben sich doch daraus einige nicht unwichtige Resultate. Man sieht, dass die Anzahl der Schwingungen in einem grösseren Verhältnisse wächst, als die Entfernung; dass dieses Gesetz auch von der Dicke der Scheiben abhängt, und dass bei gleichen Aenderungen der Distanz dickere Scheiben eine grössere Aenderung der Schwingungsbogens bewirken, als dünnere, dass erstere bei kleinern Distanzen stärker wirken als leztere, dass aber bei grösseren Entfernungen der Einfluss der Dicke immer geringer wird.



10.

Man sieht zwar schon aus diesen Versuchen, dass die Grösse der Einwirkung einer Metallscheibe auf eine oscillirende Magnetnadel von der Dicke der Scheibe abhängig sey; um aber diesen Umstand noch mehr zu beleuchten, nahm ich 8 Kupferscheiben von 3 Zoll Durchmesser, wovon die dickste 2 L. dick war und mit N. 1 bezeichnet werden soll; die dünnste war 0.8 L. dick und mag mit 8 angedeutet werden, von den 6 übrigen hatte jede eine Dicke von 1 L., alle waren aus einer einzigen Platte geschnitten, sie mögen der Reihe nach 2, 3, 4, 5, 6, 7 heissen. Ich untersuchte nun die Wirkung jeder einzelnen für sich bei gleicher Entfernung von der Magnetnadel und hierauf die aller Combinationen derselben, welche hier mit der jeder Platte entsprechenden Nummer in der Ordnung, wie sie von unten nach oben auf einander lagen, angegeben werden. Wenn mehrere Platten auf einander gelegt waren, betrug die gesammte Dicke mehr als die Summe der einzelnen Dicken, weil die Platten nicht vollkommen eben waren. Die Magnetnadel hatte wieder eine Länge von 3 Z. aber eine Dicke von 1½ L. und eine ebenso grosse Breite. Ihre Gestalt war im übrigen ganz der vorigen ähnlich. Sie wurde anfangs nur schwach magnetisirt, und machte 25 Schwingungen in 1 M. 55 S. Sie oscillirte 0.9 L. über den Platten; die Beobachtung begann, wenn der halbe Ausschlagwinkel 20° betrug und wurde beendigt, wenn er um 10° abgenommen hatte. Die Resultate der Versuche sind folgende:

Kupferplatte	Anzahl der Oscillationen.	Dicke der Schichte.
Nro. 1	16	2 L.
2	21	1
8	26	0.8
1 u. 2	17	3.3
1 u. 8	17	3.
8 u. 2	19	2.1
1. 2. 3	15	4.2
1. 2. 8	15	4.
1.2.3. 8	15	5.5

Demnach wächst die Einwirkung mit der Dicke der Metallschichte bis zu einer gewissen Grösse, über die hinaus die Wirkung keine Verstärkung mehr erleidet.

11.

Nimmt man an, dass die Magnetnadel die Kupferplatten durch Vertheilung magnetisire, wozu man durch anderweitige Versuche berechtigt zu seyn scheint; so wird das hier dargestellte Verhalten wohl begreiflich; denn diese Vertheilung trifft nicht blos die obersten Theile der Scheibe, sondern findet bis zu einer gewissen Entfernung Statt. Man kann aber wohl vermuthen, dass diese Grenze, über die hinaus sich die Wirkung nicht mehr erstreckt, mitunter auch von der Stärke der Magnetnadel abhängen müsse, und dass daher die Vergrösserung der Dicke einer Platte oder eines Systems von Platten, selbst in dem Fälle, wo die Wirkung auf e i n e Magnetnadel nicht mehr wächst, die auf eine a n d e r e noch vermehren kann.

Um für diesen Schluss entweder eine empirische

Stütze zu finden, oder ihn zu widerlegen, magnetisirte ich die vorige Magnetnadel stärker, so dass sie 25 Schwingungen in 1 M. 32 S. machte, deren Kraft sich also zu der im vorigen Zustande, wie $115^2 : 92^2 = 13225 : 8464$ oder nahe wie 17 : 10 verhielt. Uebrigens blieb alles wie beim vorigen Versuche, und ich erhielt Folgende Resultate:

Kupfer-platte	Anzahl der Oscillationen	Kupferplatte	Anzahl der Oscillationen
Nr. 1	10	1. 2. 3. 8. 5	10
2	13	1. 2. 3. 8. 4. 5. 6	9
8	15	1. 2. 3. 8. 4. 5. 6. 7	9
1 u. 2	8	1. 2. 3. 8. 4. 5. 6. 7	9
1 u. 8	9		
2 u. 3	10		
2 u. 8	11		
1. 2. 3	8		
1. 2. 8	9		
1. 2. 3. 8	9		

Es ist also obige aus blos theoretischen Gründen geschöpfte Vermuthung richtig; allein es zeigt sich dabei eine nicht erklärbare Anomalität. In diesem Falle ist die Einwirkung der Scheiben 1 und 2 am grössten. Bei dickeren Schichten ist sie wieder kleiner, bekommt aber doch bei einer gewissen Schichte einen stationären Werth. Indess kann diese Anomalie von ein Paar Umständen abhängen, die ich anführen muss. Die Platte Nr. 1. besteht aus sehr hartem Kupfer, die übrigen sind auch durch Hämmern steif gemacht, aber doch nicht so hart, als jene; vielleicht bewirkt

der verschiedene Härtegrad diese Abweichung, denn Prévost und Colladon fanden bei Rotationsversuchen die Wirkung gehämmerter Kupferscheiben stärker als die weicher. Dazu kommt noch, dass die Wirkung einer dicken Scheibe stärker auszufallen scheint als die einer Schichte von mehreren Platten, die zusammen der Dicke jener gleichkommen, und was bei einer Combination mehrerer auf einander liegender Platten Statt findet, ist vielleicht bei einer einzigen gleich dicken Platte nicht der Fall.

12.

Dieser Einfluss des Mangels an Continuität der Masse zeigte sich recht deutlich bei folgendem Versuche. Es wurde eine der Scheiben 2 — 8 nach der Richtung eines Durchmessers entzwei geschnitten, und ihre Wirkung bei übrigens gleichen Umständen mit der einer völlig gleichen Scheibe aus demselben Stück Kupfer verglichen. Die ganze Platte bewirkte eine Veränderung des Ausschlagwinkels um 10° nach 8 Schwingungen; die beiden hart neben einander liegenden Hälften brauchten dazu 10 Oscillationen; es war aber einerlei Wirkung bemerkbar, es mochte die Spalte in der Richtung des magnetischen Meridians oder darauf senkrecht stehen. Jede Hälfte für sich bewirkte dieselbe Veränderung des Ausschlagwinkels nach 22 Schwingungen, auch war es gleichviel, welches der beiden Stücke übrig geblieben war.

13.

Bei den Versuchen über die Ablenkung einer Magnetnadel durch rotirende Körper spielt die Geschwindigkeit, mit welcher die Rotation vor sich geht, eine bedeutende Rolle. Es war demnach zu er-

warten, dass dasselbe auch bei Oscillationsversuchen eintreten wird; allein hier trat die Schwierigkeit in den Weg, den Einfluss der Geschwindigkeit von anderen Einwirkungen zu sondern. Ich liess eine 3 Z. lange Magnetnadel verfertigen, die prismatisch geformt war, aber an den beiden Enden wieder in eine Schneide auslief. Ihre Breite betrug 2.2 Z. ihre Dicke eben so viel. Sie hatte schon beim Ausfeilen einen wiewohl nur sehr geringen Magnetismus angenommen, mittelst welchem sie, an einem feinen, dem eben beschriebenen gleichen Faden aufgehängt zu 25 Schwingungen 9 M. 58 S. brauchte. Es war schwer, die Zahl der Schwingungen nur mässig genau zu bestimmen, nach welchen eine bestimmte Verminderung des Ausschlagwinkels eintrat, aber wie mir schien, übte selbst die Kupferplatte Nr. 1 in grosser Nähe keine merkliche Wirkung darauf aus. Hätte ich sie durch Streichen mehr magnetisirt, so würde sie schneller oscillirt haben, und der Einfluss der Metallscheibe würde schon wohl merklich geworden seyn. Allein es entstünde die Frage, hat hieran die grössere magnetische Kraft oder die grössere Geschwindigkeit Antheil? Um dieses zu beantworten, hing ich die Nadel, statt an den feinen Faden, der die Richtkraft derselben gar nicht merklich vermehrte, an einen bandförmig gewalzten Messingdraht auf, der vermöge seiner Elasticität die Geschwindigkeit der Magnetnadel verstärkte, ohne ihren Magnetismus zu ändern. Sie machte nun 25 Schwingungen in 2 M. 20½ S., und brauchte zur Verminderung des halben Schwingungsbogens von 20° auf 10° ohne Einwirkung der Kupferplatte 160, in der Nähe

derselben aber nur 64 Oscillationen. Als der Faden noch kürzer gemacht, und dadurch die Geschwindigkeit der Schwingungen so gesteigert wurde, dass 25 Oscillationen 1 M, 55½ S. dauerten, trat schon nach 30 Schwingungen obige Verminderung des Schwingungsbogens ein. Es hat also die Geschwindigkeit der Oscillationen einen nicht unbedeutenden Einfluss auf die Grösse der hier besprochenen Wirkung.

14.

Ein elastischer Metallfaden schien mir auch das rechte Mittel abzugeben, um Nadeln, deren Magnetismus geprüft werden soll, aber zu schwach ist, um ihnen eine bestimmte Richtung zu ertheilen, den Versuchen zu unterwerfen: denn es ist klar, dass sich eine Nadel ohne allen Magnetismus, die an einem solchen Faden aufgehängt ist, stets in die Lage begeben wird, wo der Faden nicht gewunden ist, und dass sie sich, wenn sie aus ihrer Lage gebracht wird, durch eine Reihe von Schwingungen, um die Lage des Gleichgewichts in diese wieder versetzen wird. Ich hing daher zuerst eine den früher gebrauchten Magneten ähnliche Kupfernadel auf diese Weise auf, musste aber an dem vorher beschriebenen Apparate eine kleine Aenderung vornehmen, um sie in Schwingungen versetzen zu können. Ich brachte daher an der Deckelplatte C statt der Hülse mit viereckiger Oeffnung eine an, die eine runde Oeffnung hatte, steckte einen runden Stift durch, an dessen unterem Ende der Aufhängungsfaden befestiget war, während das obere Ende in einen hori-

zontalen verschiebbaren Zeiger sich umbog, so wie dieses bei Coulombs electrischer Wage der Fall ist. Wenn die Kupfernadel im Gleichgewichte war, brauchte ich den Zeiger nur um einen beliebigen Winkel zu drehen, und ihn hierauf wieder genau in seine vorige Lage zurückzuführen, und die Oscillationen traten ein. Ich begann die Schwingungen zu zählen, wenn der halbe Schwingungsbogen 70° betrug, und lies ihn bis auf 60° abnehmen. Wiederhohlte Versuche zeigten, dass dieses nach 15 Schwingungen erfolgt, wenn die Kupfernadel frei oscillirte, hingegen nach 14, wenn sie über Kupfer schwang, und gar nach 12, wenn die Entfernung desselben noch geringer war.

Ich schnitt aus einem dünnen Streifen sehr dehnbaren Kupfers eine rhombische Nadel von der Form, wie sie Cap. Kater für Magnetnadeln empfiehlt, und fand, dass der halbe Schwingungsbogen ohne Einfluss des Kupfers von 70° auf 50 vermindert wurde, nach 29 Schwingungen, in der Nähe einer dicken Kupferscheibe schon nach 23.

15.

Nach Arago's Erfahrungen geht von einer rotirenden Kupferscheibe nebst anderen auch eine Kraft aus, welche auf den Pol einer Magnetnadel abstossend wirkt. Es war zu erwarten, dass sich das Daseyn dieser Kraft auch an einer oscillirenden Magnetnadel erkennen lasse. Man konnte vorhinein meinen, durch diese Kraft müsste die Dauer einer jeden Oscillation vermehrt werden, gerade so, wie der aufwärts wirkende (abstossende) Luftdruck die

Schwingungen schwerer Pendel verzögert. Dieses ist der Erfahrung nicht entgegen. Ich befestigte eine Magnetnadel mit einem Pole an zwei divergirende feine Fäden, so dass sie vertical hing, und die Fäden ihr nur in einer Ebene zu oscilliren gestatteten, brachte sie um einen bestimmten Winkel aus der Lage ihres Gleichgewichtes, und liess sie so oscilliren. Geschah dieses ohne Einfluss irgend eines Körpers, so dauerten 150 Schwingungen 2 M. 5 ¾ S., wurde eine 1 Zoll dicke Lage von Kupferscheiben unter den Pol gebracht, so dass das unterste Ende der Nadel nur 0.5 L. davon abstand, betrug diese Dauer 2 M. 6 ¼ S. Diese kleine Differenz kommt kaum auf Rechnung eines Beobachtungsfehlers, und das Kupfer lässt die Schwingungszeit vertical schwingender Magnete nicht so unverändert, wie die in einer horizontalen Ebene oscillirender. Ueberdiess erleiden auch in verticalen Ebenen oscillirende Magnetnadeln durch nahe Körper eine bedeutende Verminderung im Schwingungsbogen, wie mich directe Versuche lehrten.

16.

Arago vermuthet, dass nicht alle diese Wirkungen von magnetischen Kräften herrühren, und scheint als Grund seiner Vermuthung den Umstand zu betrachten, dass die Wirkung eines Körpers auf eine Magnetnadel blos dadurch aufgehoben wird, dass man zwischen beide Körper einen papiernen Schirm bringt. Allein dieser Grund scheint mir nicht zureichend zu seyn, wiewohl zu erwarten ist, dass der grosse Physiker noch andere Puncte kennt, welche sich mit magnetischen Wirkungen nicht wohl vereini-

gen lassen. Die Wirkung des Kupfers auf eine Magnetnadel hat man bis jetzt allgemein als magnetische Wirkung betrachtet, und doch wird auch diese Wirkung durch einen dicken Kupferschirm aufgehoben, wie die Versuche in 11 lehren. Eine Kupferplatte wirkt (nach 9) noch in der Entfernung von 7. 9 L. auf eine Magnetnadel; und doch bleibt die Wirkung einer 4 L. dicken Lage von Kupferplatten unvermehrt, wenn man sie durch die vorige Scheibe, die nun höchstens 5 L. von dem Magnete absteht, vermehrt; also übt letztere auf den Magnet keine Wirkung mehr aus. Was aber hier vom Kupfer gilt, muss von andern des Magnetismus noch weit weniger empfänglichen Substanzen bei noch viel geringeren Entfernungen Statt finden. Dieser Umstand macht es aber nothwendig, bei Oscillationsversuchen selbst den Luftschirm, der sich zwischen dem Magnet und dem zu prüfenden Körper befindet, zu entfernen, wenn man ganz reine Resultate erhalten will, und wie schon Arago angerathen hat, Versuche im luftleeren Raume anzustellen.

II. Ueber eine neue Classe electrochemischer Erscheinungen von L. Nobili.

(Biblioth. univ. Décemb. 1826.)

Wiewohl die chemische Wirkung der Volta'schen Säule schon mehrere Jahre bekannt ist, so erstrecken sich doch unsere Kenntnisse über diese Art der Zersetzungen nicht sehr weit. Alles, was wir mit Gewiss-

heit wissen, lässt sich auf den bekannten Satz zurückführen, dass sich der Sauerstoff und die Säuren zu dem positiven Pol, der Wasserstoff aber und die alkalischen und metallischen Basen zu dem negativen Pol begeben. Diese Trennung der Elemente fordert, so zu sagen, keine besondere Vorsicht; es reicht hin zu ihrer Hervorbringung, die zu zersetzende Flüssigkeit mittelst zweier Platindrähte, die darein getaucht sind, und zugleich mit den beiden Polen der Säule in Communication stehen, in den electrischen Kreis zu bringen. Ich habe diese ursprüngliche Einrichtung des Apparates abgeändert, und Resultate erhalten, welche ein neues Feld zu Untersuchungen zu eröffnen scheinen. Ich wendete einen Kunstgriff an, welcher dem ähnlich ist, welchen Wollaston zu Hülfe nahm, um das Wasser mittelst der gemeinen Electricität zu zersetzen. Dieser Physiker setzte die Flüssigkeit der Einwirkung electrischer Funken aus, die er aus den Enden zweier sehr feiner mittelst Glasröhren isolirter Drähte zog. Ich habe auf gleiche Weise den von einem Pol kommenden Strom in einem Platindraht concentrirt, dessen Ende in die Flüssigkeit reichte, führe aber den Strom des anderen Poles in einen ausgedehnten Leiter, der an dem in die Flüssigkeit getauchten Ende eine auf seiner Richtung senkrechte Scheibe oder eine Fläche von was immer für einer Gestalt hat, die dem Ende des Platindrahtes nahe gegenübersteht. Der Abstand beider beträgt etwa eine halbe Linie, und lässt sich durch eine besondere Vorrichtung reguliren. Die Erscheinungen, welche ich hier beschreiben will, zeigen sich an der Oberfläche der Platte: sie hängen von der Natur des Leiters ab, und beginnen an dem Puncte,

welcher dem Drahtende gerade gegenübersteht. Letzterer zeigt bei den hier zu erörternden Phänomenen nichts bemerkungswerthes, er braucht nicht geändert zu werden; es ist gut, wegen der längeren Dauer, und um für mehrere Fälle zu dienen, wenn er von Platin, und am Ende fein ausgezogen ist. Die Erscheinungen treten in kurzer Zeit ein, wenige Secunden reichen zu einem Versuche hin, und es wird nur ein mässiger electrischer Strom dazu erfordert; ich erzeugte ihn immer aus 12 kleinen Elementen von 1 Q. Zoll Oberfläche. Ich werde meine Beobachtungen in der Ordnung auseinander setzen, wie ich sie gemacht habe, ohne für jetzt zu sehr ins Einzelne einzugehen, und ohne eine Theorie vorzuschlagen. Diese Darstellung soll nur die Physiker aufmuntern, selbst eine Classe von Erscheinungen zu beobachten und zu verfolgen, die mir neu zu seyn scheint, und die man gar leicht erhalten kann. Diese Erscheinungen ändern sich mit dem Pole, an dem der flache Leiter befestiget ist. Um jeder Irrung vorzubeugen, will ich zu dem Metalle, das zum Versuch genommen wurde, den Namen des Poles setzen, an dem es angebracht war.

Schwefelsaures Kupfer. *) Dieses Salz wurde mit Silber, Platin, Zinn, Wismuth und Messing versucht, aber nur Silber und Messing gaben deutliche Erscheinungen. Auf dem positiven (d. h. mit dem Zinkpole verbundenen) Silber

*) Dieses und alle in dieser Abhandlung vorkommenden Salze waren in destillirtem Wasser aufgelöset, ich nahm auf das Mischungsverhältniss keine Rücksicht, doch wendete ich immer sehr starke Auflösungen an. Diese verschiedenen Präparate verdanke ich der Gefälligkeit und dem Talente des Hrn. Merosi Prof. der Chemie zu Reggio.

formten sich, dem negativen Leitungsdrahte gegenüber, 4 oder 5 concentrische Kreise, die abwechselnd hell und dunkel waren.

Auf negativem (d. i. mit dem Kupferpol verbundenem) Silber bildeten sich gewöhnlich durch Absatz des Kupfers, das von der Zersetzung des Salzes herrührte, 3 concentrische Kreise; der grösste und kleinste derselben war dunkelroth, der mittlere heller, wie die Farbe des Kupfers im metallinischen Zustande und in dem der Oxydation. Ein wenig Salpetersäure greift diese drei Kreise an, die aus Oxyd gebildeten verschwinden fast ganz, der von metallinischem Kupfer erscheint durch Oxyd unterbrochen. Manchmal bilden sich statt dieser 3 Kreise 4 — 5 derselben, deren Farben wie im vorhergehenden Falle abwechseln.

Auf positivem Messing bilden sich verschiedene concentrische Figuren, die wenn man sie mit einem Tuche abwischt, als 5 concentrische Kreise von der Farbe des Messings erscheinen, deren aber einige heller sind als andere, und mit einander abwechseln.

Auf negativem Messing erscheint der Kupferabsatz in Kreisen von 2 Farben wie auf Silber.

Schwefelsaures Zink. Auf positivem Silber erscheint im Mittelpuncte ein dunkler Fleck, dann ein hellgelber Kreis, dann ein schwach blauer und endlich eine schöne ins Gelbe spielende Zone. Auf positivem Messing zeigen sich 5 kleine Kreise von Kupfer mit 2 Farben, einer helleren und einer dunkleren, die mit einander abwechseln. Es scheinen dieses die Farben zu seyn, welche das Kupfer im oxydirten und metallinischen Zustande hat.

Schwefelsaure Magnesia. Auf positivem

Silber 5 concentrische Kreise, wovon ein lichter mit einem dunklen abwechselt. Der 5te ist am ausgezeichnetsten, er ist mit einer blass gelben Glorie umgeben, die sich ins Violette verliert. Die Bildung dieser Kreise ist den mit schwefelsaurem Kupfer erhaltenen ähnlich, jedoch nicht von einerlei Natur.

Auf positivem Messing wechseln 5 kleine helle und dunkle Kreise mit einander ab.

Auf positivem Wismuth erscheinen 4 Kreise, der kleinste ist weiss, der zweite dunkler, der dritte blassgelb, der vierte schwarz. An der negativen Seite zeigt sich nichts besonderes.

Salpetersaures Wismuth. Auf negativem Gold und Silber erscheinen 4 oder 5 concentrische, verschieden farbige aber nicht ganz deutliche Kreise. Die Farben dieser Kreise scheinen die zu seyn, welche das Wismuth beim Oxydiren annimmt. Ein wenig Salpetersäure bringt in der Mitte das Metall zum Vorschein, das als Leiter gedient hat.

Essigsaures Blei. Auf polirtem Golde und Platin bilden sich in wenigen Augenblicken verschiedene concentrische irisirende Kreise, die so schön sind, wie die Newton'schen Farbenringe. Sie erweitern sich wie Wellen; ihre Lebhaftigkeit und Reinheit hängt grösstentheils von der Politur der Oberfläche ab, auf der sie entstehen. Auf wenig polirten Flächen zeigen sie sich im Allgemeinen schwach und verwirrt. Sie widerstehen einer mässigen Hitze, Salpetersäure macht sie aber ganz verschwinden. Dieser Umstand, verbunden mit anderen Betrachtungen, die sich von selbst dem Geiste darbieten, lassen wenig Zweifel über die Natur des Phänomens zurück: es scheint nur

von dünnen Plättchen herrühren zu können, die sich durch Einfluss des electrischen Stromes an der Oberfläche des Goldes und Platins absetzen.

Wenig abwechselnd und scharf erscheint dieses Phänomen, wenn man die Endpuncte der negativen Seite vermehrt, und sie in regelmässige Gestalten, wie in ein Dreieck, Quadrat etc. bringt. So viel Puncte man da hat, so viele Systeme concentrischer irisirender Ringe erscheinen an der gegenüberstehenden Platte; sie durchkreuzen sich aber nicht, während sie sich erweitern, wie dieses Wellen thun würden, sondern sie erweitern sich bloss, sobald sie sich berührt haben, nach Aussen, und bilden so einen einzigen Umriss. Beim Anblick dieser Erscheinung fallen einem die vibrirenden Flächen von Chladni, Paradisi und Savart bei, die sich am Sande zeigen, der eine vom Mittelpuncte aus in Vibrationen versetzte Fläche deckt.

Positives Silber zeigt auch diese Iris, jedoch viel weniger deutlich als Gold und Platin. Blei, Zinn, Kupfer, Wismuth und Spiessglanz zeigen nichts Merkwürdiges.

Essigsäure. Auf positivem Gold und Silber beobachtet man nichts, ausser dass sie sich etwas färben, wie mit essigsaurem Blei.

Essigsaures Kupfer. Auf positivem Platin, Gold und Silber erscheint nichts, oder fast nichts Merkwürdiges. Nicht so auf diesen negativen Metallen. Auf Silber z. B. bilden sich oft concentrische Kreise, die der Luft ausgesetzt, folgende Farben annehmen: Im Mittelpuncte dunkelblau, dann gelblich roth, hierauf minder dunkelblau, und endlich gelb-

lichroth in einem anderen Tone, das einen etwas breiteren Ring bildet, als der erste ist. Ein wenig Salpetersäure macht den äusseren Ring verschwinden; die drei inneren Kreise zeigen die gewöhnlichen Farben des Kupfers in den zwei Oxydationszuständen und im metallischen. Im Mittelpuncte zeigt sich ein Oxyd, dann das reine Metall, und hierauf wieder ein Oxyd.

Platin und Gold zeigen analoge Erscheinungen.

Essigsaurer Baryt. Auf positivem Gold und Platin erscheint nichts besonders, auf positivem Silber sieht man drei kleine concentrische Kreise, die abwechselnd hell und dunkel sind.

Essigsaures Kali. Auf positivem Gold und Platin erscheint nichts besonderes.

Auf positivem Silber zeigt sich ein dunkler Kreis in der Mitte von drei anderen von vier L. Durchmesser, die von einem sehr glänzenden Silberstreifen umgeben sind, auf welchem eine Glorie mit verschiedenen aber schwachen Farben erscheint. Der dunkle Kreis erhält seine eigene Farbe erst im Augenblicke, wo man die Kette öffnet; man könnte sagen, der Schleier, der die äusseren Kreise deckt, zieht sich ins Centrum zusammen, im Augenblicke, wo die Wirkung des electrischen Stromes aufhört. So scheint es wenigstens dem Auge. Diese letztere Erscheinung verdient Aufmerksamkeit, um so mehr, da sie sich mir nur bei essigsaurem Kali zeigte.

Essigsaures Quecksilber. Es wurde mit Gold und Kupfer versucht, ohne weder an der positiven noch an der negativen Seite etwas besonderes zu zeigen.

Essigsaures Kupfer und Blei mit einander

gemengt. Auf positivem Gold und Platin eine schöne Iris, wie dieses dieselben Metalle an essigsaurem Blei allein zeigen.

Soll wohl dieses Salz das einzige seyn, welches die am schwersten oxydirbaren Metalle färbt? Wenn aber, wie es scheint, die Iris von den electro-negativen Stoffen der Auflösung herrührt, die sich in dünnen Schichten an der Oberfläche der zwei Metalle absetzen, warum geschieht dieses nicht auch mit den anderen Metallen? Dieser Fall gäbe wohl dem Scharfsinne der Chemiker würdigen Stoff zum Nachdenken.

Auf negativem Silber bildet sich eine grosse Anzahl concentrischer Kreise, die gewöhnlich auf folgende Weise angeordnet sind: in der Mitte ein dunkler Kreis, dann ein gelber ins Rothe spielender, dann ein dritter dunkel schwarzer, ein schöner Ring von purem Kupfer, ein anderer schwarzer aber doch minder dunkler als der dritte, und endlich eine Zone von schwacher Kupferfarbe. Eine dünne Schichte Salpetersäure, die man über diese Kreise hingehen lässt, bringt im Centrum den Silberglanz zum Vorscheine, der von vier Kreisen aus Kupfer im Zustande der Oxydation und im metallischen umgeben ist, welche auf die gewöhnliche Weise mit einander abwechseln, aber durch eine oder zwei Schichten von Salpetersäure noch deutlicher hervortreten.

Salzsaures Zinn. Es wurde auf Gold, Wismuth und Stahl im positiven und negativen Zustande untersucht, zeigte aber nichts anders als auf positivem Wismuth die abwechselnd hellen und dunklen Kreise.

Salzsaurer Kobalt. Auf positivem Silber con-

centrische ziemlich deutliche Iris: um sie möglichst schön zu erhalten, muss man einen sehr schwachen electrischen Strom anwenden, wie ihm 4—5 kleine Elemente liefern.

Weinsteinsaures Antimonkali (Brechweinstein). Auf positivem Silber erscheinen 5 Kreise in folgender Ordnung von der Mitte aus: ein dunkler, ein silberfarbner, ein azurblauer ins violette spielender, ein silberweisser, ein violetter nach aussen schwacher.

Auf negativem Silber 5 andere concentrische Kreise: schwarz, röthlich gelb, schwarz, hellblau, schwach dunkel.

Chlorsaures Platin. Auf pos. Silber in der Mitte ein dunkler Fleck, dann ein aschfarbner Kreis, hierauf eine schwache Iris.

Auf negativem Silber in der Mitte ein schwarzer Fleck, dann ein heller Kreis, dann ein dunklerer von einer schwachen Iris umgeben und endlich ein fast schwarzer.

Auf positivem Platin nichts; auf demselben negat. Metall zwei kleine ins schwarze spielende Kreise von einem weissen umgeben.

Salpetersaures Silber und Kupfer gemengt miteinander. Auf pos. Silber in der Mitte ein silberglänzender Kreis, dann ein zweiter wie Silber glänzender, hierauf ein schwach schwarzer.

Phosphorsäure. Auf pos. Silber in der Mitte ein kleiner gelber Kreis, dann ein röthlicher, dann ein silberglänzender, hierauf eine grosse Glorie von verschiedenen Farben, die mit Gelb anfängt und mit Violet aufhört.

Sauerkleesäure. Auf positivem Silber drei sehr deutliche Kreise, ein gelber, röthlicher und wieder ein gelber aber grösserer.

Kohlensäuerliches Kali. Auf positivem Silber schöne concentrische Kreise, die man sich erweitern sieht, und die zuletzt eine schöne Farbenabstufung zeigen. Ich habe das Silberplättchen mit Musselin bedeckt, um zu sehen, ob dadurch die Erscheinung geändert werde, konnte aber keine Aenderung bemerken.

Auf positivem Gold und Zinn zeigte sich nichts.

Kochsalz. Auf positivem Silber eine Reihe concentrischer von einer Iris umgebener Kreise. Die Erscheinung ist aber hier minder bestimmt, als in den vorhergehenden Fällen; es erhält seinen Glanz nur kurze Zeit. Durch Berührung mit der Luft werden die Farben etwas geschwächt und undeutlich. Erwärmt man die Silberplatte plötzlich, so nehmen alle Ringe eine schöne rothe Farbe an, deren Intensität in den verschiedenen vorher existirenden Kreisen varirt, hierauf aber bekommen sie eine grosse Beständigkeit. Zuletzt verschwinden unter dem Einfluss der Wärme einige der äusseren Ringe, so wie ein Theil der in der Mitte befindlichen. Dieses scheint mir leicht erklärbar zu seyn. Die Ablagerung der dünnen Lagen der electro-magnetischen Substanzen beginnt in der Mitte der Silberplatte und schreitet von da immer schwächer nach Aussen fort. Die äusseren Schichten sind ungemein dünn und werden durch die Wärme zerstreut. Gegen den Mittelpunct ist der Absatz bedeutender, aber desshalb bildet sich auch eine Art Kruste, die im Feuer feine Risse bekommt und das Metall verlässt.

Auf positivem Kupfer: Abwechselnde helle und

dunkle Kreise, die vom Mittelpuncte ausgehen, welcher selbst frei bleibt.

Auf positivem Messing verschiedene concentrische Kreise, die mit einem Tuche gereiniget dem Auge 3—4 abwechselnd rothe und gelbe Ringe darbieten. Die rothen kommen vom Kupfer des Messings, welches das in ihm enthaltene Zink verliert.

Auf positivem Zinn und Platin nichts.

Salzsaure Soda, Kali und Ammoniak. Diese Substanzen wirken fast wie Kochsalz*)

Kohlensäuerliche Soda. Auf positivem Silber eine Reihe verschieden farbiger Kreise, unter denen sich die blaue Farbe auszeichnet.

Schwefelsaure Soda. Auf positivem Silber 5 kleine concentrische Kreise, in der Mitte ein schwarzer Punct, dann ein blauer heller Kreis, dann 2 andere dunkle, die durch einen helleren getrennt sind.

Harn. Auf positivem Silber eine äusserst glänzende Iris um einen dunklen Mittelpunct. Getrocknet erhalten sie sich in der Luft.

Harnstoff. Wirkt fast wie Harn, bringt aber bestimmtere Farben hervor,

Harn und Kochsalz. Auf positivem Silber ist

*) Alle diese Salze üben auf das positive Messing eine grössere oder kleinere Wirkung aus, aber die abwechselnden Kreise von Kupfer erscheinen am salzsauren Kali am deutlichsten. In diesem Ealle ist die Nähe der negativen Spitze gegen das Messing so wesentlich, dass die ganze Wirkung bei einer Entfernung von 1 — 2 L. unterbleibt. Ich bemerke diesen Umstand als eine zu beobachtende Regel für jene, die eine Legirung auf diesem Wege zu Stande bringen wollen, der sich so wirksam zeigt.

das Phänomen wie im vorhergehenden Falle, aber die Farbenringe sind zahlreicher und feiner. Im Feuer nehmen sie eine schöne rothe Farbe an, ohne dass sie sich mit den Nuanzen, die bleiben, confundiren.

An positivem Platin keine Wirkung.

Auf positivem Messing und Kupfer eine kleine Anzahl unbedeutender Kreise.

Ich habe meine Versuche nicht weiter verfolgt; sie führen aber vielleicht selbst in den jetzigen Grenzen auf wichtige Folgerungen. Für jetzt bieten sich mir nur die zwei folgenden Resultate dar. Das erste ist die wiedererkannte Eigenschaft gewisser electro-negativer Substanzen, sich unter bestimmten Umständen an die Oberfläche eines der minder oxydirbaren Metalle in sehr dünnen und ganz regelmässigen Schichten abzusetzen, und so unter tausend verschiedenen Formen das schöne Phänomen der Farbenringe zu erzeugen. Wahrscheinlich werden die Künste dieses neue Färbungsmittel anwenden, und vielleicht wird man ohne viele Mühe es auf Verzierungen von Luxuswaaren anwenden.

Endlich wenn sich electro-negative Substanzen an Metalle in dünnen Schichten absetzen; so greifen sie im Allgemeinen ihre Oberfläche an, aber nicht gleichförmig, oder wie man glauben sollte, mit einer Kraft, die vom Centrum aus stettig immer kleiner wird, sondern in regelmässigen Intervallen nach einem Gesetze, das dem der Interferenz ähnlich ist.

Am negativen Pole, wo sich die electro-positiven Substanzen absetzen, bemerkt man dasselbe Phänomen, nämlich die abwechselnden Kreise vom Oxyd und dem reinen Metall. Diese Abwechslung ist das

zweite Resultat. Sollte wohl der electrische Strom dem Gesetze der Interferenz unterliegen? Es gibt hier ohne Zweifel gewisse Abwechslungen, aber um sie in ihrem wahren Werthe wahrzunehmen, muss man neue Versuche anstellen.

III. Ueber das Verhältniss zwischen electrischen und chemischen Erscheinungen von H. Davy.

(Ausgezogen aus den Phil. trans. 1826.)

Neue Entdeckungen im Reiche der Naturwissenschaften, welche sich an das bisher Bekannte nicht völlig anschliessen wollen, reitzen leicht zur Aufstellung neuer Hypothesen. Darum sind diese in unseren Tagen, wo alles rastlos fortschreitet, keine grosse Seltenheit. Allein, dass eine Hypothese, die aufgestellt wurde, als kaum die ersten Elemente eines neuen Theiles der Naturlehre bekannt waren, sich unverändert erhält, und noch genüget, wenn dieses Gebiet sich ins unermessliche erweitert hat, davon wird man nicht gar viel Beispiele anführen können. Von der Art ist aber Davy's Ansicht über den oben genannten Gegenstand, die er schon im ersten Jahre dieses Säculums aufstellte, und die nun nach Verlauf von mehr als 20 Jahren ihm noch als Basis und Führerinn bei allen seinen Untersuchungen dient. Die Zusammenstellung des neuesten, was er zur Begründung seiner Ansicht gethan hat, enthält der Aufsatz, der hier in möglich-

ster Kürze mitgetheilt wird, mit gänzlicher Hinweglassung der historischen Einleitung.

Er bediente sich bei diesen Forschungen zweier verschiedener Instrumente, deren eines das Daseyn eines electrischen Stromes, das andere das einer electrischen Spannung angab. Ersteres bestand aus Schweiggers Multiplicator, der aus $\frac{1}{70}$ Z. dickem Silberdraht bestand und 60 Windungen hatte für schwache electrische Ströme, oder aus einem Instrumente, das im Ganzen mit Nobilis Multiplicator übereinstimmt; das andere war Bennet's Electrometer mit dem Condensator, oder in einigen Fällen das Electrometer von Behrens (Bohnenberger) mit einer trockenen electrischen Säule aus 400 Plättchen von Gold und Silber die $\frac{1}{2}$ Z. im Durchmesser hatten, zwischen deren Polen ein Goldplättchen oder besser ein mit Kohlenstaub leitend gemachter Seidenfaden hing. Statt dieser brauchte er manchmal eine Säule aus 50 eben so grossen Scheiben von Silber und Zink mit papiernen Zwischenscheiben. Davy setzt aber auf die Angaben dieser letzteren zwei Instrumente kein grosses Vertrauen, weil sie oft durch äussere Einflüsse modificirt werden.

1.

Electrische und chemische Erscheinungen, die ein Metall in Berührung mit einer Flüssigkeit liefert.

Diese Wirkungen geben einem den besten Begriff über das electro-chemische Verhalten, und sind fast ganz neu. Taucht man in eine wässerige Auflösung von Schwefelkali gleichzeitig zwei blanke Ku-

pferstücke, deren jedes mit einem der Platindrähte des Multiplicators verbunden ist, so bemerkt man keine Wirkung; geschieht dieses Eintauchen aber successiv, so erscheint diese recht deutlich, ja wenn der Zeitunterschied beim Eintauchen bedeutend ist, sehr heftig, und das zuerst eingetauchte Metallstück zeigt sich negativ, das andere positiv-electrisch. In letzterem Falle hat man es eigentlich nicht mehr mit zwei, sondern mit 3 Körpern, nämlich mit zwei Metallen und einer Flüssigkeit zu thun; denn das zuerst eingetauchte Metall überzieht sich mit Schwefelkupfer, welches gegen das andere reine Kupfer negativ-electrisch ist. Manchmal zeigte sich aber Davy eine von dieser sehr abweichende Erscheinung; indem nämlich das metallische Kupfer dem bereits schon früher in die Schwefelkalilösung getauchten gegenüber als negativ-electrisch auftrat. Davy fand die Ursache dieser Anomalie darin, dass sich Kupferperoxyd nicht bloss gegen metallisches Kupfer, sondern auch gegen Schwefelkupfer negativ-electrisch verhält. Eine andere bei diesem Versuche merkwürdige Erscheinung ist diese: Bringt man ein Stück Kupfer mit einem Drahte des Multiplicators in Verbindung, lässt es eine Minute lang in der wässerigen Schwefelkalilösung, taucht dann ein anderes mit dem zweiten Drahte communicirendes Kupferstück hinein; so erlangt dieses oft eine starke negativ-electrische Ladung, die eine ganze Umdrehung an der Magnetnadel bewirkt. Letztere kehrt aber gleich wieder zurück und nimmt die Stellung an, welche zeigt, dass das zuerst eingetauchte Metall negativ-electrisch ist. Diese Wirkung hält mehrere Minuten an, wird dann schwächer und endlich

erscheint gar die erste Metallplatte positiv-electrisch. Die erste dieser Wirkungen rührt von der durch das polirte Kupfer bewerkstelligten Entladung der durch Berührung erregten negativen Electricität her, bevor der durch metallische Berührung erzeugte Zustand hergestellt ist; die zweite hat ihren Grund in der Ablösung kleiner Schichten von Schwefelmetall, und die Oxydation der dadurch entblössten Theile der Oberfläche bewirkt die dritte Wirkung.

Die Hydro-Sulphuride geben überhaupt mit Kupfer eine so grosse electrische Spannung, dass Davy diesen Umstand dazu benützte, eine kleine Volta'sche Säule aus oxydirten und blanken dünnen Kupferplatten zu bauen, die Wasser zu zersetzen vermochte. Mit Blei und dessen Legierungen, mit Zinn und Eisen fallen die Phänomene eben so aus, nur viel schwächer. Zink hingegen, Platin und die Metalle, die in obiger Auflösung keine chemische Aenderung erleiden, geben auch keine Wirkung dieser Art; Silber und Palladium, die mässig auf sie wirken, geben sehr deutliche Wirkungen; jedoch sind die darin gebildeten Producte gegen die reinen Metalle positiv-electrisch. Ueberhaupt zeigen die leichter oxydirbaren Metalle ein entgegengesetztes Verhalten gegen die schwerer oxydirbaren.

Im Allgemeinen tritt in jedem Falle, wo sich beim Eintauchen eines Metalles in eine Flüssigkeit eine Substanz bildet, die an der Oberfläche derselben hängen bleibt, bei einem Metalle und einer Flüssigkeit ein electrischer Strom. Nicht einmal die sogenannten edlen Metalle machen davon eine Ausnahme. Auch erscheint ein Metall alsogleich electrisch, wenn

man durch Hitze das Entstehen einer Oxydschichte begünstiget, oder auch nur eine Oxyddecke künstlich aufträgt, und stets ist die oxydirte Oberfläche negativ-electrisch.

Noch deutlicher zeigt sich die Verbindung der electrischen und chemischen Phänomene an den Aenderungen, die letztere in ersteren hervorbringen. So gibt der Sauerstoff, der allen Metallen als electronegativ, und der Schwefel, der allen als electro-positiv gegenüber steht, durch Verbindung mit Metallen, die gegen sie electro-positiv sind, negative Producte. Zinn, das in einer Säure auf einer Seite matt gemacht wurde, verhält sich einige Zeit gegen eine alkalische Lösung negativ, verliert aber diesen Zustand nach und nach, so wie durch das entwickelte Hydrogen das Oxyd reducirt wird, dafür wird aber die andere vom Alkali angegriffene Seite negativ, und die ihr entgegengesetzte geht in den positiven Zustand über.

2.

Ueber die Verbindungen aus zwei unvollkommenen und einem guten Leiter, oder aus zwei Flüssigkeiten und einem Metalle oder einer Kohle.

Unvollkommene Leiter der Electricität, wie z. B. Wasser und Salzauflösungen scheinen der electrischen Polarität nicht fähig zu seyn, wenigstens sind sie es nicht bleibend. Ist ihr electrisches Gleichgewicht gestört, so stellt sich dieses durch eine besondere Anordnung oder eine Anziehung der Elemente sehr

schnell wieder her. Leitet man den Strom einer kräftigen Volta'schen Säule durch eine Auflösung von salzsaurem Kalk, und bringt mehrere Platindrähte in die Kette, so zeigt jeder einen positiven und einen negativen Pol, und doch theilt sich die Flüssigkeit nicht in einen negativen und einen positiven Theil. Sobald man die Polardrähte weggenommen hat, verschwinden alle electrischen Phänomene auf der Stelle, und die Drähte, die mit den Polen der Batterie nicht communiciren, zeigen keine Spur von Electricität.

Ganz trockene Säuren und Alkalien, wie z. B. Sauerkleesäure und Kalk werden durch Berührung wie andere Körper positiv und negativ electrisch. Aber bei ihrer Verbindung wird keine Electricität frei, sondern die dabei bemerkte Electricität kommt auf Rechnung der Berührung der Metalle und der Flüssigkeiten. Diesen Satz beweiset Davy durch mehrere Versuche: Es wurde in ein Glas, in welchem sich eine mit dem Multiplicator communicirende Platinplatte befand, eine Salpeterauflösung gegeben, und in ein anderes auch mit einer Platinplatte, die mit dem andern Draht des Multiplicators communicirte, versehenes, Salpetersäure; sobald man sie durch ein mit Salpeter getränktes Stück Asbest verband, zeigte die Magnetnadel eine sehr starke electrische Wirkung, die von Seite des Platin in der Säure negativ war, und eine bleibende Ablenkung von 60° hervorbrachte. Wurde statt der Salpetersäure eine Kalilösung genommen, war die Nadel nur um 10° abgelenkt. Ward der Asbest in diesem Versuche mit concentrirter Salpeterauflösung getränkt, so betrug die Ablenkung der Nadel 65°, und doch konnte hier keine schnelle chemi-

sche Wirkung eintreten, weil die Salpeterlösung specifisch leichter ist, als beide andere Flüssigkeiten. Wenn man statt des getränkten einen trockenen Asbest als Verbindungsmittel anwendete, so konnten sich die Säure und das Alkali nur vermöge der Capillarität einander begegnen, sich erwärmen und vereinigen. Da war aber die electrische Wirkung immer geringer, je vollkommener die Verbindung wurde, und zuletzt verschwand sie ganz. Sind die Platinbleche mit concentrirter Salpeterauflösung in Verbindung, und die Communication mit Salpetersäure und Kalilösung hergestellt, so zeigt sich auch keine electrische, aber eine starke chemische Wirkung.

Wird Platin mit einer Säure in Berührung gebracht, so erscheint es an der Berührungsstelle als negativer Pol; als positiver hingegen dort, wo es ein Alkali berührt. Rhodium, Iridium und Gold verhalten sich auf gleiche Weise. Mit Silber und Palladium erfolgt gar eine starke Wirkung, besonders mittelst Salpetersäure. Eben so fällt das Resultat mit Kohle und den oxydirbaren Metallen aus. Immer ist die Wirkung desto kräftiger, je stärker die chemische Anziehung ist, falls kein Hinderniss entgegenwirkt. Daher kommt es auch auf die Beschaffenheit der flüssigen Körper an. Am stärksten wirkt Königswasser, dann folgt Salpetersäure und die übrigen in folgender Ordnung: Salpetrige Säure, Schwefelsäure, Phosphorsäure, vegetabilische Säuren, schweflige Säure, Schwefelwasserstoffsäure, Pottasche, Soda, Baryt, Ammoniak etc. Es müssen aber immer concentrirte Auflösungen genommen werden, sonst zeigen sich oft gerade entgegengesetzte Phänomene. Auflösungen von Sulphuriden wir-

ken wie Alkalien, jedoch mit der Beschränkung, welche aus der Bildung eines neuen adhärirenden Stoffes hervorgeht. Wasser, oder eine Salzauflösung wirkt im Gegensatze mit Alkali wie eine Säure, mit Ausnahme jener neutraler Salzauflösungen, die wegen ihres Sauerstoffes oder Luftgehaltes auf oxydirbare Metalle anders wirken.

3.

Verbindung aus zwei vollkommenen Leitern und einer Flüssigkeit.

In einer Verbindung aus zwei vollkommenen Leitern und einer Flüssigkeit wird in der Regel das leichter oxydirbare Metall positiv, das andere negativ-electrisch. Doch ist diese Qualität keineswegs als dem Metalle von Natur eigen zu betrachten, sondern durch eine chemische Wirkung bestimmt. So sind Amalgame, wie z. B. aus Zink, Zinn gegen die reinen Metalle, das reine Zink oder Zinn positiv-electrisch, wiewohl leichter oxydirbar, und selbst die metallischen Basen der Alkalien können, mit Quecksilber amalgamirt, eine sehr intensive electro-positive Spannung einer vielmal grösseren Quecksilbermasse ertheilen. Die durch Berührung der Metalle entstehende Electricität ist in der Regel viel intensiver, als die durch Berührung von Flüssigkeiten mit Metallen erregte, darum wird erstere gewöhnlich durch letztere nicht umgekehrt; doch gibt es Fälle, wo dieses geschieht. So ist Zinn in einer starken Kaliauflösung positiv gegen Zink in einer Säure, und

Eisen, das gegen Kupfer in allen sauren und salzigen Flüssigkeiten positiv ist, wird gegen dasselbe negativ, sobald es in Berührung mit Sulphuriden oder Alkalien ist. Kennt man die Stärke der Electricität, welche zwischen gewissen festen und flüssigen Körpern erregt wird, so wird man leicht die Mittel treffen, um die Berührungselectricität der Metalle zu verstärken oder zu schwächen.

Die chemische Wirkung, welche in einer Verbindung der Art Statt findet, sucht das electrische Gleichgewicht beständig herzustellen, daher auch kein solcher Electromotor fortwährend wirkt. Die meisten Flüssigkeiten, die in der Volta'schen Säule vorzüglich wirken, enthalten Wasser; allein dieses ist nicht unumgänglich nothwendig, denn Zink und Platin gibt mit wasserfreien geschmolzenen Salzen eine starke Electricität. Davy hat bekanntlich vor mehreren Jahren die Metalle nach ihrem electrochemischen Verhalten geordnet. Hier folget die Reihe vermehrt und verbessert, von dem Metalle angefangen, welche mit allen nachfolgenden electro-positiv ist.

Mit gewöhnlichen Säuren: Kalium und sein Amalgam, Barium und sein Amalgam, Zinkamalgam, Zink, Ammoniakamalgam (?), Cadmium, Zinn, Eisen, Wismuth, Spiessglanz (?), Blei, Kupfer, Silber, Palladium, Tellur, Gold, Kohle, Platin, Iridium, Rhodium.

Mit alkalischen Auflösungen: Die Basen der Alkalien und ihre Amalgame, Zink, Zinn, Blei, Kupfer, Eisen, Silber, Palladium, Gold, Platin etc.

Mit Hydro-Sulphuriden: Zink, Zinn, Kupfer, Eisen, Wismuth, Silber, Platin, Palladium, Gold, Kohle.

4.
Anhäufung der Electricität, und die dadurch erzeugten chemischen Aenderungen in Volta's Apparat.

Der berühmte Erfinder der electrischen Säule betrachtete die Metalle als das einzige wirksame darin, und sieht die chemischen Wirkungen, welche sich in dem flüssigen Zwischenkörper ergeben, als etwas nur zufällig mit dem electrischen Strome Verbundenes an. Nach Davy ist zwar schon die Unwirksamkeit solcher Apparate, wo keine chemische Wirkung vor sich geht, dieser Ansicht entgegen; allein er führt noch andere Erscheinungen an, welche ihr ungünstig sind: Bringt man mit dem Multiplicator ein Stück Platin und ein Stück Zink in Verbindung, deren jedes in ein Gefäss getaucht ist, das eine Salpeterauflösung enthält, und verbindet beide Gefässe mittelst eines mit Salpeter getränkten Asbestes; so zeigt die Magnetnadel eine electrische Wirkung an. Diese wird gesteigert, wenn man beide Gefässe mittelst eines aus Zink und Platin bestehenden Bogens so verbindet, dass daraus eine Volta'sche Combination hervorgeht. Bringt man aber einen reinen Zinkbogen hinein, so wird der Effect wieder kleiner seyn, als im letzteren Falle, aber doch grösser als im ersteren. Der dem Platin gegenüber liegende Zinkpol wird oxydirt, und am anderen entwickelt sich Hydrogen. Substituirt man dem Zinkbogen einen aus Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Tellur, so nimmt die Electricität in dem Grade ab, in welchem die Oxydabilität der Metalle abnimmt; mit Tellur, Rhodium, Palladium und Platin erhält man

keine electrische Wirkung mehr; Platin und Tellur verhalten sich aber wie Zink, wenn man sie in verdünntes Königswasser eintaucht. Dass diese Verminderung nicht von der verringerten Leitungsfähigkeit abhänge, zeigt der Umstand, dass Kohle, ein sehr unvollkommener Leiter, wie ein oxydirbares Metall wirkt. Demnach ist die Zerstörung der positiven Oberfläche durch chemische Wirkung als unerlässliche Bedindung zur Erzeugung der Electricität anzusehen, und die blosse Berührung der Metalle ist dazu nicht hinreichend.

Wendet man mehrere Gefässe an, wie vorhin angegeben wurde, die mit einander mit Bogen aus Platin und Zink verbunden werden, und wovon die zwei äussersten mit dem Multiplicator verbunden sind; so vermindert ein Stück Platin, das statt eines solchen Bogens angewendet wird, die chemiche Wirkung, ohne sie jedoch ganz aufzuheben. Bei einer Vorrichtung von der Art mit 100 Bögen beträgt diese Verminderung $\frac{1}{100}$ etc.

Da die chemischen Veränderungen stets das gestörte electrische Gleichgewicht herzustellen suchen, so müssen in dem Falle, wo Metalle, die sonst unwirksam sind, mit wirksamen in Verbindung gebracht werden, die chemischen Wirkungen in ersteren eine electrische Kraft erwecken, die der ursprünglich wirksamen entgegengesetzt ist, so dass nach der Trennung die sonst unwirksamen Bogen gerade eine entgegengesetzte Polarität zeigen. Um dieses in der Erfahrung darzustellen, nahm D. 6 Platinbögen, tauchte sie in Gefässe mit einer Salpeterauflösung, und

brachte die zwei äussersten mit den Polen einer Volta'schen Batterie von 50 Plattenpaaren in Verbindung. Jeder Bogen entwickelte an dem Ende, welches den Zinkpol vorstellte, Sauerstoff, und sammelte daselbst die Säure, am anderen Hydrogen. Sobald die 6 Bögen von der Batterie getrennt waren, hatte jeder seine eigene Kraft, nur waren die früher positiven Pole negativ geworden und umgekehrt. Mit Zinkbögen waren die Wirkungen noch auffallender, weil sich die Kraft des oxydirten Zinkes mit der durch Berührung der Säure entstandenen vereinigete; Bögen aus Zinn, Silber, Kupfer und anderen Metallen zeigten mit anderen Salzauflösungen, dass die electrische Wirkung solcher Verbindungen desto stärker ist, je leichter sich das Metall oxydiren lässt, und je concentrirter und zersetzbarer die Auflösungen sind. Die schwächste Wirkung gab ein Platinbogen in reinem Wasser, aber selbst in diesem Falle erlangte das Wasser einen geringen Grad von Alkalität an einem Pol und von Acidität am anderen. Daraus erklären sich leicht die Erscheinungen an Ritters Ladungssäule, und das, was La Rive *) im Betreff der Wirkung von Metallplatten bemerkte, die er in die Flüssigkeit stellte, welche die Elemente der Volta'schen Batterie von einander trennte.

---

*) La Rive theilte die Flüssigkeit, durch welche er den electrischen Strom leitete, durch verticale Platinbleche in mehrere Theile, und das Gefäss gleichsam in einzelne Zellen, wie bei einem Trogapparat, und fand, dass dadurch der electrische Strom sehr stark geschwächt wurde, und zwar in einem desto höheren Grade, aus je mehr Plattenpaaren dieser Strom kommt, bei vielen Platten war diese Abnahme kaum zu bemerken; (B.) Annales de Chimie 28. p. 208.

Es ist eine natürliche Folge der chemischen Veränderungen, welche im Kreise einer gewöhnlichen Volta'schen Batterie vor sich gehen, dass ein Theil einer solchen Batterie, der einige Zeit in Verbindung mit dem übrigen thätig gewesen war, und hierauf davon getrennt wird, nach diesem stärker oder schwächer wirkt, als wenn er gleich vom Anfange an für sich thätig gewesen wäre; je nachdem die Elemente dieses Theiles in verkehrter oder in einerlei Ordnung mit dem übrigen verbunden waren. 6 Bogen von Zink und Kupfer, die in eben so viele Gefässe mit Salpeterauflösung getaucht waren, wurden mit einer Volta'schen Batterie von 50 Plattenpaaren so verbunden, dass sie eine einzige Batterie gaben, wo alle Platten in derselben Ordnung auf einander folgten, und nach 10 Minuten davon getrennt, so dass sie als eigene Batterie wirken konnten. Sie zeigten eine sehr schwache Wirkung. Wurden sie aber in verkehrter Ordnung mit der Batterie verbunden, und nach derselben Zwischenzeit davon getrennt, gaben sie eine 3 bis 4mal stärkere Wirkung als vorhin.

5.

Allgemeine Beobachtungen und practische Anwendungen.

Die beiden Electricitäten an den Polen der Volta'schen Batterie können als Ueberführungsmittel der ponderablen Stoffe angesehen werden, die ihre Eigenthümlichkeiten erst dann wieder erlangten, wenn sie an ihrem Bestimmungsorte angelangt sind. Folgende Versuche sind besonders geeignet, dieses klar zu machen:

Davy brachte in ein 6 Z. weites gläsernes Gefäss eine Salpeterauflösung, auf dessen Boden sich mehrere mit Turnesol und Curcume gefärbte Papierstreifen befanden, die 2 Platinplättchen berührten, und durch ihre Farbenveränderung alsogleich die Anwesenheit einer Säure oder eines Alkali in jedem Theile der Flüssigkeit anzeigen mussten. Als die beiden Platten mit den Polen einer Volta'schen Batterie in Verbindung gesetzt waren, entwickelte sich das Alkali zuerst nur am negativen, die Säure nur am positiven Platin, sie mischten sich dann miteinander und bildeten um die Leiter einen Kreis ohne eine Spur einer Anziehung oder Abstossung der Flüssigkeit in der Richtung der Kette zu zeigen, nur mechanische Kräfte vermochten die Richtung der Ströme zu ändern. Ein anderer Versuch ist folgender: Davy füllte ein seichtes 10 Z. weites Gefäss mit Wasser, das $\frac{1}{100}$ seines Gewichtes schwefelsaures Kali enthielt, und liess auf den Boden ohne Ordnung 30 bis 40 Quecksilbertropfen im Gewichte von 10 — 100 Gran fallen. Wurden nun die Polardrähte einer Säule von 1000 Doppelplatten darein getaucht, und so der electrische Strom durchgeleitet, so fingen die in der Richtung des Stromes oder nahe dabei liegenden Tropfen an, sich zu bewegen, ihre negativen Pole verlängerten sich, näherten sich dem positiven Pol der Batterie, und dem der angrenzenden Tropfen, und ein Oxydstrom ging sehr schnell zum negativen Pol hin. Am negativen Pol der Tropfen entwickelte sich kein Hydrogen; als aber nach einigen Minuten die Wirkung gehemmt wurde, bemerkte man neue Kugelchen aus Kaliumamalgam, in welchem nach Herschels Erfahrung dem Quecksilber durch

durch das Kalium eine starke electro-positive Spannung zu Theil wird. Nach abermaligem Eintritte des electrischen Stromes begann diese Bewegung von Neuem, der negative Theil des Tröpfchens näherte sich der positiven Fläche u. s. f. Goss man aber ein Tröpfchen Salzsäure ins Wasser, so hörte diese Erscheinung augenblicklich auf, die Quecksilbertropfen nahmen ihre sphärische Gestalt wieder an, und es entwickelte sich am negativen Pol Wasserstoff. Hier hob die Säure die Wirkung des Kalium auf.

Viele Versuche haben bewiesen, dass man durch electro-chemische Mittel die Metalle gegen Oxydation schützen kann. Die vorzüglichsten Anwendungen machte man, um den Kupferbeschlag der Schiffe und der Kessel bei Dampfmaschinen gegen Oxydation zu schützen.

IV. Ueber das Festwerden der Erdschichten von J. Hall.

(Transact. of the Edinb. soc. Tom. X. p. 2.)

Hall war von jeher ein eifriger Anhänger der **Hutton'schen** Theorie der Erde, die er im Umgange mit diesem Gelehrten, mithin aus der ersten Quell kennen lernte. Er ging darum stets darauf aus, nach den Principien dieser Theorie die natürlichen Erscheinungen zu erklären und Versuche zu machen, um die Umstände auszumitteln, welche die Wirkung des Feuers, den Erwartungen Hutton's ge-

mäss modificiren. In dieser Absicht hat er die schon bekannten Versuche mit kohlensaurem Kalk angestellt und dadurch den Einfluss eines starken Druckes auf das Brennen desselben bestimmt. Ein unerwarteter Vorfall, der sich in seiner Nachbarschaft ereignete, veranlasste ihn zu weiteren Versuchen über denselben Gegenstand.

An den Grenzen von Lammermoor im Thale Alkengaw befindet sich eine horizontale Lage von losen abgerundeten Steinen, die mit Sand und Gerölle vermengt sind und ganz vom Wasser abgesetzt zu seyn scheinen. Hall bemerkte, dass diese Sandbank, die aus völlig losem Material bestand, von einem verticalen Damm durchsetzt sey, der von der Mitte aus an Festigkeit stufenweise abnahm, und endlich zu beiden Seiten in lose Stücke überging. Man konnte nicht annehmen, dass die Masse durch Kalk petrificirt sey, weil eine Säure darauf kein Aufbrausen hervorbrachte. Ein ähnliches Phänomen bemerkte er auch etwa 100 Yard (280 P. F.) weiter, wo ein Damm so fest war, dass die Elemente umsonst daran arbeiten, welche doch die angrenzenden Materialien weggewaschen haben, so dass nur Puddingstein und fester Schiefer übrig ist, der sich auf eine so merkwürdige Weise erhebt, dass man ihn für etwas übernatürliches hält, und ihn mit dem Namen des Feenschlosses (Fairy's Castle) belegt.

Diese merkwürdige Erscheinung brachte ihn auf den Gedanken, dass das Festwerden nicht bloss dieser Classe von Conglomenaten, sondern die des Sandsteins überhaupt durch den Einfluss gasartiger Substanzen hervorgebracht worden sey, welche durch

die Hitze in die Räume zwischen dem losen Sand eindrangen, und daselbst die Theile in Fluss brachten. Als er darüber nachdachte, was das wohl für eine Substanz seyn, und wo sie herkommen konnte, leitete ihn folgende Erfahrung:

Wenige Meilen ausser dem obengenannten Thale, etwa eine Meile von der See und in 2000 bis 3000 Fuss Höhe über derselben tritt ein Sandsteinfels vor, der viele sehr deutlich unterscheidbare Schichten enthält. Einige derselben haben durch die Einwirkung der Luft stark gelitten, und zeigen bei trockenem Wetter eine starke weise Efflorescenz, die sich wie Kochsalz ausnimmt. Dieses schien das Flussmittel bei dem vorher beschriebenen Gestein abgeben zu können. Wenn am Meeresboden sich eine Sand- und Griesschichte befindet, die mit gesättigtem Salzwasser durchdrungen ist und nach Hutton's Hypothese einer grossen Hitze ausgesetzt ist; so muss die erste Wirkung darin bestehen, das Wasser aus der untersten Sandlage zu vertreiben und das dabei frei gewordene Salz mit dem Sande in einen Brei zu verwandeln. Während dieser Operation verhindert die bei dem Verflüchtigen des Wassers Statt findende Absorption der Wärme, dass die Temperatur den Siedpunct des Salzwassers nicht überschreitet. Sobald aber der Sand völlig getrocknet ist, steigt die Hitze über diesen Punct, der Theil, welcher der Wärmequelle am nächsten ist, erlangt nach und nach die Schmelzhitze, das Salz wird verflüchtiget und geht durch den bezeichneten trockenen Brei, macht die Theile an ihrer Aussenseite flüssig und bewerkstelligt so ihre Verbindung. Die theoretische Ansicht sollte

aber durch Versuche bekräftiget werden. Zu diesem Zwecke brachte er trockenes Salz und Sand, jedes in einer besonderen Schichte in einen Schmelztiegel, und mischte sie während des Versuches einigemale mit einander, brachte dann von unten Feuer an. Das Salz ging in Dampfform durch die losen Massen und brachte durch seine Einwirkung eine völlig genügende Consolidirung des Sandes zu einem Stein hervor, so dass hierin nicht blos das Phänomen in Alkengaw, sondern überhaupt die gesammte Sandsteinbildung ihre Erklärung findet.

Diese künstlichen Steine haben verschiedene Grade der Dauerhaftigkeit und Härte; einige davon widerstehen der Einwirkung der Elemente nicht, und zerbröckeln im Wasser; einige widerstehen durch mehrere Jahre, andere sind so weich, das sie ihre Form gar nicht lange beibehalten, während andere mit dem Meisel bearbeitet werden können. Es ist merkwürdig, dass durch dieses Verfahren dieselben Varietäten des Sandsteins erzeugt werden können, wie sie die Natur liefert. Das verflüchtigte Salz wirkt hier ohne Zweifel auf die kieseligen Massen wie Flussmittel und bewirkt die Verbindung der benachbarten Theile. Diese Einwirkung des Salzes wird beim Glasiren der Geschirre in Anwendung gebracht, sie ist daher schon bekannt.

Um dem Einwurf zu begegnen, dass eine kalte Wassersäule, wie diejenige, welche den Meeresboden deckt, dem Process Eintrag thun müsse, deckte er eine Quantität Sand mit einer einige Zoll hohen Salzwassersäule, setzte sie in einen Ofen, erhitzte sie, und als die Flüssigkeit verkocht war, gab er von

Zeit zu Zeit frisches Seewasser zu. Nach und nach nahm die Masse die Consistenz eines Breies an, doch fordert die Operation eine Zeit von drei Wochen, während welcher das Wasser ohne Unterlass sieden musste, um eine mit Salz hinreichend gesättigte Masse zu geben; indess glaubte er, man müsse auch ein genügendes Resultat erhalten, wenn man einmal mit Salz gesättigtes Wasser nimmt, und es verkochen lässt. Er brauchte zu diesem Versuche Schmelztiegel, wie sie die Eisengiesser anwenden. Sie hatten 18 Z. Höhe und 10 Z. Breite, er füllte sie bis an den Rand mit dem völlig gesättigten Brei, der so viel Sand vom Meeresufer enthielt, dass er allein das Gefäss bis auf 25 Zoll anfüllte. Um den stufenweisen Verlauf des Versuches beobachten zu können, wurde eine porcellänerne Röhre, die an Grösse und Gestalt einem Flintenlaufe glich, oben aber offen war, braohte sie in eine verticale Lage, so dass ihr unteres Ende in Sand getaucht war, und sich etwa einen Zoll über dem Boden des Tiegels befand, während das andere Ende einen Fuss über die Oberfläche des Breies hervorragte, so dass man bequem hineinsehen konnte.

Die Porcellanröhre und mithin auch der Sand, auf dem sie ruhte, wurde bald roth glühend, während der Brei, der aus einem eigenen Gefässe beständig nachgefüllt wurde, in einem Zustande des Siedens beharrte; der obere Theil des Sandes, der mit der Flüssigkeit getränkt war, blieb beständig lose, der untere aber bildete eine feste zusammenhängende Masse.

Nachdem die grosse Hitze mehrere Stunden angehalten hatte, liess er die Masse auskühlen und

hierauf herausnehmen. Der untere Theil besass alle Eigenschaften eines vollkommenen Sandsteins. Hielt die Hitze nicht so lange an, so war der Sandstein weniger vollkommen ausgebildet, schmeckte stark nach Salz, und zerfiel im Wasser zu Sand. Indess gaben einige Versuche noch immer ein nicht sattsam entscheidendes Resultat, wovon die Ursache in der chemischen Einwirkung des Salzes liegt, das als Flussmittel auf die Gefässe wirkt. So lange diese Wirkung eine gewisse Grenze nicht überstieg, gelang alles gut, stieg sie aber über diese Grenze, so zerstörte sie das Gefäss, und verwandelte alles in eine schlackige Masse. Nach längerer Zeit fand Hall, dass das Salz nicht so auf Eisen wirke, wie auf die Thonerde, und dass ihm in einem Gefässe aus Gusseisen der Versuch stets wohl gelang.

Nachdem nun nachgewiesen war, dass das Salz mittelst der Hitze eine Consolidirung des Sandes zu Sandstein zu erzeugen vermag, so blieb noch übrig, zu untersuchen, was in der Natur als Flussmittel wirke.

Bekanntlich enthält das Meerwasser in verschiedenen Gegenden verschiedene Quantitäten Salz aufgelöset, in engen Meerengen herrscht ein beständiger Strom, der anzeigt, dass die Verdünstung die durch Flüsse dem Meere zugeführte Wassermenge übersteigt, wie dieses im mittelländischen Meere der Fall ist, in welches beständig vom Ocean durch die Meerenge bei Gibraltar Wasser geführt wird; daher muss man annehmen, dass daselbst die Salzigkeit zunehme, und sich der Sättigung immer mehr nähere. Dasselbe kann

auch in anderen Meeren, selbst im grossen Ocean Statt finden. Wo nun der tiefe Meeresboden von Untiefen umgeben ist, muss das Wasser wenigstens in den untersten Stellen das Salz beinahe absetzen; auch gibt es allenthalben grosse Steinsalzflötze, und in mehreren Ländern bedeutende Salzseen und Salzbäche. Wir haben also den Stoff in hinreichender Menge, welche wie im Thale Alckengaw und bei obigen Versuchen als Erzeugungsmittel des Sandsteines dienet. Eines von den Mitgliedern der Societät, welches durch seinen Scharfsinn sattsam bekannt ist, machte Hall den Einwurf, dass die Gegenwart des kalten Wassers die Wirkung der Wärme am Meeresboden nicht so weit kommen lasse, um die von ihm angeführten Wirkungen hervorzubringen. Indess war bei seinen Versuchen der Sand rothglühend während seines Zusammenbackens, und doch kochte die darüber befindliche Salzmasse noch, ja dies es Glühen dauerte fort, wenn man so viel kalte Masse zugab, dass die Temperatur der Flüssigkeit nicht über den Punct stieg, wo man die Hand nicht mehr ohne Verletzung hätte darein halten können. Wurde statt des Salzbreies frisches Wasser angewendet, so fiel allerdings der Erfolg anders aus, denn da konnte der Sand nicht zum Zusammenbacken gebracht werden, sondern die erzeugte Masse war so locker, dass sie durch ihr eigenes Gewicht aus einander fiel.

Hall nimmt daher an, dass Salz in Form eines Dampfes und durch mässige Hitze getrieben, unter einem bestimmten Druck oder in Verbindung mit anderen Substanzen vielerlei Felse durchdrungen haben mag, und auf einige als Flussmittel wirkte, wie beim

Basalt, Granit etc., bei anderen als Bindemittel, wie es beim Sandstein, Puddingstein etc. der Fall seyn mag, während es andere erweichte, wie z. B. den Grauwackenschiefer. In einigen Fällen, meint er, hat der Salzdampf die Verbindung verschiedener Materialen mit einander bewirkt, wie sublimirte Metalle, die auf diesem Wege in Gänge, Adern und Nester gekommen seyn mögen. Auch dieser Gedanke wurde durch Versuche geprüft. Hall mengte Salz mit Eisenoxyd, pulverte die Masse fein, und setzte sie dann mit Quarzsand der Hitze aus. Da fand es sich, dass das Eisen mit dem Salz verflüchtiget wurde, und dass der so gebildete Sandstein vom Eisen gefärbt war, und noch andere Eigenthümlichkeiten zeigte. Jeder, der einen Sandsteinbruch gesehen hat, muss darin deutliche Spuren von Eisen bemerkt haben, der Stein erscheint auf das mannigfaltigste bezeichnet, die Flecken erscheinen in parallelen Streifen, manchmal in concentrischen Kreisen, oder besser in Stücken concentrischer Kugelflächen, und im Allgemeinen so, dass man nicht wohl annehmen kann, er sey durch einen Bodensatz im Wasser erzeugt worden. Alles dieses erklärt sich, meint Hall, wenn man annimmt, dass der Sandstein bei seinem Entstehen oder auch in einer späteren Periode von Salzdampf durchdrungen wurde, der Eisen mit sich führte.

Oft fand Hall beim Zerbrechen des bei seinen Versuchen gebildeten Sandsteines in demselben Spuren einer anfangenden Krystallisation, wenn es erlaubt ist, eine Anzahl breiter, glänzender paralleler Streifen, die besonders deutlich erschienen, wenn man sie unter einem gehörigen Winkel gegen das Licht hielt, so zu bezeichnen.

Bekanntlich ist das Seesalz, das zu diesen Versuchen angewendet wurde, nicht reines Kochsalz, es wurde aber bei den Experimenten noch mit anderen Stoffen vermengt.

In der Natur mögen oft die mannigfaltigsten Materalien mit einander gemengt vorkommen, und so die unendliche Mannigfaltigkeit bedingen, die wir nicht blos am Sandstein, sondern fast an jeder Formation bemerken, und vielleicht kommen wir einst dahin, alle diese Stoffe in unseren Laboratorien erzeugen zu können.

V. Versuche über die Stärke verschiedener Körper, von Navier.

(Annales de Chimie et de Physique. Nov. 1826.)

Es ist bereits die relative Stärke mehrerer Körper untersucht worden. So weiss man z. B., dass Holz für jeden Quadratmillimeter im Querschnitt mit acht Kilogrammen zerrissen werden kann, Gusseisen braucht dazu 13 — 14 Kilog., Schmiedeisen 40 Kilog.; ist es aber durch den Drahtzug gegangen, um $1\frac{1}{2}$ mal mehr.

Die Untersuchungen, die ich angestellt habe, haben die Festigkeit der Röhren, und anderer einem von innen herauswirkenden Drucke ausgesetzter Körper zum Gegenstande. Ich unterwarf Bleche von Eisen, Kupfer, Blei und Glas Versuchen, weil man aus diesen Materialien manche in der Physik und Chemie brauchbare Gefässe verfertiget, stellte sie mit der

grössten Sorgfalt, und ohne Beihülfe einer Maschine an, und wählte lieber minder starke Stücke, die man durch ein unmittelbar daran gehängtes Gewicht zerreissen konnte, als es mittelst einer Maschine darauf wirken zu lassen, welche fast immer die Resultate etwas abändert. Die Dimensionen wurden mittelst eines Instrumentes gemessen, das mit einem Nonius versehen war, und unmittelbar $\frac{1}{10}$ Millim. angab; bei gebrechlichen Körpern wurde das Gewicht nicht mit der Hand aufgelegt, sondern ich liess langsam Sand zufliessen, und wog ihn nach der Hand. Es wurden auf einer Fläche des Körpers, der untersucht wurde, vor dem Versuche zwei Zeichen gemacht, um die Verlängerung des Stückes, welche die Belastung hervorbrachte, eben so messen zu können, wie die Verminderung des Querschnittes, falls sie merklich war.

Die Resultate dieser Versuche sind:

1) Eisen, das durch den Drahtzug verbessert wird, erleidet durch Strecken zu Blech keine Verbesserung. Sechs Versuche mit Eisenblech, das nach der Länge der Blechfläche belastet war, gaben im Mittel für einen Quadratmillimeter des Querschnittes eine Kraft von 41 Kilog. Vier Versuche, wo die Kraft senkrecht auf die Länge des Bleches wirkte, zeigten eine Kraft von 36 Kilog.

2) Zwei Versuche über Kupferblech zeigten für den Quadratmillim. eine Kraft von 21 Kilog.

3) Sechs Versuche über Bleiblech gaben eine Kraft von 1 $\frac{1}{3}$ Kilog. für den Quadratmillim. Sie gestatteten den Schluss, dass Blei desto weniger Stärke hat, je dünner es bei gleicher Oberfläche ist.

4) Sieben Versuche mit Röhren oder Stangen aus Glas lehrten für den Quadratmillim. eine Kraft von $2\frac{1}{4}$ Kilog. kennen.

Im Allgemeinen scheint sich das Eisen zu verlängern und eine Aenderung zu erleiden, wenn es mit $\frac{2}{5}$ des Gewichtes belastet wird, durch das es reisst. Dieselbe Wirkung tritt bei Kupfer mit dem Gewichte ein, das die Hälfte des zum Zerreissen nothwendigen beträgt, bei Blei bei etwas weniger als der Hälfte.

Diese drei Körper verhalten sich aber vor dem Zerreissen auf eine sehr verschiedene Art. Das Eisen verlängert sich vor dem Zerreissen sehr unregelmässig. Bei den Versuchen variirte die Verlängerung von $\frac{1}{10}$ bis ungefähr $\frac{1}{10}$ der ursprünglichen Länge. Kupfer verlängerte sich vor dem Zerreissen fast um $\frac{2}{5}$ der ursprünglichen Länge, die Breite und Dicke erlitten dabei auch eine Aenderung. Blei hat sich bei der letzteren Belastung nahe um $\frac{1}{10}$ der ersten Länge gezogen, aber bei der Belastung, auf welche die Trennung erfolgte, sah man es sich langsam verlängern und die Breite und Dicke progressiv abnehmen. Während die anderen Körper plötzlich brachen, und eine Bruchfläche darboten, reisst das Blei langsam, indem es sich immer mehr auszieht, und die von einander getrennten Stücke zeigen nach ihrer Trennung eine Art Schneide, welche durch fortwährende Verminderung der Dicke und Breite entsteht, und nehmen die Gestalt eines Schraubenziehers an.

Man weiss, dass man nach den Gesetzen der Statik, in den meisten Fällen die Stärke der Spannung berechnen kann, den die Seitenwände eines Gefässes erleiden, das irgend eine Flüssigkeit enthält, wenn man den in-

neren Druck derselben kennt. So z. B. ist die Spannung der Seitenwand eines beiderseits offenen cylindrischen Gefässes mit kreisförmigem Querschnitte nach der Richtung der Querschnitte allein die Kraft, die für die Einheit der Länge des Cylinders dem Drucke gleicht, der auf die Einheit der Oberfläche ausgeübt wird, multiplicirt mit dem Halbmesser des Cylinders. Ist der Cylinder an beiden Enden geschlossen, so erleidet die Seitenwand ausser der Spannung nach der Richtung des Querschnittes noch eine andere nach der Richtung der Seitenflächen, und man kann beweisen, dass diese um die Hälfte kleiner ist, als die vorige. Ist das Gefäss kugelförmig, so erleidet die Wand eine Spannung, welche der Hälfte derjenigen gleicht, die ein Cylinder von gleichem Durchmesser ertraget. Man muss bemerken, dass man bis itzt nur die nach einem Sinn gerichtete Spannung durch Versuche ausgemittelt hat, und dass die Körper sich in einem Zustande befanden, der von dem sehr abweicht, wo die Wände eine Spannung nach mehreren Richtungen zugleich erleiden. Man kann daher wohl zweifeln, ob man ohne Irrung die Resultate dieser Versuche zur Bestimmung der Dicke der Wände brauchen kann. Um diesen Zweifel zu heben, liess ich aus Eisenblech von $2\frac{1}{2}$ Millim. Dicke zwei hohle Kugeln verfertigen, deren Durchmesser nahe $0^{m}.33$ und $0^{m}.28$ betrug. Diese sphärischen Gefässe wurden mittelst einer hydraulischen Presse durch einen Druck von 144 und 163 Atmosphären zerbrochen. Das Resultat dieser Versuche ist, dass Körper einem nach allen Seiten wirkenden Druck mit derselben Kraft widerstehen, als wenn dieser nur nach einer Richtung wirkt. Es kamen

nämlich auf jeden Quadratmillimeter vom Querschnitte des Bleches, das nach allen Seiten gleiche Spannung erlitt, 46 Kilog., eine Zahl, die nur ein wenig grösser ist, als die mittlere durch directe Versuche gefundene. Dieser Unterschied kommt wahrscheinlich auf Rechnung des Kreises, wodurch die Kugel an der Löthstelle verstärkt war, und der etwas bessern Beschaffenheit des Bleches.

Vergleicht man die Stärke des Bleies, wie sie sich aus directen Versuchen ergibt, mit der, welche Jardine in Edinburg bei seinen Versuchen über cylindrische Röhren gefunden hat, so findet man eine völlige Uebereinstimmung. Daher kann man durch Rechnung die Stärke der Gefässe richtig bestimmen.

Eisenblech.

Bei diesen Versuchen wurde das Blech an einem Ende fest aufgehängt, am anderen Ende eine Platte befestiget, auf welche die Gewichte gelegt werden konnten. Das Werkzeug zum Messen der Dimensionen gab mittelst eines Nonius $\frac{1}{10}$ Millimeter.

Erster Versuch. Das Blechstück, welches der Länge nach geplättet war, endigte sich in zwei Ringe von demselben nur etwas breiteren Bleche.

Einer derselben ging durch ein auf zwei Unterlagen ruhenden Eisenstück, der andere nahm einen Haken mit der Schale auf. Die Länge des Bleches betrug $0^m.045$, die Breite in der Mitte $0^m.009$ an jeden Enden $0^m.0095$, die Dicke $0^m.0015$. Die zwei Zeichen, welche vor dem Versuche mit Zirkelspitzen darauf gemacht wurden, waren $0^m.0366$ von einander entfernt. Als die Belastung 252 Kilog. betrug, war

diese Entfernung noch nicht merklich vergrössert, bei 363 K. betrug sie $0^{m}\cdot037$, bei 463 K, $0^{m}\cdot0392$. Das Stück brach in der Mitte bei 488 K., einen Augenblick, nachdem die letzten 25 K. zugelegt wurden, jedoch bevor die Verlängerung gemessen werden konnte. Das Blech ward sehr gut befunden. Nach dem Zerreissen betrug die Breite nahe am Bruche $0^{m}\cdot0084$ die Dicke $0^{m}\cdot001$.

Zweiter Versuch. Das Blechstück glich dem vorigen. Es war $0^{m}\cdot048$ lang, $0^{m}\cdot0063$ in der Mitte und $0\cdot0068$ an jedem Ende breit, $0^{m}\cdot0015$ dick, die beiden Puncte waren $0^{m}\cdot04$ von einander entfernt. Bei der Belastung von 294 K. trat keine Verlängerung ein. Bei 319 K. betrug obige Entfernung $0^{m}\cdot0403$, bei 344 K. $0^{m}\cdot0406$, bei 354 K. $0^{m}\cdot0409$, bei 369 K. $0^{m}\cdot0419$, bei 374 K. $0^{m}\cdot0423$. Bei letzterer Belastung brach das Blech in der Mitte, einen Augenblick nachdem man den Abstand der beiden Puncte von einander gemessen hatte. Das Blech war wieder sehr gesund. Nach der Trennung betrug die Breite $0^{m}\cdot0059$, die Dicke $0^{m}\cdot0014$.

Dritter Versuch. Mit einem ähnlichen Blechstücke, dessen Länge $0^{m}\cdot036$, die Breite in der Mitte $0^{m}\cdot0073$, an beiden Enden $0^{m}\cdot0076$, die Dicke $0^{m}\cdot0026$ betrug. Die beiden Zeichen standen um $0^{m}\cdot032$ von einander ab. Diese Entfernung wurde bis zu einer Belastung von 663 K. nicht merklich grösser, bei 713 K. betrug sie $0^{m}\cdot0033$, bei 738 K. $0^{m}\cdot0346$, bei 788 K. $0^{m}\cdot0348$. Es brach in der Mitte bei 823 K. Belastung ohne dass man die Verlängerung messen konnte. Die Breite an der Bruchstelle war $0^{m}\cdot007$, die Dicke $0^{m}\cdot0022$.

Vierter Versuch. Ein ähnliches Blech von

$0^{m}.035$ Länge, in der Mitte $0^{m}.0083$, an beiden Enden $0^{m}.0086$ breit, und $0^{m}.0024$ dick. Die Zeichen standen $0^{m}.03$ von einander ab. Diese Distanz wurde bis zur Belastung von 610 K. nicht grösser; bei 635 K. wurde sie $0^{m}.0301$, bei 660 K. $0^{m}.0302$, bei 770 K. $0^{m}.0303$, bei 795 K. $0^{m}.0304$, bei 810 K. $0^{m}.0305$. Die Belastung wurde stets nur um 5 oder 10 K. vermehrt. Die Verlängerung wuchs bis zur Belastung von 905 K., wo die Entfernung der beiden Zeichen $0^{m}.0332$ betrug. Der Bruch erfolgte in der Mitte. Das Blech war sehr gesund und ganz feinkörnig. Nach der Trennung war es $0^{m}.0082$ breit und $0^{m}.00207$ dick.

Fünfter Versuch. Ein ähnliches Blech $0^{m}.0078$ in der Mitte, $0^{m}.0081$ an beiden Enden breit, $0^{m}.0015$ dick. Abstand der beiden Zeichen $0^{m}.04$. Dieser blieb unverändert bis zur Belastung von 356 K.; bei 376 K. betrug er $0^{m}.0405$, bei 436 K. $0^{m}.0411$, bei 461 K. $0^{m}.00422$. Die Trennung erfolgte in der Mitte unter 470 K. Das Blech war gesund und körnig.

Sechster Versuch. Ein Blechstück von gleicher Beschaffenheit, $0^{m}.0073$ in der Mitte, $0^{m}.0079$ an jedem Ende breit, $0^{m}.0023$ dick. Entfernung der beiden Zeichen $0^{m}.05$. Sie blieb unverändert, bis die Belastung auf 286 K. stieg. Bei 336 K. war sie $0^{m}.0502$, bei 486 K. $0^{m}.0504$, bei 536 K. $0^{m}.0506$, die Verlängerung dauerte fort, wobei das Blech bei 686 K. zerriss, wo die beiden Zeichen um $0^{m}.0536$ von einander abstanden. Es hatte ein feines und gleichförmiges Gefüge.

Siebenter Versuch. Das Blechstück glich den vorigen, nur stand sein Längenende auf der Richtung des Plättchens senkrecht. Die Länge be-

trug $0^m.045$, die Breite in der Mitte $0^m.0061$, an jedem Ende $0^m.0065$, die Dicke $0^m.001$. Die Entfernung beider Zeichen $0^m.04$. Bis zur Belastung von 216 K. trat keine merkliche Verlängerung ein. Bei 226 K. wurde jener Abstand $0^m.0401$, bei 231 K. $0^m.0405$, bei 241 K. $0^m.0408$. Die Trennung erfolgte in der Mitte. Die Bruchfläche zeigte ein feines, nicht körniges Gefüge.

Achter Versuch. Ein ähnliches Blechstück: Breite in der Mitte $0^m.0072$, an jedem Ende $0^m.015$, Dicke $0^m.0022$. Abstand der beiden Zeichen $0^m.098$. Diese schien zu wachsen anzufangen bei 256 K. Belastung; bei 381 K. war sie $0^m.0984$, bei 481 K. $0^m.099$. Bei 531 K. erfolgt die Trennung in der Mitte. Das Gefüge nicht sehr feinkörnig; an einzelnen Schichten schienen die Theile nicht völlig zusammenzuhängen.

Neunter Versuch. Das Blechstück, dem vorigen ähnlich, war in der Mitte $0^m.007$: an jedem Ende $0^m.015$ breit und $0^m.0015$ dick. Abstand beider Zeichen $0^m.0904$ der bei 286 K. zu wachsen anfing. Bei 316 K. war sie $0^m.0908$, bei 346 K. $0^m.0918$. Bei 351 erfolgte die Trennung. Die Bruchfläche wie vorhin, nur das Korn feiner.

Zehnter Versuch. Breite des Stückes in der Mitte $0^m.0073$, an dem Ende $0^m.015$; Dicke $0^m.0011$. Abstand der 2 Zeichen $0^m.0905$. Er schien bei 156 K. zu wachsen. Bei 266 K. betrug er $0^m.0907$, bei 219 K. $0^m.0914$, bei 311 K. $0^m.0922$. Das Stück brach bei 316 K. Der Bruch feinkörniger als vorher, sonst ähnlich.

Kupferblech.

Eilfter Versuch. Dieser wurde mit einem Ring gemacht, von $0^m.18$ Länge und $0^m.048$ Breite, der

die Gestalt eines von 2 Halbkreisen geschlossenen Rechteckes hatte. Ein Halbkreis stützte sich auf zwei runde Eisenstücke von $0^{m}.048$ Durchmesser, der andere trug die Schale mit den Gewichten. Die Löthung war an einem der zwei Halbkreise gemacht. Die Breite des zum Ringe verwendeten Kupferstreifens betrug $0^{m}.0112$, die Dicke $0^{m}.0012$. Die Entfernung der zwei an den geraden Seiten angebrachten Zeichen von einander war $0^{m}.09$. Unter 145 K. Belastung war diese nicht merklich geändert. Bei 252 K. war diese Entfernung $0^{m}.0907$, bei 302 K. $0^{m}.0912$. Dieser Abstand wuchs noch weiter fort und betrug bei 535 K. $0^{m}.1177$, bei 538 K. $0^{m}.1365$; es riss dann in der Mitte der zwei geraden Seiten. Die Bruchfläche zeigte mit einer Loupe ein sehr feines Korn. Bei der Verlängerung nahm die Breite und Dicke ab, bis die Trennung erfolgte. Nach dieser betrug die Breite $0^{m}.0098$, die Dicke $0^{m}.001$. Da jede Seite die halbe Last trug, wurde auch nur die Hälfte des ganzen Gewichtes notirt.

Zwölfter Versuch. Ein ähnlicher Ring, von $0^{m}.0116$ Breite, $0^{m}.0018$ Dicke. Abstand der zwei Zeichen $0^{m}.115$. Sie schien bis 486 K. nicht zu wachsen. Bei 536 K. war sie $0^{m}.1158$, bei 581 K. $0^{m}.11605$. Nach der Entlastung blieb dieser Anstand gleich $0^{m}.11595$. Bei neuer Belastung vergrösserte er sich nicht merklich, bis sie 525 K. betrug, wo sie auf $0^{m}.1162$ wuchs. Bei 625 K. war sie $0^{m}.1168$, bei 675 K. $0^{m}.1185$. Hierauf nahm sie fortwährend zu, bis 915 K. wo sie $0^{m}.1401$ betrug. Unter 925 K. brach das Stück beim Anfang der Biegung. Die Breite nach der Trennung war $0^{m}.0105$, die Dicke $0^{m}.017$.

Bleiblech.

Dreizehnter Versuch. Dieser Versuch wurde mit einem Stück Blei gemacht, das in Form eines Rechteckes von einer Bleiplatte abgeschnitten ward. Jede von den zwei Extremitäten wurde mittelst eines Nagels zwischen zwei Breter befestigt und diese an ein Eisenstück angebunden, das die Wagschale trug und welches als Stütze diente. Die Länge des viereckigen Stückes betrug $0^m.11$, die Breite $0^m.0804$, die Dicke $0^m.0033$. Die beiden Zeichen waren um $0^m.07$ von einander entfernt. Diese Entfernung änderte sich nicht bis zu einer Belastung von 96 Kl. Als man es entlastet und hierauf mit 106 Kl. belastet hatte, fand man diese Distanz gleich $0^m.0709$. Unter 111 K. betrug sie $0^m.0713$, unter 121 K. $0^m.0722$, unter 151 K. $0^m.076$. Das Bleistück blieb dabei immer rechteckig, die Breite ward aber $0^m.0293$, die Dicke auf $0^m.0785$. Unter 161 K. brach das Blei, bald nachdem man die letzten 5 K. zugelegt hatte. Das Auge konnte die sehr merkliche Verlängerung, die dem Zerreissen vorausging, leicht bemerken. Der Bruch erfolgte nahe an einem Ende, das sich ein wenig gedreht hatte. Das Blei zeigt keinen transversalen Bruch wie das Eisen und Kupfer, indem es sich sehr stark dehnt; aber die Breite und Dicke, die sich doch an jeder anderen Stelle ganz gleichförmig verminderten, erlitten nahe an der Bruchstelle eine starke Verminderung, so dass sich die Bruchfläche in eine Art Schneide verwandelte, die einem Schraubenzieher glich. Die so stark an den Dimensionen eingegangene Stelle war 1 — 2 Centimeter lang.

Vierzehnter Versuch. Ein dem vorigen ähnliches Stück, dessen Breite $0^m.0202$, dessen Dicke $0^m.0033$ betrug. Die Entfernung beider Zeichen von einander war $0^m.08$. Diese blieb bis zur Belastung von 56 K. unverändert, unter 76 K. wurde sie $0^m.0818$, unter 86 K. $0^m.0849$, unter 111 K. $0^m.0883$. Die Breite reducirte sich auf $0^m.0192$, die Dicke auf $0^m.0031$. Das Stück brach langsam in der Mitte bei 116 K.

Fünfzehnter Versuch. Ein ähnliches Stück von $0^m.0147$ Breite und $0^m.0033$ D. Die Distanz der Zeichen betrug $0^m.081$, sie änderte sich nicht bis 46 K. Belastung, unter 51 K. war sie $0^m.0804$, unter 61 K. $0^m.0812$, unter 76 K. $0^m.0862$. Da betrug die Breite $0^m.0141$, die Dicke $0^m.0032$. Unter 77 K. standen die Zeichen um $0^m.089$ von einander ab und unter 78 K. riss das Stück langsam.

Sechzehnter Versuch. Mit einem ähnlichen Stücke, das $0^m.0312$ breit, $0^m.0024$ dick war. Die Distanz der Zeichen betrug $0^m.09$. Sie wurde unter einer dem Gewichte des Stückes gleichen Last von 36 K. $0^m.0906$, unter 41 K. $0^m.091$, unter 61 K. $0^m.0975$. Es verlängerte sich langsam und riss bei 63 K. Die Schale konnte sich bei der ersten Belastung nicht wenden und doch drehte sich das Bleistück ein wenig. Als man aber der Schale eine Wendung gestattete, kehrte das Stück wieder in die alte Lage zurück. Beide Stücke haben sich wie oben gesagt wurde, stark gezogen.

Siebenzehnter Versuch. Mit einem ähnlichen $0^m.0296$ breiten und $0^m.0024$ dicken Stücke, an dem die Zeichen $0^m.09$ von einander entfernt waren. Diese Entfernung fing unter 51 K. an zu wachsen, war

unter 51 K. $0^{m}.0905$, unter 61 K. $0^{m}.0914$, unter 81 K. $0^{m}.0972$ wo die Breite $0^{m}.0286$, die Dicke $0^{m}.0022$ betrug. Unter 86 K. brach das Stück langsam.

Achtzehnter Versuch. Ein ähnliches Stück, $0^{m}.0165$ breit, $0^{m}.0024$ lang. Die Entfernung der Zeichen war $0^{m}.085$, sie schien nicht zuzunehmen bis zur Belastung von 26, 3 K.; unter 28, 3 K. war sie $0^{m}.0855$ unter 33, 3 K. $0^{m}.0872$, unter 40, 3 K. $0^{m}.0913$. Die Breite des Stückes betrug da $0^{m}.0159$, die Dicke verminderte sich nicht merklich; unter 41, 3 K. verlängerte es sich langsam und zerriss dann.

Glas.

Neunzehnter Versuch. Dazu diente mir eine an beiden Enden mit kreisrunden Ringen versehene Glasröhre, die man leicht an den Enden befestigen konnte. Die Länge von einem Ring zum anderen betrug $0^{m}.155$, der äussere Durchmesser $0^{m}.0048$ bis $0^{m}.0049$, der innere $0^{m}.0022$ bis $0^{m}.0023$. Die Schale wurde langsam mit Sand belastet. Die Röhre brach auf einmal an mehreren Stellen bei 44,4 K.

Zwanzigster Versuch. Mit einer ähnlichen Röhre, an welche die Ringe mit Siegellack befestiget, waren. Der äussere Durchmesser betrug $0^{m}.0068$ bis $0^{m}.007$, der innere $0^{m}.0034$ bis $0^{m}.0035$. Sie brach nahe an einem Ende bei 71,9 K.

Ein und zwanzigster Versuch. Mit einer Röhre von $0^{m}.0068$ — $0^{m}.0071$ äusserem und $0^{m}.0034$ — $0^{m}.0035$ innerem Durchmesser. Sie brach in der Mitte bei 65,9 K.

Zwei und zwanzigster Versuch. Der äussere Durchmesser der Röhre $0^{m}.0054$ — $0^{m}.0058$, der innere $0^{m}.0024$ — $0^{m}.0025$. Sie brach nahe an einem Ende unter 50,4 K.

Drei und zwanzigster Versuch. Mit einer massiven Glasstange. Die Enden wurden im Feuer aufgestauet, langsam erkaltet, und ein grosser Knopf mit Siegellack daran befestiget, an welcher die Schnur festen Platz fassen konnte; der Durchmesser betrug an einem Ende $0^{m}.0064$ — $0^{m}.0065$ am anderen $0^{m}.0070$ — $0^{m}.0071$. Sie brach nahe am dünneren Ende unter 54,9 K.

Vier und zwanzigster Versuch. Eine ähnliche Stange. Sie brach unter 110 K. Der Durchmesser an der Bruchstelle betrug $0^{m}.0065$ — $0^{m}.0066$.

Fünf und zwanzigster Versuch. Eine ähnliche Stange aus Krystallglas von $0^{m}.75$ Länge. Sie brach ohne Erschütterung unter 164 K. als man ½ K. zulegte. Die Trennung erfolgte zugleich an mehreren Stellen. Der kleinste Durchmesser an der dem Bruche nahen Stelle war $0^{m}.0095$ — $0^{m}.0097$, der grösste $0^{m}.0099$ — $0^{m}.01$.

Sphärische Gefässe durch inneren Druck zerbrochen.

Sechs und zwanzigster Versuch. Es wurde ein sphärisches Gefäss von zwei Halbkugeln von Eisenblech verfertiget, die durch Hämmern aus Blech getrieben waren. Beide Stücke legten sich am Rande $0^{m}.01$ über einander nach der Richtung eines grössten Kreises der Kugel, und waren dadurch verbunden und

aneinander gelöthet. An einen Punct dieses grössten Kreises war eine Röhre von $0^m.03$ Durchmesser angelöthet, welche durch eine nach der Richtung der Axe durchbohrte Schraube geschlossen werden konnte, mit der man den inneren Raum der Kugel mit einer hydraulischen Presse in Verbindung setzen konnte. Eine andere ähnliche aber hermetisch geschlossene Oeffnung war an einem der Pole des grössten Kreises angebracht, und diente dazu, um sich der Güte der Löthung versichern zu können. Ein äusserer Durchmesser der Kugel nach der Richtung des grössten die Löthung enthaltenden Kreises betrug $0^m.337$, der darauf senkrechte $0^m.323$, die Blechdicke war $0^m.0026$. Die hydraulische Presse trieb das Wasser in ein Behältniss, mit welchem das Innere der Kugel mittelst einer Röhre in Communication stand. Dieses Behältniss hatte an der oberen Seite in einer horizontalen Fläche eine Oeffnung, die genau einen Quadratcentimeter hielt; diese wurde mit einer kleinen Lederplatte bedeckt und diese durch Gewicht belastet. Als am Hebel die Presse zu spielen anfing, traten rings um das Leder Wassertropfen heraus zum Beweise, dass der Druck der Presse die Belastung der Platte übertraf. Selbst nachdem der Hebel zu spielen aufgehört hatte, trat noch Wasser hervor, weil es früher zusammengedrückt war, und sich um so weiter ausdehnte. Die Platte war bis 138 K. belastet, und die Kugel wich noch nicht; als aber die Belastung 144 K. betrug, bildete sich $0^m.05$ von der Löthstelle eine $0^m.035$ lange Spalte, durch die das Wasser herausspritzte.

Siebenundzwanzigster Versuch. Mit einem ähnlichen Gefässe; der äussere Durchmesser in dem

die Löthung war, betrug 0.^{m} 285 der darauf senkrechte 0.^{m} 279, die Blechdicke 0.^{m} 0024. Die Kugel widerstand, als die Platte mit 159 K. belastet war, brach aber bei 163 K. indem sie 0.^{m} 12 von der Löthstelle eine kleine Spalte bekam.

Folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Versuche:

	Breite	Dicke	Gewicht, welches bewirkte		Gewicht, welches die Trennung bewirkt, bei einem Querschnitte von	
	Mill.	Mill.	die erste Verlänger. Kil.	die Trennung Kil.	1 Quadrat Mill. Kil.	1 Wiener Quadrat Linie. Wiener Pfund.
Eisenblech nach dem Striche.	9	1.5	363	488	36.1	31.05
detto	6.3	1.5	319	374	39.6	34.06
detto	7.3	2.6	713	823	43.3	37.24
detto	8.3	2.4	635	905	45.4	39.04
detto	7.8	1.5	376	461	39.4	33.88
detto	7.3	2.3	336	686	40.9	35.17
Mittelwerth . .	...	...	......	......	40.8	34.5
Eisenblech (senkrecht auf den Strich)	6.1	1.0	216	241	39.5	33.97
	7.2	2.2	381	531	33.5	28.81
detto	7	1.5	286	351	33.4	28.72
detto	7.3	1.1	266	316	39.3	33.80
Mittelwerth . .	...	...	......	......	36.4	31.32
Kupferblech	11.2	1.2	123	269	20	17.20
detto	11.6	1.8	268	463	22.2	19.09
Mittelwerth . .	...	...	......	......	21.1	18.14
Bleiblech	30.4	3.3	106	166	1.65	1.42
detto	20.2	3.3	76	116	1.74	1.50
detto	29.6	2.4	46	86	1.21	1.04
detto	31.2	2.4	36	63	0.84	0.72
detto	14.7	3.3	51	78	1.61	1.38
detto	16.5	2.4	28.3	41.3	1.04	0.89
Mittelwerth . .	...	...	......	......	1.35	1.17

	Breite	Dicke	Gewicht, welches bewirkte		Gewicht, welches die Trennung bewirkt, bei einem Querschnitte von	
			die erste Verlänger.	die Trennung	1 Quadrat Mill.	1 Wiener Quadrat-Linie.
	Mill.	Mill.	Kil.	Kil.	Kil.	Wiener Pfund.
	innerer Durchmesser	äusserer Durchmesser				
Glasrohr . . .	2.3	4.85		44.4	3.1	2.66
detto	3.45	7		71.9	2.47	2.12
detto	3.45	6.95		65.9	2.3	1.98
detto	2.45	5.6		40.4	2.03	1.75
Massive Glasstange	—	6.45		54.9	1.68	1.44
Ein Stück derselb.	—	6.55		110	3.26	2.70
Stange aus Krystgl.	—	9.6		164	2.27	1.95
Mittelwerth . .	.....	......		.....	2.48	2.09

Die letzte Columne wurde eigens zum inländischen Gebrauche berechnet.

VI. Etwas über Brom, vom Dr. Rudolph von Specz, Assistenten bei der Lehrkanzel der Chemie an der Universität zu Wien.

Im chemischen Laboratorium der Universität, wurden 100 Pfund Triestiner Meerwasser, bis auf den Rückstand von 10 Pfund abgedampft, in diesen ward Chlor geleitet, worauf das Wasser die Farbe einer sehr verdünnten Chlorlösung erhielt; und nun mit Stärkeauflösung versucht, zeigte sich in demselben keine Veränderung.

Dieses chlorhältige Wasser ward sodann mit Schwe-

fel-Aether geschüttelt, worauf sich der oben aufschwimmende Aether gelblichroth färbte, der gefärbte Aether wurde durch einen Saugheber abgezogen, und mit Aetzkali versetzt, worauf die Farbe des Aethers verschwand; die ungefärbte ätherische Lösung aber ward bei gelinder Wärme abgedunstet, und auf diese Weise wurden kubische Krystalle erhalten, welche 5 Grane wogen. —

Das auf die angeführte Art erzeugte Kalium-Bromid ward mit etwas braunem Manganperoxyde versetzt, und auf dieses Gemenge mit Wasser verdünnte Schwefelsäure gegossen. Als nun die kleine Retorte durch die Weingeistflamme erwärmt war, entwickelten sich anfangs weisse und später erst gelblichrothe Dämpfe, die zu hyacinthrothen Tropfen verdichtet, durch den eigenthümlichen Geruch sich deutlich genug als Brom zu erkennen gaben. —

Der eigene unangenehme Geruch des Brom's, ähnlich jenem des Jod-Chlorid's, und der Umstand, dass Herr Balard immer Brom mit Jod in Gesellschaft fand, und durch Chlor ausschied, bewogen mich, das Jodprochlorid und Jodperchlorid auf folgende Weise zu prüfen:

Das dunkel gelbrothe Jodprochlorid sowohl, als auch das hyacinthfarbne Jodperchlorid versetzte ich mit Aether, worauf die rothe Farbe sogleich verschwand und der Aether schwach gelb gefärbt wurde; als nachher Aetzkali hinzugesetzt ward, färbte sich die Flüssigkeit nach und nach roth vom sich ausscheidenden Jod, doch auch die rothe Farbe verschwand allmählig, so wie sich das Jod in Schuppen mehr und mehr ab-

setzte. Man könnte folglich folgende Parallele zwischen Brom und Jodchlorid ziehen:

Brom	*Jodchlorid*
Farbe, Geruch } analog	
färbt den Aether hyacinthroth, welche (Farbe) verschwindet vom hinzugegebenen Aetzkali.	die Farbe der Jodchloride verschwindet durch Aether, wird hellgelb, und erst nach hinzugebenem Aetzkali roth.
Die abgedunstete ätherische Lösung gibt kubische Krystalle.	Die abgedampfte Lösung gibt keine Krystalle.

Bei diesem Meerwasser aus Triest ist somit das merkwürdig, dass in demselben das Brom ohne Jod vorkömmt, (was auch Hr. Professor Hermbstädt im todten Meere gefunden zu haben angibt), und dass die Stärkeauflösung nicht die geringste Veränderung hervorbringt, wahrscheinlich weil das Brom in zu geringem Verhältnisse zugegen ist; denn diese 5 Grane Kalium Bromid, welche aus 100 Pfund Meerwasser erzielt wurden, bestanden aus

3,278 Brom, und
1,722 Kalium
5,000 Grane Kalium-Bromid.

Vorausgesetzt die stöchiometrische Zahl des Sauerstoffes sei 10, ist jene des Brom's 93,26. —

VII. Neue und verbesserte physikalische Instrumente und Methoden.

1.

Eine neue Wage vom Mechanikus Werner *) in Wien.

Diese Wage gleicht im Aeusseren einer Sortirwage und ist in Fig. 2 dargestellt. Sie besteht aus einem Balken abc, der an einem Ende eine Wagschale d trägt, am anderen c hingegen über einem eingetheilten Kreisbogen von 6 Z. im Durchmesser egf spielt. Der ganze Apparat ist mit einem Postamente A versehen, und kann durch Stellschrauben h i k in eine solche Lage gebracht werden, dass eine bestimmte Sehne des Kreisbogens vertical steht.

Der Wagebalken ist in B besonders abgebildet. Er stellt einen zweiarmigen, ungleicharmigen Hebel vor, dessen längerer Arm bc aus zwei rechtwinklig mit einander verbundenen Stücken bc und lm besteht. Der Schwerpunct des Balkens und der an dem kürzeren Arm eingehängten Wagschale liegt ausserhalb der Drehungsaxe b und zwar im längeren Arme, und er kann seine Lage ändern, weil jeder der 2 Theile bc und lm mit einem verschiebbaren Gewichte n und m versehen ist. Der Theil bc endiget sich in eine Spitze, die zugleich als Zeiger dient. An der Drehungsaxe b ist ein auf der Ebene des Hebels senkrechter cylindrischer Stift eingesetzt, der nach der Richtung seiner Axe

*) Mechanikus Werner wohnt in Maria Hülf, Hauptstrasse Nr. 35.

kleine Vertiefungen hat, in welche zwei Spitzen passen, die in der an dem Halbmesser des Kreisbogens egf befestigten Gabel o angeschraubt sind und genau auf das Centrum des Kreisbogens zielen.

Im unbelasteten Zustande spielt die Spitze des Zeigers c über dem Nullpuncte der auf dem Kreisbogen verzeichneten Scale, falls das Postament so steht, dass eine Sehne des Bogens, die durch einen feinen Strich am oberen und unteren Theil desselben bezeichnet ist, eine verticale Lage hat. Ist diese Lage nicht vorhanden, so muss man durch die Schrauben h, i, k, mit denen der obere Theil des dreieckigen Tischblattes auf dem unteren ruht, diese Lage herstellen, welches man leicht mittelst eines Perpendickels verrichtet, das man an den Bogen anlegt, so dass der Faden in die Richtung der zwei Striche am Bogen fällt. Sollte zwar der Faden mit den zwei Linien übereinstimmen und doch der Zeiger noch nicht auf den Nullpunct hinweisen, so ist dieses ein Zeichen, dass das Gewicht n nicht an der rechten Stelle sich befindet. Durch sanftes Verschieben desselben wird man bald den Zeiger auf den rechten Punct hinführen können.

Legt man nun irgend einen Körper auf die Wagschale d, so steigt der Hebel, und der Zeiger gibt am Gradbogen das zugelegte Gewicht an. Es ist klar, dass man die nöthige Scale am Bogen durch Versuche bestimmen könnte; bei den gewöhnlichen Sortirwagen ist dieses wirklich der Fall. An Werners Wage hingegen ist die Theilung nach der Theorie berechnet und dieser gemäss genau ausgeführt. An dem Exemplare, welches hier beschrieben wird, reicht die Scale von

o Pf. bis 25 Pf. und der Abstand zweier zunächst auf einander folgender Theilstriche entspricht dem Gewichtsunterschiede von einem Loth. Allein man kann den Balken, mit dem man bis 25 Pf. wiegt, mit einem anderen verwechseln, der viel zarter gebaut ist, und mit dem man von o Loth bis 25 L. wiegt, und die Scale zeigt unmittelbar $\frac{1}{32}$ Loth = 7,5 Gran an. Werner baut aber auch solche Wagen, die von o Pf. bis 200 Pf. reichen und nur wenig grösser sind, als die hier beschriebene. Jedoch nicht die Empfindlichkeit ist es, die diese Wage empfiehlt, sondern der anderweitige ausgedehnte Gebrauch derselben. Abgesehen davon, dass man mit derselben schnell das Gewicht eines Körpers findet, worin sie vor den früher schon bekannten Wagen keinen Vorzug behauptet; so lässt sie sich zu vielen anderen Zwecken brauchen, und zwar

1) Wiewohl die Scale ursprünglich nur für Wienergewichte eingerichtet ist, so kann man damit doch auch nach dem Gewichte jedes Landes abwägen. Man wollte z. B. einen Körper nicht nach Wiener, sondern nach Nürnberger Handelsgewicht abwägen, so lege man ihn in die Wagschale und bestimme sein Gewicht nach Wienerpfunden. Gesetzt er wäge 10 Pf. Da man nun weiss, das Wiener Pfund verhält sich zum Nürnberger Handelspfund wie 560012 : 509782, so erfährt man leicht, dass genannte 10 Pf. im Wienergewichte 10 Pf. 31 $\frac{1}{2}$ Lth. im Nürnbergergewichte geben. Stellt man nun das verschiebbare Gewicht n so, dass der Zeiger statt auf 10 Pf. auf 10 Pf. 31 $\frac{1}{2}$ Lth. weiset, so gibt die Wage alle anderen Gewichte im Nürnberger Handelsgewichte an. Noch kürzer kommt man zum Ziele, wenn man auch nur ein Stück des

Gewichtes hat, nach dem man wägen will, wie z. B. in unserem Falle ein Stück von etwa 2 Pf. Nürnbergergewicht. Dieses legt man auf die Wagschale, und verschiebt das Gewicht n, bis der Zeiger auf 2 Pf. zeiget. Man könnte dieses Geschäft, wenn es einem darum zu thun wäre, noch bedeutend abkürzen, wenn man auf dem Arme, wo sich das verschiebbare Gewicht n befindet, eine Scale verzeichnete, die den für jedes Landesgewicht nöthigen Stand des Gewichtes n angäbe. Dieser Gebrauch dürfte vorzüglich da vom Nutzen seyn, wo man mehrere Gewichte nach einem Masstabe in die nach einen anderen zu verwandeln hat. Eine einzige Rechnung reicht hin, diese Verwandlung mittelst der Wage für jede beliebige Anzahl von Resultaten zu machen.

2) Soll ein Körper in einer bestimmten Anzahl gleicher oder auch ungleicher nach einem bestimmten Gesetze fortschreitender Theile abgetheilt werden, so leistet man dieses mit der hier beschriebenen Wage ungemein leicht. Gesetzt man hätte einen Körper in drei Theile zu theilen, die sich zu einander verhalten, wie 1 : 3 : $5\frac{1}{2}$, so lege man diesen Körper auf die Wagschale, und verrücke das Gewicht n so lange, bis der Zeiger auf $1 + 3 + 5\frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}$ weiset. Legt man nun so viel von dieser Masse auf die Wagschale, bis der Zeiger auf 1, dann bis er auf 3 und endlich bis er auf $5\frac{1}{2}$ weiset, so hat man die Aufgabe gelöset. Eine Auflösung dieses Problems mit gewöhnlichen Wagen ist nicht nur viel mühsamer, sondern auch desshalb sehr schwierig, weil man die zur vorgeschriebenen Abtheilung nöthigen Gewichte oft gar nicht besitzt. Es ist klar, dass die Abtheilung

eines Körpers in gleiche Theile nach demselben Grundsatze gemacht wird. Bei chemischen Verbindungen, wo die Bestandtheile in einem bestimmten Gewichtsverhältnisse genommen werden müssen, um ein beabsichtigtes Product zu erhalten, führt die genannte Wage auf kurzem Wege zu einem sehr richtigen Resultate.

2.

Seebecks Polarisationsapparat.

(Fischers mechanische Naturlehre. Berlin 1827.)

Seebecks ausgezeichnete Verdienste um die Kenntniss der Polarisationsphänomene und ihrer Gesetze sind so gross, dass gewiss jeder Freund der Optik die Geräthschaft kennen zu lernen wünschen wird, wodurch dieser verdienstvolle Gelehrte so glücklich die Geheimnisse der Natur zu entschleiern vermochte.

Fig. 3 stellt diese ungemein einfache Vorrichtung vor; ab ist ein etwa 3 Fuss langes und beiläufig einen Fuss breites Bret, an dessen beiden Enden zwei andere Holzstücke ac und bd rechtwinkelig verbunden sind. An diesen sind die zwei Polarisationsspiegel e und f mittelst prismatischer Holzstücke so angebracht, dass ein Lichtstrahl, dass auf e unter dem Winkel der vollkommenen Polarisation (35° 25′ gegen die Ebene eines gläsernen Spiegels) auffällt, und von ihm reflectirt wird, unter demselben Winkel auf den zweiten Spiegel f auffällt. Das Prisma, woran letzterer befestiget ist, ist mittelst eines runden Zapfens mit bd verbunden, so, dass durch Drehen dieses Zapfens die Einfallsebene auf den zweiten Spiegel unter jeden be-

liebigen Winkel gegen die Einfallsebene von e gestellt werden kann. Zur Bestimmung dieses Winkels kann am Ende des Zapfens ein Zeiger angebracht, und concentrisch mit ihm ein eingetheilter Kreis an der äusseren Fläche von bd gezogen seyn. Zwischen a und b ist ein anderes Bretstück senkrecht auf ab mittelst eines Zapfens eingelassen, so, dass die Ebene desselben gegen ac unter jedem beliebigen Winkel geneigt werden kann. Es stellt dieses Bret eigentlich eine Rahme vor, in deren Oeffnung jene Körper befestiget werden, die man dem polarisirten Lichte aussetzen will. Zur besseren Beleuchtung des Spiegels e ist ab mittelst einer in a angebrachten Charniere mit der eigentlichen Basis ag verbunden, und ein beweglicher Stift h erhält ab in jeder Neigung gegen ag.

3.

Neue Instrumente zur Bestimmung des Feuchtigkeitszustandes einer Luftmasse.

a) Ein Instrument für abgesonderte Luftmassen, von A. Baumgartner.

Die Vorzüge der Hygrometer von Daniell und Körner sind zu bekannt, als dass diese hier einer besonderen Empfehlung bedürften; auch wird jeder, der mit beiden Instrumenten zu thun gehabt hat, bald das letztere dem ersteren vorziehen. Daniell hat bekanntlich sein Instrument auch für abgesonderte Luftmassen eingerichtet, bei Körners Hygrometer ist mir keine Vorrichtung bekannt, die dasselbe leistete, ausser der, welche ich hier beschreibe, und die sich beim Gebrauche als einfach und zweckmässig bewährt.

A (Fig. 4) ist der Recipient, in welchem sich die Luftmasse befindet, deren Feuchtigkeitszustand untersucht werden soll. Er ist oben in a durchbohrt und in die Oeffnung ein silbernes gut vergoldetes Gefässchen, wie ein Fingerhut, gut luftdicht eingekittet. Will man einen hygrometrischen Versuch machen, so umwickelt man ein Thermometer mit freier Kugel mit so viel Musselin, dass sie noch leicht in das Metallgefäss geschoben werden kann, tröpfelt Schwefeläther darauf und beobachtet gerade so, wie bei Körners Hygrometer den Wärmegrad am Thermometer in dem Augenblicke, wo a sich mit einem feinen Thau überzieht.

Der fernere Gebrauch dieser Temperatur zur bestimmteren Ausmittelung des Feuchtigkeitszustandes ist wie bei den übrigen Hygrometern, die auf demselben Grundsatze beruhen.

Es hat nämlich die erkältete Luftschichte im Recipienten, welche das Gefäss berührt, mit der übrigen Luftmasse einerlei Elasticität, und es ist im Augenblicke des Beschlagens das Verhältniss zwischen Luft und Dunst in der ganzen Masse gleich. Heisst nun τ die Expansivkraft der Wasserdünste in der Luft im Recipienten nach Daltons Tafel für die Temperatur des Bethauens, und p der Druck, unter welchem die Luft steht, und der vom äusseren Luftdruck verschieden seyn kann: so ist p — τ die der trockenen Luft entsprechende Spannkraft und p — τ : τ das Verhältniss zwischen dem Volumen der trockenen Luft und des Dunstes. Gesetzt der Dunst halte den Druck p aus, ohne tropfbar zu werden, und es sei das Volumen der feuchten Luft = 1, so ist $\frac{\tau}{p}$ der von Dün-

sten eingenommene Theil. Nimmt man den Feuchtigkeitszustand, wo die Dünste das Maximum ihrer Spannkraft τ' haben, als Einheit an, so gibt der Ausdruck $\frac{\tau}{\tau'}$, den in unserem Falle herrschenden Feuchtigkeitszustand an.

b) Herapaths Verfahren und Instrument.

(Annals of philos. Aug. 1826.)

ABCD (Fig. 5) ist eine heberförmig gebogene, bei A offene, bei C und D mit einem Hahn versehene Glasröhre, wobei AB vertical steht; a und b sind die Oeffnungen für diese Hähne. Mittelst dieser Vorrichtung lässt sich nach 2 Methoden der Feuchtigkeitszustand der Luft ausmitteln:

1) Man schliesse die Hähne C und D, giesse in A so viel Quecksilber von der Temperatur der Luft, bis sich in der in CD zusammengepressten Luft die Dünste abzusetzen anfangen. Gesetzt, es geschehe dieses in dem Augenblicke, wo das Quecksilber in einem Schenkel bis r, im anderen bis s reicht, und die auf Luft in sD drückende Quecksilbersäule die Höhe m hat. Nennt man nun den herrschenden Luftdruck p, die Ausdehnsamkeit der Luft in Ds, τ, die im freien E, so hat man

$$\tau : E = p + m : p;$$

$$E = \frac{p}{p+m} \cdot \tau \quad (1)$$

Da der in Ds enthaltene Wasserdunst mit der äusseren Luft einerlei Temperatur hat, und gerade daran ist, sich in tropfbares Wasser zu verwandeln, so ist auch seine Spannkraft gerade so gross, wie das

der Temperatur der Luft entsprechende Maximum. Demnach ist τ dieses Maximum, und man hat für die Spannkraft der Dünste in der Luft den Ausdruck (1); für die der trockenen Luft hingegen den Ausdruck

$$p - \frac{p\tau}{p+m} = \frac{p+m-\tau}{p+m} \cdot p \quad (2)$$

Denkt man sich ein mit feuchter Luft erfülltes Volumen $=1$, so erhält man den Theil x desselben, welcher den Dünsten zugehört, nach der Proportion

$$p : \frac{p}{m+p} \cdot \tau = 1 : x$$

mithin

$$x = \frac{\tau}{m+p}.$$

Eben so findet man den Feuchtigkeitszustand der Luft, indem man die Spannkraft der vorhandenen Dünste durch diejenige theilt, welche sie haben können, mithin durch den Ausdruck

$$\frac{p}{p+m}.$$

Da diese Methode offenbar dieselben Resultate geben muss, wie die vorige, so erhält man auch

$$\frac{\tau}{\tau'} = \frac{p}{p+m}.$$

Diese Methode hat den Vortheil, dass sie leicht zur Untersuchung kleinerer Luftmassen angewendet werden kann, und man braucht da nicht erst lange zu probieren, wie bei anderen Methoden, und kann den Versuch schnell öfters hinter einander wiederhohlen.

Da die vorige und diese Methode im Grunde zu demselben Resultate führen müssen, so kann man eine

durch die andere berichtigen. Jedoch hängt das Resultat jeder von der Beobachtung des ersten Thauabsatzes ab.

2) Man bringe in den Raum DC eine Portion atmosphärischer Luft, und giesse durch AB Quecksilber nach, schliesse den Hahn D, öffne C, und lasse ihn so lange offen, bis die Oberfläche des Quecksilbers nicht weiter sinken dürfte, ohne dem horizontalen Theil BC etwas zu benehmen. Ist dieses der Fall, so schliesse man den Hahn C, und messe den Druck p, welchen die in DC eingeschlossene Luft erleidet, nebst dem Volumen s, das sie einnimmt. Letzteres wird der Länge der Luftsäule proportionirt seyn, wenn die Röhre CD vollkommen cylindrisch ist. Ist p kleiner als der äussere Luftdruck, so wird auch die Spannkraft der eingeschlossenen Dünste kleiner seyn, als die der in freier Luft befindlichen.

Man giesse nun mehr Quecksilber in A nach, bis man aus dem Beschlagen des Glases in Ds abnehmen kann, es habe sich einiger Dunst condensirt, messe hierauf wieder den Druck auf die Luft, und den von ihr eingenommenen Raum. Es heisse ersterer p′, letzterer s′.

Dasselbe Verfahren wiederhohlt man so oft, als die Röhre AB noch Quecksilber fassen kann, und nenne den bei der nächsten Operation Statt habenden Druck p″, das Volumen der Luft s″.

Ist τ die Spannkraft, welche der Dunst bei der Temperatur der Luft haben kann, so drückt diese Grösse auch die Spannkraft des Dunstes in der comprimirten Luft bei beiden Versuchen aus. Man hat demnach

$$p' - \tau : p'' - \tau = s'' : s'$$

$$\tau = \frac{p's' - p''s''}{s' - s''} \quad (3)$$

und für die Ausdehnsamkeit der trockenen Luft in s' den Ausdruck

$$p' - \tau = \frac{p'' - p'}{s' - s''} \cdot s'' \quad (4)$$

Um zu erfahren, wie die Ausdehnsamkeit derselben in dem Raume s beschaffen seyn würde, bedenke man, dass sich die Ausdehnsamkeiten verkehrt wie die Volumina verhalten, und man bekommt

$$(4)\frac{s'}{s} = \frac{(p'' - p')s's''}{(s' - s'')s} \quad (5)$$

Aber im Raume s ist der Druck, dem die Dünste und die Luft unterliegen, p, mithin ist der Druck auf die Dünste für sich gegeben durch

$$p - (5) = \frac{ps(s' - s'') - s's''(p'' - p')}{(s' - s'')s} \quad (6)$$

Hält nun der Dunst denselben Druck aus, wie die Luft, so verhält sich der Antheil v trockener Luft, welche ein Volumen = 1 enthält, zum Antheil v' an Dünsten, so wie die Gleichung (5) zur Gleichung (6), und man hat

$$v : v' = (5) : (6)$$

$$v + v' : v' = (5) + (6) : (6)$$

aber $v + v' = 1$

mithin

$$v' = \frac{(6)}{(5) + (6)} = 1 - \frac{s's''(p'' - p')}{ps(s' - s'')} \quad (7)$$

Heisst s^r der Raum, welchen das aus Dunst und Luft bestehende Gemenge in dem Augenblicke einnimmt, wo sich der Dunst zu condensiren beginnt, so hat man:

$$s^\tau = \frac{ps(s'-s'')-s's''(p''-p')}{p's'-p''s''} \quad (8)$$

und der gesammte in diesem Augenblicke Statt findende Druck ist

$$P\frac{s}{s^\tau} = \frac{(p's'-p''s'')\,ps}{ps(s'-s'')-s's''(p''-p')} \quad (9)$$

Heisst P der zur Zeit der Beobachtung Statt findende Luftdruck, so wird die Spannkraft der Dünste in der atmosphärischen Luft gefunden, wenn man $P\tau$ durch (9) theilt. Dadurch erhält man nach gehöriger Substitution des Werthes für τ

$$P.\frac{ps(s'-s'')-s's''(p''-p')}{ps(s'-s'')} \quad (10)$$

und daher ist der Dunstantheil in dem Volumen = 1 gegeben durch

$$\frac{ps(s'-s'')-s's''(p''-p')}{ps(s'-s'')} \quad (11)$$

vorausgesetzt, dass er unter dem Drucke P bei der bestehenden Lufttemperatur noch als ausdehnsam bestehen kann.

Theilt man (10) durch (3) so, bekommt man

$$P.\frac{ps(s'-s'')-s's''(p''-p')}{ps(p's'-p''s'')}$$

als den Ausdruck für die Feuchtigkeit der Luft, vorausgesetzt, dass die grösste mögliche Feuchtigkeit = 1 gesetzt wird.

Diese Methode ist unabhängig von der Kenntniss der Spannkraft der Dünste, die erst dadurch bestimmt werden kann. Das einzige, was zu ihrer Anwendung genau bestimmt seyn muss, ist die Capacität der Glas-

röhre an der Stelle, wo sich die zu prüfende Luft befindet. Es erleidet dieses Volumen zwar eine kleine Aenderung durch die Ausdehnung und Zusammenziehung der Luft und durch die Condensirung der Dünste, wobei Wärme frei wird, allein wenn man den rechten Zeitpunct benützet, so wird dieses auf das Resultat vielleicht keinen merklichen Einfluss nehmen. Man könnte dem Uebel dadurch abhelfen, dass man diesen Theil des Apparates in Wasser von bekannter Temperatur tauchte.

Vielleicht wird ein Charnier, das der Röhre AB eine beliebige Neigung zu geben gestattet, den Apparat noch besser machen, weil man durch das successive Neigen dieses Armes gegen die verticale Lage den Druck auf die Luft stufenweise wachsen machen, und so die unregelmässig erfolgende Vermehrung desselben, welche beim Zugiessen von Quecksilber Statt hat, vermeiden könnte. Das grösste Verdienst dieser Methode besteht ohne weiteres darin, dass sie ganz selbstständig ist. Sie gibt die Spannkraft der Dünste ohne vorläufige Bestimmung derselben, und befreiet die Resultate vom Einfluss delicater Gesichtswahrnehmungen, und lässt sich auf jede Menge irgend eines Gases so leicht anwenden, wie auf die atmosphärische Luft.

4.

Vortheilhafte Methode, Wasser zu hitzen, von E. Thomson.

(Phil. mag. and annals of phil. Feb. 1827.)

Die grosse Nützlichkeit warmer Bäder bestimmte Thomson, über eine Methode nachzudenken, durch

welche man in kurzer Zeit und mit wenig Brennmaterial eine zu einem Bade hinreichende Wassermenge auf die nöthige Temperatur bringen kann, und er erreichte seine Absicht vollkommen; denn die Wärmungsmethode, welche hier folgt, liefert mit weniger als 7 Pf. Kohlen innerhalb einer halben Stunde, vom Feuermachen an gerechnet, 40 Gallonen (1½ Eimer) Wasser von der Temperatur 98° F. (29° ⅓ R). Fig. 6 stellt den hierzu nöthigen Apparat vor. a ist der Wasserbehälter, von welchem das Wasser durch die Leitungsröhre b zur Stelle geleitet wird, wo es erwärmet wird. Es dringt nämlich diese Röhre in den Ofen A, in welchem sich ein 18 Z. hoher und 9 Z. dicker Cylinder befindet, der mitten im Feuer steht, und um den jene Röhre spiralförmig herumgeführt wird, in denselben hineingeht, und von da wieder gerade auswärts nach d geleitet wird, und das Wasser in den dazu bestimmten Behälter abgibt.

Die Spiralröhre soll aber einen Zoll weit vom Cylinder abstehen. Die Röhre b hat etwas unter dem Wasserbehälter bei c und bei ihrem Austritt aus dem Ofen einen Hahn f; vor diesem ist eine verticale oben offene Röhre e daran gesetzt. Oeffnet man den Hahn c, so fliesst das Wasser vom Behälter a durch b in die Spiralröhre; ist der Hahn f geschlossen, so muss es daselbst verweilen, und wird darin erhitzt. Sollte es zum Kochen kommen, so können die Dämpfe durch die Aufsatzröhre entweichen, und es ist nichts von ihnen zu befürchten. Oeffnet man den Hahn f, so beginnt das Wasser auszufliessen, und es folgt dann stets neues nach. Man kann den Hahn f gleich anfangs

so wie den Hahn c öffnen, weil das Wasser zum Badegebrauche schon beim blossen Durchgehen durch die Spiralröhre hinreichend warm wird, auch kann man durch den Hahn f die ausfliessende Wassermenge und dadurch die Temperatur, welche es haben soll, reguliren, indem offenbar letztere desto geringer seyn wird, jemehr man den Hahn öffnet. Braucht man siedendes Wasser oder Dampf, so wird wohl das Wasser im Cylinder einen starken Bodensatz machen, der herausgenommen werden kann, wenn man am unteren Theil des Cylinders einen Hahn anbringt. Nach einem dreijährigen Gebrauche ist ein solcher Apparat völlig unverletzt.

Ist die Wasserwanne in einerlei Höhe mit der Vorrichtung zum Hitzen, so braucht man auf die Regulirung der Hähne f und c gar keine Aufmerksamkeit zu verwenden, wenn man alles so einrichtet, wie Fig. 7 zeigt, in welcher alles wie vorhin bezeichnet ist. Füllt man die Wanne mit Wasser, öffnet die Hähne und macht dann Feuer; so wird durch die Wärme das Gleichgewicht im Wasser gestört, das erwärmte fliesst in die Wanne, und wird durch kaltes aus derselben ersetzt, so dass sich ein ununterbrochener Strom bildet, den man durch Absperren der Hähne f und c hemmen kann.

VIII. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

Wärme.

Die Lehre von der Wärme hat in der neuesten Zeit wohl keine so glänzenden Fortschritte gemacht, wie mancher andere Theil der Physik, z. B. die Optik, Electricitätslehre; indess sind doch einige wichtige Puncte durch die vereinten Bemühungen mehrerer Männer von ausgezeichneten Kenntnissen näher erörtert worden.

Thermometer. Wildt*) in Hanover hat zum Behufe des Thermometrographen von Rutherford, der aus einem Quecksilber- und einem Weingeist Thermometer besteht, beide Thermometer mit einander mittelst Rechnung verglichen, und gibt ihre correspondirenden Grade nach seiner Rechnung und nach de Luc's Beobachtungen an, wie folgt:

Quecks. Therm.	Weingeistthermometer	
	nach Wildt,	nach de Luc.
+ 80°	80°.00	——
75	73.90	73.80
70	67.95	67.80
65	62.14	61.90
60	56.48	56.20
55	50.97	50.70
50	45.60	45.30
45	40.38	40.20
40	35.31	35.10
35	30.38	30.30

*) Kastner's Archiv B. 6 S. 299.

Quecks. Therm.	Weingeistthermometer	
	nach Wildt.	nach de Luc.
30°	25 . 60	25 . 60
25	20 . 97	21 . 00
20	16 . 48	16 . 50
15	12 . 14	12 . 20
10	7 . 95	7 . 90
5	3 . 90	3 . 90
0	0 . 00	0 . 00
— 5	3 . 75	
10	7 . 36	
15	10 . 82	
20	14 . 13	
25	17 . 30	
30	20 . 32	
35	23 . 19	
40	25 . 92	
45	28 . 50	

Man war lange Zeit hindurch der Meinung, dass die Fundamentalpuncte eines Thermometers stets richtig bleiben, wenn sie ursprünglich gehörig bestimmt waren. Bellani machte zuerst die Physiker auf die Verrückung aufmerksam, welche der Frierpunct mit der Zeit erleidet; allein erst viel später bemerkte man, an dem Thermometer, welches im Keller der Pariser Sternwarte sich befindet, an einem anderen im botanischen Garten zu Genf und später an vielen anderen, dass der Frierpunct allenthalben zu hoch stehe. Die Ursache dieser Verrückung wurde von verschiedenen Gelehrten verschieden angegeben, und es scheint, als wäre man über den eigentlichen Grund dieser Erscheinung noch bei weitem nicht im Reinen. Bellani*) meint, dass die Thermometer-

*) Giornale di Fisica etc. Tom. 5 pag. 268.

kugel erst nach langer Zeit das Volumen wieder annimmt, welches sie hatte, bevor sie der zum Auskochen des Instrumentes nöthigen Hitze ausgesetzt war; wird daher der Frierpunct bald nach dem Auskochen bestimmt, so findet man ihn tiefer liegend, als nach der Rückkehr des ursprünglichen Volumens. Allein mit dieser Erklärung lässt sich Flaugergues*) Erfahrung nicht vereinigen, dass dieses Phänomen nur an luftleeren geschlossenen Instrumenten Statt findet. Andere **) meinten, es hänge von einer Eigenthümlichkeit des Quecksilbers ab, weil man es an Weingeist-Thermometern nicht bemerken konnte. Allein dieses ist doch nur an kleinen Instrumenten der Fall; solche Weingeist-Thermometer, die ungewöhnlich grosse Dimensionen haben, unterliegen derselben Veränderung. Durch diese Erfahrung ist zugleich auch Blackadder's ***) Meinung widerlegt, das gedachte Phänomen rühre daher, dass in der Kugel eines Thermometers stets etwas Luft enthalten sey, die mit der Zeit zum Theil durch das Quecksilber ihres Sauerstoffes beraubt wird, zum Theile über die Quecksilbersäule tritt, wenn diese Meinung nicht schon desshalb als ungenügend erklärt werden müsste, dass nach ihr der Frierpunct nicht höher, sondern tiefer zu stehen kommen müsste.

Wärmeerregung durch Reiben. Morosi ****) hat die durch Reiben erregte Temperaturerhö-

---

*) Biblioth. univers. Tom. 26. p. 217

**) Bib. univ. Tom. 19. p. 62.

***) Journale of Science. Nr. 9. p. 47.

****) Bulletin des sciences mathem. Tom. 5. p. 36.

hung zu messen unternommen. Der Apparat, dessen er sich bediente, bestand aus einem hölzernen Cylinder mit einem halbkugelförmigen Ende, der in ein Gefäss von Holz passte, und darin mittelst einer Kurbel umgedreht werden konnte. Dieses Gefäss ruhte mit einem metallenen halbkugelförmigen Boden auf jenem Cylinder, und wurde durch Gewichte angedrückt. Der Zwischenraum war mit Wasser erfüllt, dessen Temperatur ein Thermometer angab. Dem Abfluss der Wärme nach Aussen war durch einen Flanellüberzug Abbruch gethan. Es wurde bei einer Reihe der Versuche der Cylinder 30 Mahl in einer Secunde bei einem anderen 60 Mahl gedreht, und ein Druck von zwei Mailänderpfunden angebracht. Bei der dritten Reihe drehte sich der Cylinder in einer Secunde 60 Mahl, jedoch betrug der Druck 4 Pf. Die Metalle aus denen die obengenannte Platte bestand, waren: Eisen, Stahl, Kupfer, Messing, Zink, Zinn, Blei, eine Legirung aus Zinn, Zink und Wismuth, und eine andere aus Blei, Zink und Wismuth. Die Temperatur des Wassers wurde beim Beginnen jedes Versuches, und dann nach Verlauf von 2, 4, 6, 8 Secunden beobachtet. Aus den numerischen Resultaten, welche in der citirten Quelle angegeben sind, lassen sich folgende allgemeine Resultate ziehen:

Die Temperatur wächst mit der Zeit, während welcher die Reibung dauert, doch ist die Zunahme derselben nicht der Zeit, innerhalb welcher sie erfolgt, proportionirt. Im Allgemeinen schien es, als nehme die Zeit schneller zu als die Temperatur.

Die Grösse der Erwärmung bei einerlei Druck und Umdrehungsgeschwindigkeit wächst bei den einzelnen

Metallen in folgender Ordnung: erste Legirung, zweite Legirung, Zinn, Eisen, Kupfer, Messing, Stahl, Zink, Blei.

Die Grösse der Erwärmung wächst mit der Stärke des Druckes.

Die Wärmeentwicklung beim Reiben haben mehrere mit der Annahme eines materiellen Wärmeprincips unverträglich gefunden. Graham*) sucht aber durch eine eigene Hypothese diese Annahme mit der Reibungswärme vereinbarlich zu machen. Er nimmt an, der Wärmestoff sei eine Flüssigkeit, die für sich wie das electrische Fluidum bestehen, oder auch mit Körpern in Verbindung treten kann. Die Theile des Wärmestoffes stossen sich gegenseitig ab, ziehen aber die anderen Körper an, und verbreiten sich auf ihrer Oberfläche unabhängig von ihrer Natur und Temperatur, ohne sich jedoch mit ihr zu verbinden, so wie ein Tropfen Oel sich auf der Oberfläche des Wassers ausbreitet. Den so angehäuften Wärmestoff nennt er die oberflächliche Wärme. Da der Wärmestoff nur vermöge seiner Geschwindigkeit erwärmend wirkt, so kann er die oberflächliche Temperatur nicht erhöhen. Kommen zwei Körper mit einander in sehr nahe Berührung, wie es bei der Reibung der Fall ist, so hören die Theile an der Berührungsstelle auf, oberflächliche zu seyn, der daselbst angehäufte Wärmestoff wird verdrängt; seine abstossende Kraft wächst, er gewinnt eine gewisse Geschwindigkeit, und fängt desshalb an, zu erwärmen.

---

*) Annals of phil. Octob. 1826. p. 260.

Es scheint aber, als müsse eine blosse innige Berührung nach dieser Hypothese eine fast eben so grosse Erwärmung hervorrufen, wie die Reibung, und doch ist, der Erfahrung gemäss, die im letzten Falle erregte Wärme ohne Vergleich kleiner, als die im ersten Falle.

Wärme leuchtender Körper. Powell*) hat über die Eigenthümlichkeit der von leuchtenden Körpern ausgehenden Wärmestrahlen mehrere Versuche angestellt. Er stellte zwei Thermometer, wovon eines eine mit Kreide, das andere eine mit Tusch überzogene Kugel hatte, in einen Kasten, der durch eine gläserne Wand geschlossen war, die gleichsam einen Schirm abgab. Wurde ein leuchtender Körper, z. B. eine glühende eiserne Kugel oder die Flamme einer Lampe den zwei Thermometern gegenüber gestellt, so konnte die Wärme auf sie wirken, und ihren Stand erhöhen; ward hingegen der Schirm dazwischen gestellt, so wurde ein Theil der auf den Schirm auffallenden Strahlen von demselben absorbirt, und er dadurch erwärmt, ein anderer Theil ging durch den Schirm, und wirkte auf die Thermometer. Um aber den Einfluss der Strahlung des erwärmten Schirmes auf die Thermometer constant zu erhalten, wurde an demselben ein Thermometer angebracht, die Temperatur desselben bestimmt, nachdem der erwärmende Körper einige Zeit darauf eingewirkt hatte, und er hierauf stets bei derselben Temperatur erhalten. Aus dem Stande der Thermometer, der verschieden war, je nachdem der Schirm

*) Philos. transact. 1825. part. 1.

zwischen ihnen und der Wärmequelle sich befand oder nicht, zog Powell folgende Schlüsse:

Die von einem leuchtenden Körper ausgehende strahlende Wärme besteht aus Wärmestrahlen von zweifacher Art: die einen gehen wie Lichtstrahlen durch Glas, die anderen hingegen werden dadurch aufgehalten. Diejenigen Wärmestrahlen, welche nicht durch polirtes Glas gehen, erwärmen die Körper nach Verhältniss der absorbirenden Textur (Politur und Glätte oder Mattigkeit) ihrer Oberfläche, ohne Rücksicht ihrer Farbe. Die Erwärmung durch Glas gehender Wärmestrahlen hingegen richtet sich nach der Farbe ohne Bezug auf die Textur der Oberfläche. Ein dunkler warmer Körper sendet lauter Wärmestrahlen aus, die nicht durch Glas gehen; fängt er zu leuchten an, so gesellen sich zu den dunklen Strahlen noch die, welche das Glas durchdringen. Indess steht selbst bei einerlei Temperatur die Menge von beiderlei Wärmestrahlen nicht bei allen Körpern in demselben Verhältnisse; den Powell überzeugte sich, dass metallische, wenn auch nur wenig leuchtende Körper doch viel Wärme ausstrahlen, welche durch Glas geht, während ein gewöhnliches Feuer deren nur wenige gibt.

Ritschie *) hat Versuche angestellt, aus denen er einen den Behauptungen Powell's widersprechenden Schluss zieht, nämlich, dass die Wärmestrahlen frei durch dünnes Glas gehen können. Der Versuch bestand darin, dass er einen heissen Körper zwischen die zwei Kugeln eines empfindlichen Differentialther-

*) Edinb. Phil. Journ. N. 22.

nometers brachte, und den Stand der Flüssigkeit n diesem Instrumente betrachtete, wenn beide Ku- eln durchsichtig waren, und wenn die äussere Hälfte er einen geschwärzt war. Er fand, dass im ersten 'alle keine Bewegung in der flüssigen Masse bemerkt verden könne, im letzten hingegen in der zum Theil eschwärzten Kugel. Dennoch dringen, seiner leinung nach, die Wärmestrahlen durch die Glas- vände in das Innere der Kugeln, entweichen aber im rsten Falle durch die andere Seite wieder, ohne ine Erwärmung hervorzubringen, während sie im weiten durch die geschwärzte Wand zurückgehalten verden und erwärmend zu wirken anfangen.

Powell*) gibt zwar die Richtigkeit der von Ritschie angestellten Beobachtung zu, und hat ich selbst durch einen Versuch überzeugt, der mit einer Folgerung übereinstimmt. Er meinte, das Sinken der Flüssigkeit an der Seite der geschwärzten Kugel komme davon her, dass durch den Ueberzug hr Ausstrahlungsvermögen erhöht werde, dass sie lesshalb schneller abkühle als die andere, darum sich chneller zusammenziehe und die Flüssigkeit eben o zum Sinken bringe, als wenn die Ausdehnsamkeit ler innern Luft zugenommen hätte. Um dieser Be- hauptung einige Stütze zu verschaffen, machte er mit einem sehr empfindlichen Differenzialthermometer einen Versuch, der zeigte, dass wirklich die belegte Kugel schneller abkühle, als die freie.

Als Herschel die verschieden erwärmende Kraft der farbigen Theile eines weissen Sonnenstrahls entdeckt hatte, fand er zwar mancherlei Widerstand

*) Annals of phil. July. 1826.

aber kein Gelehrter nahm es so übel auf, dass ein Ausländer es wage, auf englischem Boden wissenschaftliche Entdeckungen zu machen, als Leslie. Selbst jetzt, wo die Richtigkeit von Herschel's Behauptung im Allgemeinen anerkannt ist, wird noch ein Versuch von Leslie angeführt *), der zeigt, dass der wärmste Ort in einem prismatischen Farbenbilde aus Sonnenlicht nicht ausserhalb des rothen Antheils liege. Der sehr sinnreiche Versuch besteht darin: Es wurde von einer Linse von 20 engl. Z. Durchmesser, der innere Theil mit dunklem Papier bedeckt, so dass nur ein transparenter Ring von 2 Z. Breite übrig blieb, der gleichsam ein ringförmiges dreiseitiges Prisma von 5 F. Länge vorstellte. Wurde dieses der Sonne entgegen gehalten, so entstand auf der andern Seite ein ringförmiges Farbenbild, an welchem die rothen Strahlen sich von Aussen, die violetten von Innen befanden. Man fing diesen Lichtring durch ein mit schwarzem Siegelwachs überzogenes Blatt Papier auf, bevor sich der Ring gleichsam zu einem leuchtenden Punct vereinigt hatte, und man konnte sehen, an welcher Stelle das Wachs zuerst schmolz, mithin wo die grösste Hitze herrsche. Da zeigte es sich, dass es nicht über die rothen Strahlen hinaus schmolz. Allein seit Seebeck**) gezeigt hat, dass die Lage der wärmsten Stelle in einem Farbenbilde auch von der Materie des Prisma abhängt, lässt sich diese Erfahrung Leslie's mit der Behauptung Herschel's wohl vereinigen. Es

*) Annals of philos. Sept. 1826.

**) Abhandlungen der Berliner Academie. 1820.

wäre nicht uninteressant, Versuche über die erwärmende Kraft verschiedenfarbiger Sonnenstrahlen in grossen Höhen anzustellen; denn Ramond *) fand, dass auf dem Pic du Midi ein Brennglas ohne Vergleich stärker wirkt, als in tiefer liegenden Orten, und meint auch, es dürfte sich in grösseren Höhen die erwärmende Kraft verschieden farbiger Lichtstrahlen leicht ausmitteln lassen.

Verbrennen. Ueber das Verbrennen hat die neueste Zeit im Allgemeinen nichts besonders Neues geliefert. Emmet's **) Theorie des Verbrennens enthält für deutsche Gelehrte wohl nichts Neues. Was über diesen Punct Bemerkenswerthes erfolgt ist, bezieht sich grösstentheils auf die Beschaffenheit der Flamme brennender Körper. Oswald Sym hat die Behauptung aufgestellt, dass nur an der Oberfläche einer gewöhnlichen Flamme das eigentliche Verbrennen vor sich gehe. Er schloss dieses aus einigen sehr leicht anzustellenden Versuchen, deren Wesentliches darin besteht, dass er die Flamme gleichsam durch ein Drahtsieb abschneidet, so dass man oberhalb desselben in die Flamme hineinsehen kann; der Querschnitt einer Flamme zeigt sich da als eine dunkle Scheibe, die mit einem leuchtenden Ringe umgeben ist. In der Mitte jener Scheibe befindet sich der Draht. Dieser Ansicht steht die von H. Davy gegenüber, der annimmt, das Verbrennen gehe nicht bloss da vor sich, wo die Flamme die atmosphärische Luft berührt, son-

*) Le Globe. March. 1826.
**) Annals of Phil. Decemb. 1826.

dem in ihrer ganzen Ausdehnung. Er schliesst daraus aus dem Umstande, dass ein Stück brennenden Phosphors selbst mitten in einer Flamme fortbrennt, mithin die Anwesenheit des Sauerstoffes daselbst beurkundet. Um nun die Richtigkeit der einen oder der anderen dieser zwei sich widersprechenden Meinungen ins Reine zu bringen, so wiederhohlte Davies*) die Versuche beider, und fand Resultate, die zu Gunsten Sym's ausfielen.

Er brachte kleine Stücke Phosphor oder Schwefel in die Flamme eines gewöhnlichen Lichtes oder des Weingeistes, und fand, dass sie wohl schmolzen, aber nicht eher zu brennen anfingen, als bis sie den Rand der Flamme berührten, oder dieselbe verlosch. Blies er mit einem Löthrohr Sauerstoffgas darauf, so erfolgte die Entzündung augenblicklich, verlosch aber wieder, sobald der Zufluss von Sauerstoff zu Ende war. Selbst ein Berühren mit einem roth glühenden Drahte konnte das Verbrennen nicht bewirken. Aehnliche Resultate fand er, als er die Flamme eines Wachslichtes in eine Alkoholflamme einschloss.

Aus Sym's Ansicht erklärt Davies ganz einfach die grosse Intensität der Flamme einer Argand'schen Lampe, die gleichsam eine doppelt so grosse Oberfläche hat, als eine gewöhnliche Flamme von gleichem Volumen; das schwache Verbrennen in verdünnter Luft, wo wegen des sparsamen Oxygenzuflusses die Oberfläche der Flamme verringert wird; warum bei Gaslampen die Lichtstärke mit der Menge der Gasöffnun-

*) Annals of Phil. Dec. 1825.

gen wächst, durch welche man gleichsam eben so viele einzelne Flammen erzeugt, deren jede eine besondere Oberfläche hat, bis zu einer gewissen Grenze, über die hinaus die Lichtstärke wieder abnimmt, weil da mehrere Flammen in eine zusammen fliessen, und dadurch an Oberfläche verlieren. Auch die starke Wirkung des Knallgebläses ist hieraus erklärbar, weil in diesem die Flamme der ganzen Masse nach, nicht bloss an der Oberfläche brennt. Die Resultate von Davies Versuchen bestätiget auch Longmine *). Er nahm zum Abschneiden der Flamme einen dicken Draht mit zwei länglichen Augen, die nicht so leicht durch Russ etc. verstopft werden konnten, und überzeugte sich thatsächlich, dass im Innern einer Oelflamme nur unverbrannter Oeldunst enthalten sey. Bekanntlich hat die Flamme von Oel und anderen thierischen oder vegetabilischen Stoffen unten eine blaue Farbe. Nach Longmine kommt dieses daher, weil daselbst der Docht nicht heiss genug ist. Berührt man ihn mit rothglühendem Eisen, so brennt er gleich mit weissem Lichte, aber nimmt alsogleich wieder die blaue Farbe an, wenn das Eisen unter die Rothglühhitze abgekühlt ist.

Davies **) hat auch über das Brennen des comprimirten Gases Versuche angestellt. War die Oeffnung, aus welcher das verdichtete Gas ausströmte zu gross, so verlosch es, während es bei einer kleinen Oeffnung sehr vortheilhaft brannte. Die grösste mögliche Oeffnung,

---

*) Annals of Phil. March. 1826.

**) Annals of phil. Feb. 1826.

bei der die Flamme noch nicht verlischt, gibt eine blaue unruhige, flackernde Flamme, die wenig leuchtet. Kehrt man das Gefäss um, damit die Ausflussöffnung nach unten zu stehen komme, so brennt die Flamme alsogleich ruhig, und leuchtet stark. Im ersteren Falle entweicht nämlich das aufsteigende Gas grösstentheils der erwärmenden Region eher als es die zum Brennen nöthige Hitze hat, im letzten Falle hingegen kehrt es beim Aufsteigen gleichsam in sich selbst zurück und verbrennt.

Skidmore *) fand, dass Knallgas selbst unter Wasser fortbrennt, und dass nur die sonst länglichte Flamme eine runde blasenähnliche Gestalt annimmt. Es hängt dieses Phänomen mit der schlechten Leitungskraft des Wassers für die Wärme wohl zusammen.

Mac-Keever **) hat die bei vielen gangbare Meinung, das Sonnenlicht schwäche den Verbrennungsprocess, oder hemme ihn ganz, durch Versuche geprüft. Er zündete zwei gleiche Kerzen zu gleicher Zeit an, deren eine in einem dunklen, die andere in einem von der Sonne direct beschienenen Platze sich befand, und wog sie, nachdem sie eine Zeit lang gebrannt hatten, und zu gleicher Zeit ausgelöscht worden waren, oder bestimmte die Zeit, innerhalb welcher ein Kerzenstück von bestimmter Länge verbrannte. Nach diesen Versuchen verlor eine Wachskerze im Sonnenlichte in 5 Minuten 8½ Gr., im finsteren Zim-

---

*) Kastners Archiv, B. 4.
**) Annals of phil. Nov. 1825.

mer 9½ Gr., eine andere im Sonnenlichte in 7 Minuten 10 Gr., im Finstern 11 Gr., von einem dritten Paare verbrannte ein Zoll langes Stück im Sonnenschein in 59 Minuten, im Finstern in 56 M., und im gewöhnlichen Tageslichte in 57 M. 10 S.

Demnach hat es mit dieser, auch vom gemeinen Manne gehegten Meinung seine Richtigkeit. M. Keever erklärt sich diese Einwirkung des Lichtes aus der desoxydirenden Kraft der Sonnenstrahlen. Zur näheren Prüfung dieser Behauptung liess M. Keever ein Stück Kerze in einem Orte verbrennen, der successiv von den verschiedenen Theilen des prismatischen Farbenbildes erleuchtet war. Ein 2 Zoll langes Kerzenstück verbrannte im weissen Lichte in 8 M., im grünen in 8 M. 20 S., im violetten in 8 M. 59 S. Selbst die von verschiedenen Stellen des Farbenbildes kommenden Strahlen derselben Farbe zeigten einen verschiedenen Einfluss. Ein Stück von 1 Z. Länge verbrannte unter dem Einflusse der vom Rande kommenden violetten Strahlen in 4 M. 36 S., aber in 4 M. 26 S., wenn die Strahlen von der Mitte kamen. Demnach glaubt M. Keever seine Meinung begründet. Die Herausgeber der Bibl. Univers. *) glauben diese Einwirkung des Lichtes der Luftverdünnung zuschreiben zu müssen, welche das Sonnenlicht bewirkt, um so mehr, da die Grösse der Brennstoffconsumtion sich nach der Wärme erregenden Kraft der Sonnenstrahlen richtet, die den brennenden Körper bescheinen. Allein mit Grund setzt

*) Juillet. 1826.

Schweigger *) dieser Meinung den geringen Unterschied in der Wärmeerregung verschiedenfarbiger Sonnenstrahlen entgegen und führt mehrere Versuche von **Seebeck** und **Vogel** an, welche den grossen Einfluss der desoxydirenden Kraft der Sonnenstrahlen zeigen.

*) Schweiggers Jahrb. 1826. H. 9.

MATHEMATISCHE ABTHEILUNG.

I. Auflösung eines geodaetischen Problemes. Von J. J. Littrow, Director der Sternwarte in Wien.

Die Aufgabe, aus der gegebenen geographischen Breite, dem Azimuthe und der kürzesten Distanz eines Ortes auf der Oberfläche der Erde von einem anderen Orte, die Polhöhe, das Azimuth und die Länge dieses zweiten Ortes in Beziehung auf den ersten zu finden, ist bekanntlich bei geodaetischen Vermessungen von der grössten Wichtigkeit, und daher seit Clairaut, der sich zuerst damit beschäftigte, oft genug, und erst in den neuesten Zeiten wieder von deutschen und englischen Geometern vorgenommen worden. Da mir mehrere dieser Auflösungen, wenn sie genau waren, nicht bequem genug zu so oft wiederkommenden Berechnungen, und wenn sie sich Abkürzungen erlaubten, nicht für alle Fälle genau genug erschienen, so benützte ich eine sich mir darbietende Gelegenheit, wo ich mehrere solcher Reductionen auszuführen hatte, auf die analytische Entwicklung dieses Gegenstandes zurückzugehen. Ich wünschte, dadurch in der Auflösung dieses interessanten Problemes die nöthige Bequemlichkeit mit der Genauigkeit zu vereinigen, die man selbst in den ungünstigsten Fällen, welche in der Ausübung noch vorkommen können, fordern kann, und zugleich die Sache so zu stellen, dass man für die gewöhnlichen, und am häufigsten vorkommen-

den Fälle die Rechnung nicht in ihrer ganzen Strenge zu führen braucht; indem man nur die, für jene ersten Fälle entwickelten Glieder der höheren Dimensionen weglässt.

Sey α, Δ und φ das Azimuth des gegebenen Ortes gegen den gesuchten, die kürzeste Distanz beider in Toisen, und die Polhöhe des gegebenen Ortes. Für den gesuchten Ort sollen die Grössen α und φ in α' und φ' übergehen. Der Längenunterschied beider Orte endlich soll u' seyn. Die Aufgabe reduzirt sich daher auf die Bestimmung der Grössen α', φ', u', aus den gegebenen Grössen α, φ, Δ.

Ich bemerke zuerst, dass ich die Azimuthe α und α', von Nord gegen Ost bis 360° zähle, und dass der Längenunterschied u' negativ ist, wenn der gesuchte Ort westlich von den gegebenen liegt. Die Oberfläche der Erde wird als durch die Rotation einer Ellipse um ihre kleine Axe entstanden vorausgesetzt. Nennt man dann $2a$ und $2b$ die grosse und kleine Axe dieser Ellipse, und $a^2e^2 = a^2 - b^2$, und setzt man der Kürze wegen

$$P = (1 - e^2 \operatorname{Sin.}^2 \varphi') \left[\operatorname{Cos.}^2 \varphi' (1 - e^2 \operatorname{Sin.}^2 \alpha) - \operatorname{Sin.}^2 \alpha \operatorname{Cos.}^2 \varphi \, (1 - e^2 \operatorname{Sin.}^2 \varphi')\right],$$

so erhält man aus der Betrachtung, dass die geodaetische Linie Δ die kürzeste Linie zwischen jenen zwei Puncten der sphärosdischen Oberfläche der Erde ist, nach den bekannten Vorschriften der Variationsrechnung, die zwei folgenden Gleichungen,

$$\left.\begin{aligned} d.\Delta &= \frac{a(1-e^2)\, d\varphi' \operatorname{Cos.}\varphi^1 . \sqrt{1 - e^2 \operatorname{Sin.}^2 \varphi}}{(1 - e^2 \operatorname{Sin.}^2 \varphi^1) . \sqrt{P}} \text{ und} \\ d.u' &= \frac{(1-e^2)\, d\varphi' . \operatorname{Sin.}\alpha \operatorname{Cos.}\varphi}{\operatorname{Cos.}\varphi' . \sqrt{P}} \end{aligned}\right\} \ldots (A)$$

Die Integration dieser beiden Gleichungen wird die beiden Grössen φ' und u' geben, und wenn so φ' bekannt ist, so erhält man das gesuchte Azimuth α' durch die Gleichung

$$\text{Sin.}\alpha' = -\frac{\text{Sin.}\alpha\,\text{Cos.}\varphi}{\text{Cos.}\varphi'}\cdot\sqrt{\frac{1-e^2\,\text{Sin.}^2\varphi'}{1-e^2\,\text{Sin.}^2\varphi}}\;\ldots\;(B)$$

Diese Gleichungen hat, so viel mir bekannt ist, zuerst Oriani gegeben, welcher ausgezeichnete Geometer überhaupt als der vorzüglichste Schriftsteller über diesen Gegenstand zu betrachten ist, da er zugleich in einem eigenen Werke, welches den folgenden Betrachtungen zu Grunde liegt, auch die Entwicklung jener Gleichungen, und dadurch die Auflösung mehrerer sehr interessanter geodaetischen Probleme mit aller wünschenswerthen Genauigkeit gegeben hat.

Da die Integration jener beiden Gleichungen, auf welcher die Auflösung unserer Aufgabe beruht, ihrer Natur nach, nur durch Reihen ausgeführt werden kann, so war es wesentlich, sich zuvor zu versichern, bis zu welchen Potenzen der Excentricität e man diese Reihen fortführen müsse, um der gewünschten Genauigkeit keinen Eintrag zu thun. Zu diesen Untersuchungen boten sich die erwähnten von Oriani gegebenen und bis auf höhere Potenzen von e fortgeführten Auflösungen gleichsam von selbst dar, und sie zeigten, dass man selbst bei Distanzen Δ von 200000 Toisen oder von nahe 52 Meilen noch die vierten und höheren Potenzen der Excentricität in den meisten Fällen ohne wesentlichem Nachtheile weglassen kann. Wir

werden unten Gelegenheit haben, diese Aeusserung durch mehrere Beispiele bestätiget zu finden, da die hier aufzustellenden Ausdrücke selbst noch für eine Distanz von 300000 Toisen oder von 79 deutschen geogr. Meilen sehr nahe dieselben Werthe der gesuchten Grössen α', a' und u' geben, welche man auch mit Berücksichtigung von e^4, e^6 .. erhalten haben würde. Da aber bei den in der That bisher ausgeführten Messungen jene Distanzen noch weit innerhalb diesen Grenzen liegen, so wird es wohl in allen Fällen, wo von einer wirklichen Anwendung, nicht bloss von exorbitanten imaginären Beispielen, die Rede ist, nicht bloss erlaubt, sondern auch zweckmässig seyn, die vierten und höheren Potenzen von der Excentricität der Erde nicht mehr zu berücksichtigen, um so mehr, da wir bekanntlich selbst über den wahren Werth der ersten Potenz dieser Grösse noch nicht ganz im Reinen sind. In der That erheben sich die Seiten der bisher in verschiedenen Ländern gemessenen Dreiecke nur sehr selten auf 40000 Toisen oder 10 Meilen, und das grösste Dreieck, welches je gemessen wurde, das, welches die Insel **Iviza** mit der spanischen Küste verbindet, hatte eine Seite von 82555 Toisen oder nahe 22 deutschen Meilen, ist also noch weit von der oben aufgestellten Grenze von 52 Meilen entfernt. Es ist übrigens bekannt, welche unsägliche Mühe und welche Gefahren die französischen Geometer bestehen mussten, um mit diesem *triangle epouvantable*, wie sie es nannten, zu Stande zu kommen, und man darf es, nach dem Urtheile eines in diesen Arbeiten sehr erfahrnen Mannes, immer noch wenigstens als zweifelhaft annehmen, ob solche un-

gemein grosse Distanzen, in Beziehung auf die Schwierigkeiten aller Art, die hier zu besiegen sind, in der That die gewünschte Genauigkeit der Resultate befördern, und ob sie den mässigen, aber unter allen Umständen mit der grössten Schärfe zu beobachtenden Entfernungen vorgezogen werden sollen.

Um aber auch zu sehen, welche zeitraubenden Berechnungen nothwendig sind, wenn man auch nur noch die vierten Potenzen von e berücksichtiget, und e^6, e^8... vernachlässiget, wollen wir zuerst die Ausdrücke angeben, welche Oriani für diesen Fall mit ungemeiner Sorgfalt und mit seltenem Scharfsinne entwickelt hat. Nennt man mit ihm λ die gegebene Polhöhe des ersten Ortes, so findet er die elliptische Polhöhe (φ') des zweiten Ortes durch folgende Formeln.

Man suche zuerst P, δ, D, λ_1, p und V' durch die Gleichungen

$$P = \frac{\Delta}{b},\quad \delta^2 = \frac{1-e^2}{e^2},\quad D^2 = \delta^2 \operatorname{Cos.}^2 P,$$

$$\operatorname{Tg}\lambda_1 = \operatorname{Tg}\lambda.\sqrt{1-e^2}$$

$$\text{und } \operatorname{Sin.}p = \operatorname{Sin.}\sigma \operatorname{Cos.}\lambda_1,\quad \operatorname{Sin.}V' = \frac{\operatorname{Sin.}\lambda_1}{\operatorname{Cos.}p}.$$

Ist dann $m = 0.4342945$, so findet man A, B, C aus den Gleichungen

$$\log. A = \log.\frac{1}{\operatorname{Sin.}1''} + m\left(\frac{1}{2[illegible]}D^2 - \frac{1}{2[illegible]}D^4 + \frac{7}{[illegible]}D^6\right)$$

$$\log. B = \log.\frac{D^2}{2^2} - m\left(\frac{D^2}{2} - \frac{[illegible]}{2^7}D^4\right)$$

$$\log. C = \log.\frac{D^4}{2^7} - m\left(D^2 - \frac{[illegible]}{2[illegible]}D^4\right)$$

Ist dann $\omega = A.P$, so findet man V aus

$$V = V' + AP + \frac{B}{\text{Sin.}1''} \cdot \text{Sin.}\omega\ \text{Cos.}\ (2V' + \omega)$$
$$+ \frac{C}{\text{Sin.}1''} \cdot \text{Sin.}2\omega\ \text{Cos.}2\ (2V' + \omega)$$
$$+ \frac{B^2}{\text{Sin.}1''} \cdot \text{Sin.}\omega \text{Cos.}(2V' + \omega)\text{Cos.}2(V' + \omega) +$$

Kennt man so V, so findet man endlich φ_1 und daraus das gesuchte elliptische (φ') aus den folgenden Gleichungen

$$\text{Sin.}\varphi_1 = \text{Sin.V.Cos.p} \text{ und } \text{Tang.}(\varphi') = \frac{\text{Tang.}\varphi_1}{\sqrt{1-e^2}}$$

Aehnliche, nicht minder weitläufige Ausdrücke sind dann noch für die beiden anderen Grössen u' und α' zu entwickeln. Man findet sie alle gesammelt in Effemeridi Astronomiche di Milano per l'anno 1827.

Unvergleichbar einfacher werden aber alle diese Formeln, wenn man die vierten und höheren Potenzen der Excentricität vernachlässiget. Um die Integration der beiden Gleichungen (A) zu erleichtern, kann man mit Oriani sehr vortheilhaft die zwei Hülfsgrössen x und x′ so einführen, dass man hat

$$\text{Sin.x} = \frac{\text{Sin.}\varphi}{\text{Cos.p}} \text{ und Sin.x}' = \frac{\text{Sin.}\varphi'}{\text{Cos.p}}, \text{ wo Sin.p} = \text{Sin.}\alpha\text{Cos.}\varphi$$

ist, und wo p eigentlich den Kreisbogen bezeichnet, welchen man aus dem Pole der Erde auf die verlängerte Linie Δ, alles auf der Oberfläche einer Kugel betrachtet, senkrecht herab gelassen hat. Durch die Einführung dieser Grössen werden die Gleichungen (A) in folgende übergehen

$$\frac{d.\Delta}{b} = dx'.\left[1 + e^2\text{Cos.}^2\text{p} - \frac{3e^2}{2}\text{Cos.}^2\text{p Cos.}^2\text{x}' - e^2\frac{\text{Sin.}^2\text{p Cos.}^2\text{x}}{2\text{Cos.}^2\text{x}'}\right]$$

$$d.u' = \frac{dx' \mathrm{Sin.} p}{\mathrm{Sin.}^2 p + \mathrm{Cos.}^2 p \, \mathrm{Cos.}^2 x'} \cdot \left[1 - \frac{e^2}{2} \mathrm{Cos.}^2 p \, \mathrm{Cos.}^2 x' - \frac{e^2}{2} \frac{\mathrm{Sin.}^2 p \, \mathrm{Cos.}^2 x}{\mathrm{Cos.}^2 x'}\right]$$

und jetzt hat die Integration keine weitere Schwierigkeit mehr. Ist so x' durch Δ ausgedrückt, so kennt man auch φ' durch die Gleichung $\mathrm{Sin.}\varphi' = \mathrm{Cos.} p \mathrm{Sin.} x'$.

Um aber den zu erhaltenden Resultaten die grösstmögliche Einfachheit zu geben, habe ich es vorgezogen, nicht die elliptischen φ' und u' aus den beiden letzten Gleichungen unmittelbar, sondern vielmehr zuerst die rein sphärischen φ' und u' durch die bekannten Ausdrücke der sphärischen Trigonometrie zu suchen, und dann ihre von der Ellipticität der Erde abhängigen Correctionen zu bestimmen. Auf diesem Wege findet man nach allen Reductionen, welche hier umständlich anzuführen der Raum nicht gestattet, folgende Correctionen, wo $\omega = \frac{\Delta}{b \mathrm{Sin.} 1''}$ ist,

$$d\varphi' = \frac{e^2 \omega}{2} \mathrm{Cos.}\alpha (1 - 3 \mathrm{Sin.}^2 \varphi)$$

$$+ \frac{e^2 \omega^2}{2} \mathrm{Sin.} 1''. \mathrm{Tg.}\varphi [\mathrm{Sin.}^2 \alpha . (2 + \mathrm{Cos.}^2 \varphi) - 3 \mathrm{Cos.}^2 \varphi].$$

$$du' = -\frac{e^2 \omega}{2} \cdot \frac{\mathrm{Sin.}\alpha}{\mathrm{Cos.}\varphi} (1 + \mathrm{Sin.}^2 \varphi)$$

$$- \frac{e^2 \omega^2}{2} \mathrm{Sin.} 1''. \frac{\mathrm{Sin.} 2\alpha \mathrm{Tg.}\varphi}{\mathrm{Cos.}\varphi} . (1 + \mathrm{Sin.}^2 \varphi)$$

Kennt man aber so die elliptischen Werthe von φ' und u', so findet man die dritte Grösse α' durch die oben angeführte Gleichung (B.)

Es ist also nur noch übrig, diese Grössen φ' u' und α' auf der Oberfläche einer Kugel, deren Ra-

dius gleich b ist, zu bestimmen, wozu man die Gleichung hat,

$$\text{Sin.}\,\frac{\alpha' + u'}{2}\,\text{Sin.}\,\frac{\psi'}{2} = \text{Sin.}\,\frac{\psi - \omega}{2}\,\text{Cos.}\,\frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Cos.}\,\frac{\alpha' + u'}{2}\,\text{Sin.}\,\frac{\psi'}{2} = -\,\text{Sin.}\,\frac{\psi + \omega}{2}\,\text{Sin.}\,\frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Sin.}\,\frac{\alpha' - u'}{2}\,\text{Cos.}\,\frac{\psi'}{2} = \text{Cos.}\,\frac{\psi - \omega}{2}\,\text{Cos.}\,\frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Cos.}\,\frac{\alpha' - u'}{2}\,\text{Cos.}\,\frac{\psi'}{2} = -\,\text{Cos.}\,\frac{\psi + \omega}{2}\,\text{Sin.}\,\frac{\alpha}{2}$$

wo der Kürze wegen $90 - \varphi = \psi$ und $90 - \varphi' = \psi'$ gesetzt worden ist.

Aber selbst diese Auflösung eines spärischen Dreieckes, und daher den Gebrauch der Logarithmen mit sieben Decimalstellen, wird man umgehen, wenn man zuerst die Winkel durch den bekannten schönen Satz von Legendre verändert, und dann das Dreieck als ein ebenes behandelt, oder vielleicht eben so bequem, und ohne der Schärfe der Rechnung irgend einen Eintrag zu thun, wenn man die Grössen α' u' φ' durch folgende ungemein schnell convergirende Reihen sucht.

$$\tfrac{1}{2}(\alpha' + u') = m \,\text{Sin}\, \alpha + \tfrac{1}{2}\, m^2 \,\text{Sin}\, 2\alpha$$
$$+ \tfrac{1}{3}\, m^3 \,\text{Sin}\, 3\alpha$$

$$\tfrac{1}{2}(\alpha' - u') = n \,\text{Sin}\, \alpha + \tfrac{1}{2}\, n^2 \,\text{Sin}\, 2\alpha$$
$$+ \tfrac{1}{3}\, n^3 \,\text{Sin}\, 3\alpha$$

$$\log \text{Sin}\, \frac{90 - \varphi'}{2} = \log \text{Sin}\, \frac{90 - \varphi}{2}\, \text{Cos}\, \frac{\omega}{2} - m \,\text{Cos}\, \alpha$$
$$- \tfrac{1}{2}\, m^2 \,\text{Cos}\, 2\alpha - \tfrac{1}{3}\, m^3 \,\text{Cos}\, 3\alpha - \text{oder endlich}$$

$$\log \text{Cos}\, \frac{90 - \varphi'}{2} = \log \text{Cos}\, \frac{90 - \varphi}{2}\, \text{Cos}\, \frac{\omega}{2} + n \,\text{Cos}\, \alpha$$
$$+ \tfrac{1}{2}\, n^2 \,\text{Cos}\, 2\alpha + \tfrac{1}{3}\, n^3 \,\text{Cos}\, 3\alpha -$$

wo $m = \text{tg}\,\frac{\omega}{2}\ \text{Cosg.}\ \frac{90-\varphi}{2}$ und

$$n = \text{tg}\,\frac{\omega}{2}\ \text{Cosg}\ \frac{90+\varphi}{2}\ \text{ist.}$$

Durch diese Ausdrücke findet man nebst φ° und u' auch die Grösse α', obschon die letzte, wie wir unten sehen werden, entbehrt werden kann. Man sieht übrigens ohne meine Erinnerung, dass in dem Vorhergehenden die Bogen des Ellipsoids, unter der Voraussetzung, dass Δ die kürzeste Distanz zwischen den beiden Beobachtungsorten ist, auf die Oberfläche einer Kugel reduzirt worden sind, deren Halbmesser gleich der halben Axe der Erde ist. Es wäre ohne Zweifel noch angemessener gewesen, sie auf eine Kugel zu reduziren, deren Halbmesser gleich $\frac{a+b}{2}$, oder noch besser, gleich dem Krümmungshalbmesser $\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\,\text{Sin}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$ des Ellipsoids in dem Puncte, dessen Polhöhe φ ist, gewesen wäre, eine Bemerkung, welche die elliptischen Correctionen noch kleiner gemacht haben würde, die mir aber erst am Ende aller Entwickelungen beigefallen ist, und die man endlich leicht nachtragen kann, wenn man es der Mühe Werth finden sollte.

Nimmt man alles Vorhergehende zusammen, so lässt sich die Auflösung unserer Aufgabe, zur Ausübung sehr bequem, in folgenden Ausdrücken zusammen stellen.

Aus den gegebenen Grössen φ, α und ω, [wo

$= \frac{\Delta}{b \operatorname{Sin} 1''}$ ist] suche man die Werthe der elliptischen Grössen $(\varphi') = \varphi' + d\varphi'$

$(u') = u' + du'$ und (α'),

wo φ' u' die rein spärischen Werthe, und (φ'), (u') und (α') die späroidischen Werthe der Polhöhe, der Länge und des Azimuths des zweiten Ortes sind.

Auflösung.

Man suche zuerst φ' u', so wie $d\varphi'$ und du' durch die Gleichungen

$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{Cos}\alpha} \qquad \operatorname{Sin}\varphi' = \frac{\operatorname{Sin}\varphi \operatorname{Sin}(x+\omega)}{\operatorname{Sin} x}$$

$$\operatorname{Sin} u' = \frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\operatorname{Cos}\varphi'} \cdot \operatorname{Sin}\omega$$

$$d\varphi' = + \frac{e^2\,\omega}{2} \operatorname{Cos}\alpha \,.\, (1 - 3 \operatorname{Sin}^2\varphi)$$

$$du' = - \frac{e^2\,\omega}{2} \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{tg}\varphi \,.\, (1 + \operatorname{Sin}^2\varphi)$$

Kennt man so (φ') und (u'), so hat man (α') aus der Gleichung (B), das heisst, aus

$$\log \operatorname{brigg} \operatorname{Sin}(\alpha') = \log \operatorname{brigg} \left(- \frac{\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Cos}\varphi')} \right)$$

$$- 0.00000\ 10528\, e^2 \,[(\varphi') - \varphi] \operatorname{Sin}[(\varphi') + \varphi].$$

Diese Ausdrücke werden in allen Fällen hinreichen, wo Δ nicht über 40000 Toisen oder nicht über 16 deutsche Meilen beträgt. Für die gewiss sehr seltenen Fälle, wo Δ noch bedeutend grösser ist, bleibt die Auflösung dieselbe, mit dem geringen Unterschiede, dass man den vorhergehenden Werthen von $d\varphi'$ und du' noch die folgenden Grössen mit ihren Zeichen hinzufügen wird:

$$\left.\begin{aligned}&\text{zu } d\varphi' \ldots + \frac{e^2\ \omega^2}{2} \operatorname{Sin} 1''. \operatorname{tg}\varphi \left[\operatorname{Sin}^2\alpha\,(2+\operatorname{Cos}^2\varphi) - 3\operatorname{Cos}^2\varphi\right]\\ &\text{zu } du' \ldots - \frac{e^2\ \omega^2}{2} \operatorname{Sin} 1''. \frac{\operatorname{Sin} 2\alpha \operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{Cos}\varphi}\ .\ (1+\operatorname{Sin}^2\varphi)\end{aligned}\right\}\ldots(C$$

Wir wollen nun diese Ausdrücke auf einige Beispiele anwenden, und die so erhaltenen Resultate zugleich mit jenen vergleichen, welche man durch die Berücksichtigung der höheren Potenzen von e erhalten würde, um zu sehen, ob diese letzten in der That übergangen werden können.

Sey also zuerst $\Delta = 30000$ Toisen, $\varphi = 50^\circ$ und $\alpha = 70^\circ$

Nimmt man die halbe kleine Axe der Erde $b = 3261443$ Toisen, und $\log \frac{e^2}{2} = 7{,}47432$ an, so findet man dadurch aus den unmittelbar vorhergehenden Gleichungen

$$\omega = \frac{\Delta}{b \operatorname{Sin} 1''} = 0^\circ\ 31'\ 37''.\ 3$$

$$x = 73^\circ\ 59'\ 13''.\ 6$$

$$\begin{array}{llll} \varphi' = 50^\circ\ 10'\ 39''.7 \ldots\ldots & & u' = 0^\circ\ 46'\ 24''.0 & \\ d\varphi' = \qquad\quad -\ 1.41 & & du' = \qquad -\ 13.22 & \\ \hline (\varphi') = 50\ \ 10\ \ 38.29 & & (u') = 0\ \ 46\ \ 10.78 & \end{array}$$

und endlich $(\alpha') = 250^\circ\ 35'\ 25''.\ 35$

In diesem Beispiele, wo Δ nahe 8 Meilen beträgt, hätte man die Correctionen der Gleichungen (C) ganz weglassen können, da man ohne ihnen erhält,

$$\begin{array}{llll} \varphi' = 50\ \ 10\ \ 39.7 & & u' = 0\ \ 46\ \ 24.0 & \\ d\varphi' = \qquad\ -1.5 & & du' = \qquad -13.1 & \\ \hline (\varphi') = 50\ \ 10\ \ 38.2 & & (u') = 0\ \ 46\ \ 10.9 & \end{array}$$

oder bis auf $0''.1$ dasselbe wie zuvor, eine Grösse,

auf welche noch keine einzige aller unserer Polhöhen verbürgt ist. Die Orianischen Formeln geben

$(\varphi) = 56° 10' 38''.3$, $(u') = 0° 46' 20''.8$ und

$(\alpha') = 250° 35' 25''.4$.

In einem zweiten Beispiele sey $\varphi = 45° 27' 57''.0$, $\alpha = 121° 39' 9''.9$ und $\Delta = 103406$ Toisen, oder nahe 27 deutsche Meilen.

Mit den vorigen Werthen von b und e findet man

$\omega = 1° 48' 59''.7$

$\alpha' = 62° 41' 32''.8$

$\varphi' = 44 \; 29 \; 30.5$ $\quad u' = 2° \; 10' \; 4''.4$

$d\varphi' = \quad + 5.57$ $\quad du' = \quad - 34 .47$

$(\varphi) = 44 \; 29 \; 36.07$ $\quad (u') = 2 \quad 9 \; 29 .93$

$(\alpha') = 303° \; 10' \; 42''.71$

Oriani fand $(\varphi) = 44° \; 29' \; 36''.0$ $u' = 2° \; 9' \; 30''.0$. $(\alpha') = 303° \; 10' \; 42''.6$ also dasselbe, so dass also auch selbst bei einer Distanz von 27 Meilen unsere Ausdrücke noch hinreichend genaue Resultate geben. Diese Distanz übertrifft aber die grösste bisher gemessene, beinahe um 20000 Toisen. Man muss dabei bemerken, dass in Oriani's Rechnung log. Sin. $\varphi = 9.7759793$ statt 9.7759894 seyn muss.

Nehmen wir endlich in einem dritten Beispiele die Lage von Dünkirchen gegen die Sternwarte von Seeberg so an, wie sie Herr General-Lieutenant von Müffling aus seiner Vermessung (Astr. Nachr. N. 27) gefolgert hat, nämlich

$\varphi = 50° \; 56' \; 6''.7$, $\alpha = 274° \; 21' \; 3''.18$ und $\Delta = 390817.48$ Toisen.

Ist hier log. b $= 6.5133546$ oder b $= 3261028$ Toisen, und log. e $= 8.9054355$, so findet man nach den vorhergehenden Ausdrücken

$$\omega = \frac{\Delta}{b \operatorname{Sin} 1''} = 5^\circ\, 17'\, 7''.14$$

$$\varphi' = 51^\circ\, 2'\, 8''.2 \qquad u' = 8^\circ\, 23'\, 56''.94$$

$$d\varphi' = \underline{\qquad + 4.57} \qquad du' = \underline{-\; 2'\, 38''.78}$$

$$(\varphi') = 51\;\; 2\;\; 12.77 \qquad (u') = 8\;\; 21\;\; 18.16$$

$$\log\left(\frac{\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Cos}(\varphi)}\right) = 9.9996978$$

$$\log \operatorname{Sin}(\alpha') = 9.9996934$$

$$(\alpha') = 87^\circ\, 51'\, 15''.70$$

Dieses Beispiel wählte Bessel, um es auf seine Auflösung dieser Aufgabe, die er mit seinem gewohnten Scharfsinne und mit seltener Eleganz ebenfalls auf alle höheren Potenzen der Excentricität fortführte, anzuwenden. Er fand (Astr. Nachr. Nr. 86) mit denselben Werthen von b und e diese Grössen

$$(\varphi') = 51\;\; 2\;\; 12.72$$

$$(u') = 8\;\; 21\;\; 19.04$$

$$(\alpha') = 87\;\; 51\;\; 15.52$$

also die Differenzen mit der vorhergehenden Berechnung

$$\text{für } (\varphi') \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0.05$$

$$(u') \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0.88$$

$$(\alpha') \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 0.18$$

so, dass daher die oben gegebene einfache Auflösung dieses Problems selbst bei dieser, in der Ausübung nie vorkommenden Distanz von nahe 79 deutschen Meilen noch der Wahrheit gemäss, und mit denjenigen Berechnungen, welche auch auf die höheren Potenzen der Ellipticität der Erde Rücksicht nehmen, übereinstimmende Resultate gibt.

II. Neue Eigenschaften der dreiseitigen Pyramide, von Leop. Schulz von Strasznicki, Adjuncten und Supplenten der Lehrkanzel der Physik und angewandten Mathematik an der Wiener k. k. Hochschule.

So viel man sich schon seit den ersten Zeiten unserer Wissenschaft mit den Eigenschaften des geradlinigen Dreieckes beschäftiget hat, so wenig kann man dieses in Bezug auf die Pyramide sagen. Die Ursache davon ist wohl die, dass die Behandlung der Eigenschaften letzterer für die synthetische Methode grösstentheils sehr schwer und äusserst weitläufig wird, daher beinahe über diesen Gegenstand nichts von besonderer Bedeutung bekannt war, bis Lagrange in seinem ungemein schönen Aufsatze (Nouveaux mémoires de Berlin, Année 1773 *) eine Methode lehrte, nach welcher sich die Pyramide beinahe mit derselben Leichtigkeit behandeln lässt, wie das geradlinige Dreieck. Obwohl seit dieser Zeit Euler, Monge, Hachette, Crelle, und viele andere treffliche Männer diesen Gegenstand vornahmen, so hoffe ich doch, dass die neuen Eigenschaften, welche ich hier mit-

*) Ein Auszug aus demselben befindet sich in dem zweiten Theile von Meier Hirsch's Sammlung geometrischer Aufgaben S. 341 etc. Da dieser Aufsatz in seiner Vollständigkeit bekannter zu werden verdient, als er es wirklich ist, und auch noch manche Erweiterungen zulässt, so habe ich eine Bearbeitung desselben unternommen, welche ich dem Publicum nächstens vorzulegen gedenke.

theile, für die Freunde der Wissenschaft nicht ganz ohne Interesse seyn werden.

Um mehr Einfachheit in die nachfolgenden Ausdrücke zu bringen, wollen wir mit Lagrange einen Eckpunct der Pyramide als Anfangspunct annehmen, und den drei andern die Coordinaten x, y, z; x', y', z'; x'', y'', z'' geben; ferner durch α, α', α'', w die Quadrate der Seitenflächen, und durch $\triangle$ den sechsfachen körperlichen Inhalt der Pyramide vorstellen.

Man kann sich eben so leicht wie beim Dreiecke überzeugen, dass der Schwerpunct die Eigenschaft hat, dass die Summe der Quadrate seiner Distanzen von den drei Ecken ein Minimum ist.

Sucht man eben so denjenigen Punct, für welchen die Summe der Quadrate seiner Perpendikel auf die vier Seitenflächen ein Minimum ist, so findet man für die Coordinaten dieses Punctes

$$p = \frac{\alpha x + \alpha' x' + \alpha'' x''}{\alpha + \alpha' + \alpha'' + w}$$

$$q = \frac{\alpha y + \alpha' y' + \alpha'' y''}{\alpha + \alpha' + \alpha'' + w}$$

$$r = \frac{\alpha z + \alpha' z' + \alpha'' z''}{\alpha + \alpha' + \alpha'' + w}$$

diesen Punct wollen wir den Minimumpunct nennen.

Die Aehnlichkeit der Ausdrücke für die Coordinaten des Minimumpunctes und des Mittelpunctes der eingeschriebenen Kugel ist auffallend; nur kommen bei erstern die Quadrate statt der einfachen Potenzen der Seitenflächen vor.

Wir finden uns daher veranlasst, eine allgemeinere Form für die Coordinatenausdrücke anzunehmen, so dass die des Minimumpunctes und des Mit-

telpunctes der eingeschriebenen Kugel als einzelne Fälle davon erscheinen. Diese allgemeinen Formen sind:

$$p = \frac{\alpha^n x + \alpha'^n x' + \alpha''^n x''}{\alpha^n + \alpha'^n + \alpha''^n + w^n}$$

$$q = \frac{\alpha^n y + \alpha'^n y' + \alpha''^n y''}{\alpha^n + \alpha'^n + \alpha''^n + w^n}$$

$$r = \frac{\alpha^n z + \alpha'^n z' + \alpha''^n z''}{\alpha^n + \alpha'^n + \alpha''^n + w^n}$$

Setzen wir hier $n = 1$, so ist, wenn wir der Kürze wegen einen Punct durch seine Coordinaten bezeichnen, (nqr) der Minimumpunct; für $n = \frac{1}{2}$ ist es der Mittelpunct der eingeschriebenen Kugel, und für $n = 0$ der Schwerpunct.

Und nun, noch allgemeiner zu werden, setzen wir

$$p = \frac{x f(\alpha) + x' f(\alpha') + x'' f(\alpha'')}{f(\alpha) + f(\alpha') + f(\alpha'') + f(w)}$$

$$q = \frac{y f(\alpha) + y' f(\alpha') + y'' f(\alpha'')}{f(\alpha) + f(\alpha') + f(\alpha'') + f(w)}$$

$$r = \frac{z f(\alpha) + z' f(\alpha') + z'' f(\alpha'')}{f(\alpha) + f(\alpha') + f(\alpha'') + f(w)}$$

oder

$$p = \frac{m x + m' x' + m'' x''}{m + m' + m'' + n}$$

$$q = \frac{m y + m' y' + m'' y''}{m + m' + m'' + n}$$

$$r = \frac{m z + m' z' + m'' z''}{m + m' + m'' + n}$$

wo m, m', m'' und n beziehungsweise Functionen von α, α', α'' und w seyn können.

Wir wollen nun im Allgemeinen die Eigenschaften dieses Punctes (pqr) untersuchen.

I. Verbinden wir (pqr) und (xyz), und untersuchen wir den Durchschnittspunct dieser Linie mit der Seitenfläche $\sqrt{\alpha}$.

Die Gleichungen dieser Verbindungslinie sind:

$$p - x_1 = \frac{p-x}{r-z}(r - z_1)$$

$$q - y_1 = \frac{q-y}{r-z}(r - z_1)$$

wo x, y, z die veränderlichen Coordinaten der Geraden bedeuten; um nun die Coordinaten des verlangten Durchschnittspunctes zu erhalten, werde ich die Seitenfläche $\sqrt{\alpha}$ zur Ebene xy machen, also

$z' = z'' = o$ setzen, woraus

$$x_1 = \frac{m'x' + m''x''}{m' + m'' + n}, y_1 = \frac{m'y' + m''y''}{m' + m''n} \text{ folgt.}$$

Ein specieller Fall davon ist

$$x_1 = \frac{\alpha'^n x' + \alpha''^n x''}{\alpha'^n + \alpha''^n + w^n} \quad y_1 = \frac{\alpha'^n y' + \alpha''^n y''}{\alpha'^n + \alpha''^n + w^n}$$

dieser Durchschnittspunct hat daher die Eigenschaft, dass wenn er mit den drei Ecken des Dreiecks $\sqrt{\alpha}$ verbunden wird, Dreiecke entstehen, die sich wie die 2n=kten Potenzen der anliegenden Seitenflächen verhalten, und da dieses für jede Seitenfläche gilt, so kann man allgemein sagen:

Bestimmt man in jeder Seitenfläche einen Punct so, dass drei Dreiecke entstehen, die sich wie die kten Potenzen oder bestimmte Functionen der anliegenden Seitenflächen verhalten, und verbindet diese Theilpuncte mit den gegenüberstehenden Eckpuncten, so

schneiden sich diese vier Linien in einem einzigen Puncte.

II. Legt man durch (pqr) und die Puncte $(x'y')$ um $(x''y'')$ eine Ebene, so fragt es sich, welche Winkel diese Ebene mit den Seitenflächen $\sqrt{\alpha'}$, $\sqrt{\alpha''}$, bilde. In dieser Beziehung findet man; wenn E die erlangte Ebene bedeutet

$$\frac{\sin(E\alpha)}{\sin(E\alpha')} = \frac{m}{m'} \cdot \frac{\sqrt{\alpha'}}{\sqrt{\alpha}}$$

daher auch

$$\frac{\sin(E\alpha)'}{\sin(E\alpha)'} = \frac{(\sqrt{\alpha})^n}{(\sqrt{\alpha'})^n} \text{ oder } \frac{(\sqrt{\alpha'})^n}{(\sqrt{\alpha})^n} \text{ oder } \frac{f(\alpha)}{f(\alpha')}$$

Da nun dieses in Bezug auf jede Seitenfläche gilt, so kann man sagen;

Theilt man jeden Winkel zweier Seitenflächen durch eine Fläche so, dass die Sinusse der entstehenden Winkel sich gerade oder verkehrt wie die kten Potenzen oder bestimmte Functionen der anliegenden Seitenflächen verhalten, so schneiden sich diese sechs Ebenen in einem einzigen Puncte.

III. Wir wollen ferner sehen, in was für einem Puncte die Kante in welcher (xy) und $(x'y')$ sind, durch die betrachtete Ebene geschnitten werde. Heissen $\sqrt{s}$ und $\sqrt{t}$ die zwei Stücke, in welche diese Kante getheilt wird, so findet man:

$$\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{t}} = \frac{m'}{m}$$

$$\text{daher } \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{t}} = \left(\frac{\sqrt{\alpha'}}{\sqrt{\alpha}}\right)^n \text{ oder } \left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha'}}\right)^n \text{ oder } \frac{f(\alpha)}{f(\alpha')}$$

dieses gilt in Bezug auf jede Kante. Theilt man daher jede Kante im geraden oder verkehrten Verhältnisse der nten Potenzen oder anderer Functionen der Seiten-

flächen, und legt durch den Theilungspunct und die gegenüberstehende Kante eine Ebene, so schneiden sich diese sechs Ebenen in einem Puncte.

IV. Untersuchen wir endlich die Winkel, welche die Verbindungslinien der Eckpuncte und des Punctes (pqr) mit den Seitenflächen bilden. Heisst die Linie von (pqr) zum Anfangspuncte a, so hat man:

$$\frac{\sin(\alpha.1)}{\sin(\alpha'.1)} = \frac{m}{m'} \cdot \frac{\sqrt{\alpha'}}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\frac{\sin(\alpha.1)}{\sin(\alpha''.1)} = \frac{m}{m'} \cdot \frac{\sqrt{\alpha''}}{\sqrt{\alpha}}$$

daher $\frac{\sin(\alpha.1)}{\sin(\alpha'.1)} = \left(\frac{\sqrt{\alpha'}}{\sqrt{\alpha}}\right)^n$ oder $\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha'}}\right)^n$ oder $\frac{f(\alpha)}{f(\alpha')}$

$\frac{\sin(\alpha.1)}{\sin(\alpha''.1)} = \left(\frac{\sqrt{\alpha''}}{\sqrt{\alpha}}\right)^n$ oder $\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha''}}\right)^n$ oder $\frac{f(\alpha)}{f(\alpha'')}$

Es gilt daher folgender allgemeine Satz. Theilt man jeden Eckwinkel so, dass die Sinusse der Winkel der Theilungslinien mit den Seitenflächen sich gerade oder verkehrt wie die kten Potenzen oder andere Functionen der Seitenflächen verhalten, so schneiden sich diese vier Theilungslinien in einem einzigen Puncte.

Inhalt.

I. Heft. Physikalische Abtheilung.

Mathematische Abtheilung.

II. Heft. Physikalische Abtheilung.

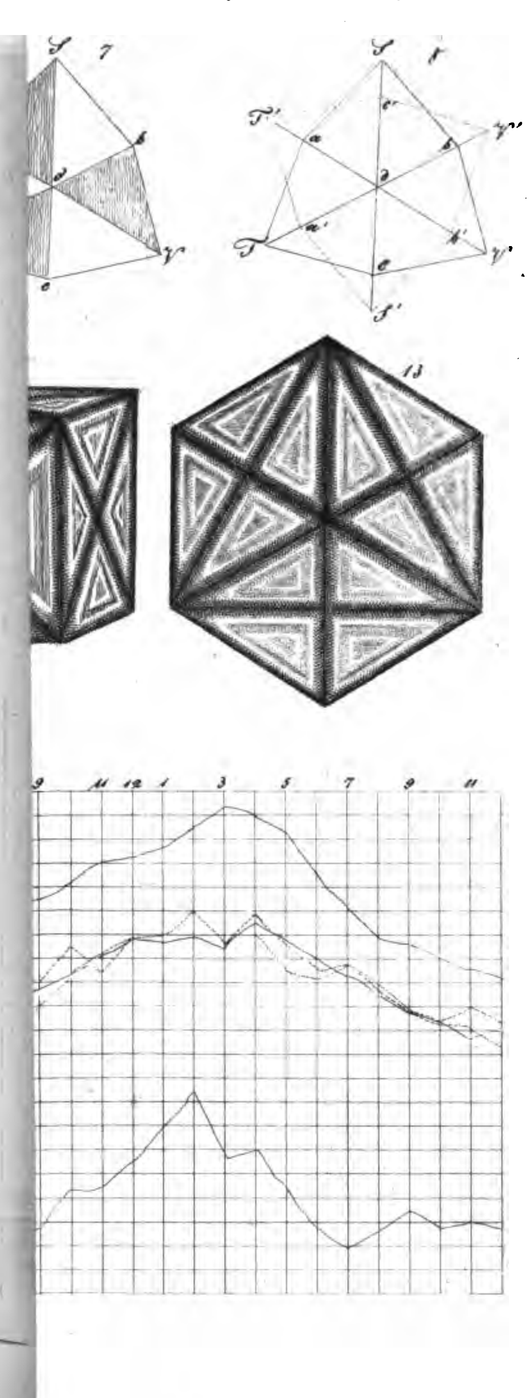
Mathematische Abtheilung.

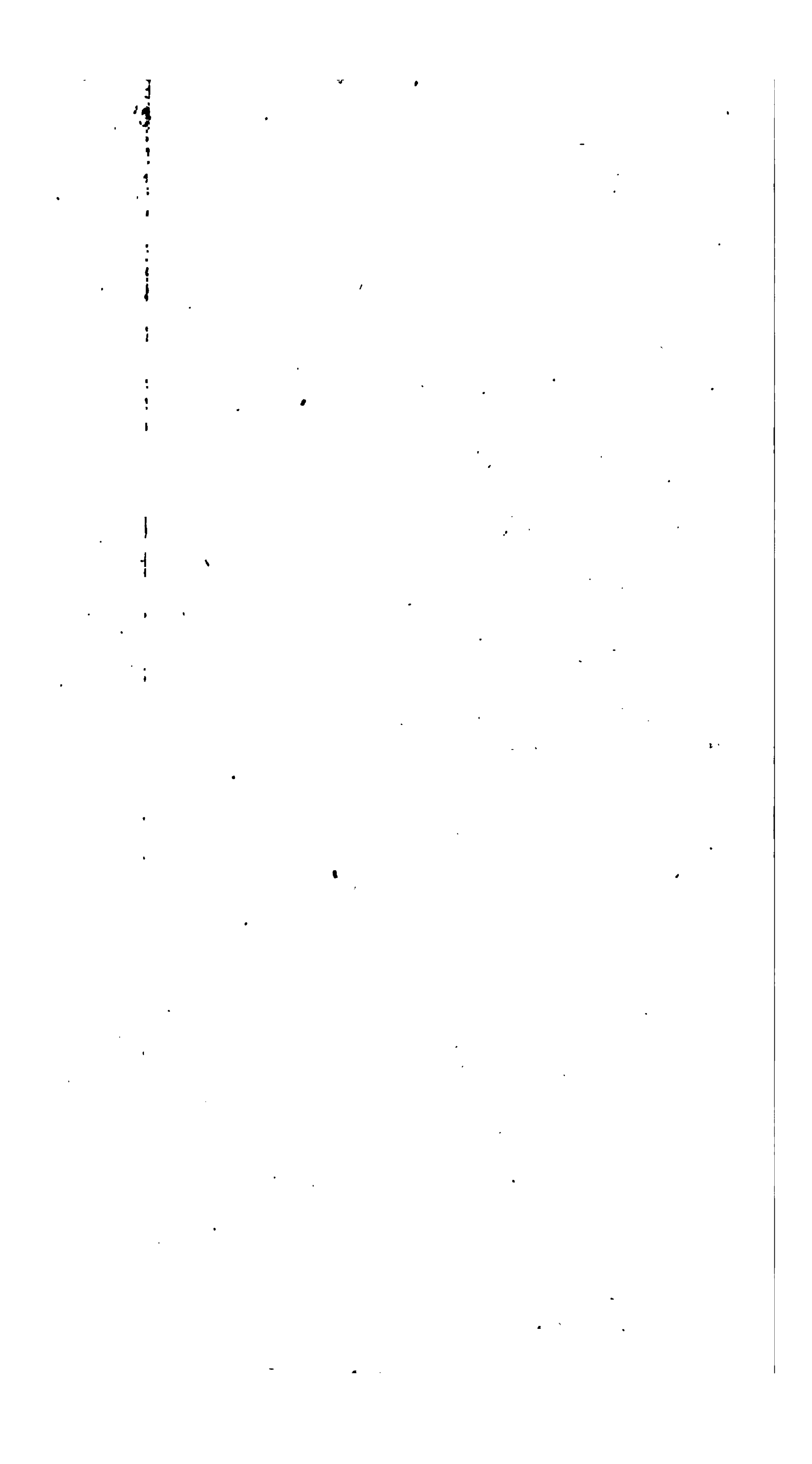
III. Heft. Physikalische Abtheilung.

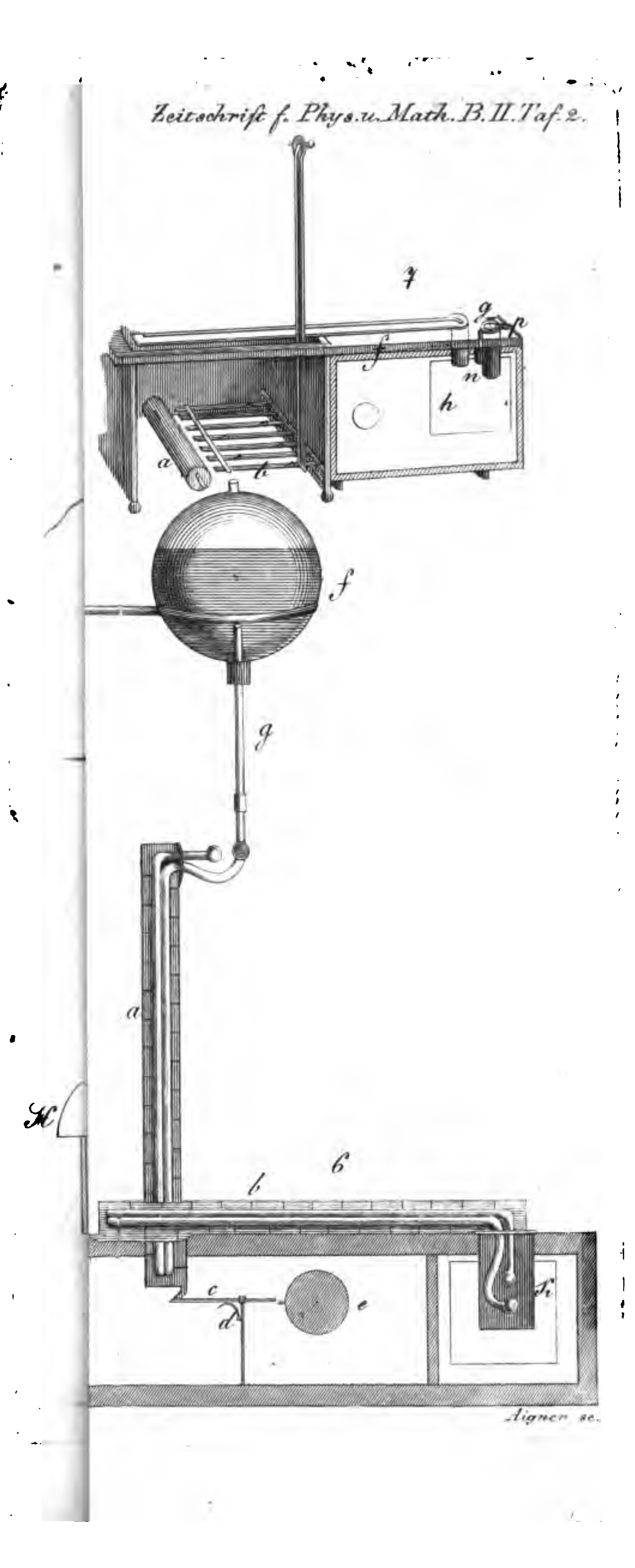
Mathematische Abtheilung.

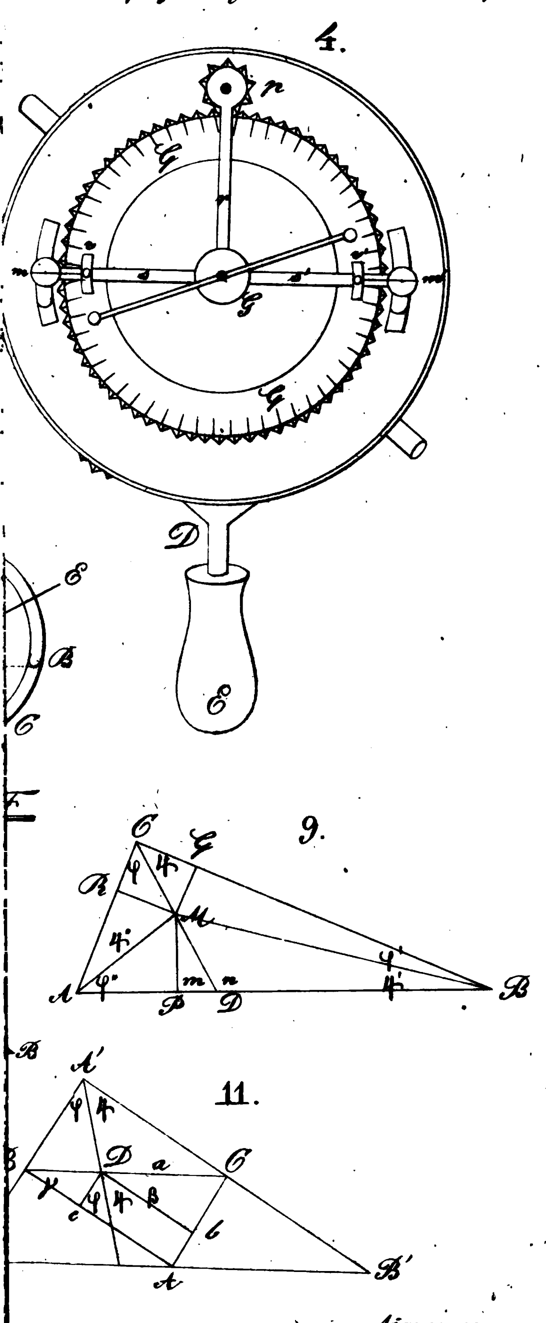
IV. Heft. Physikalische Abtheilung.

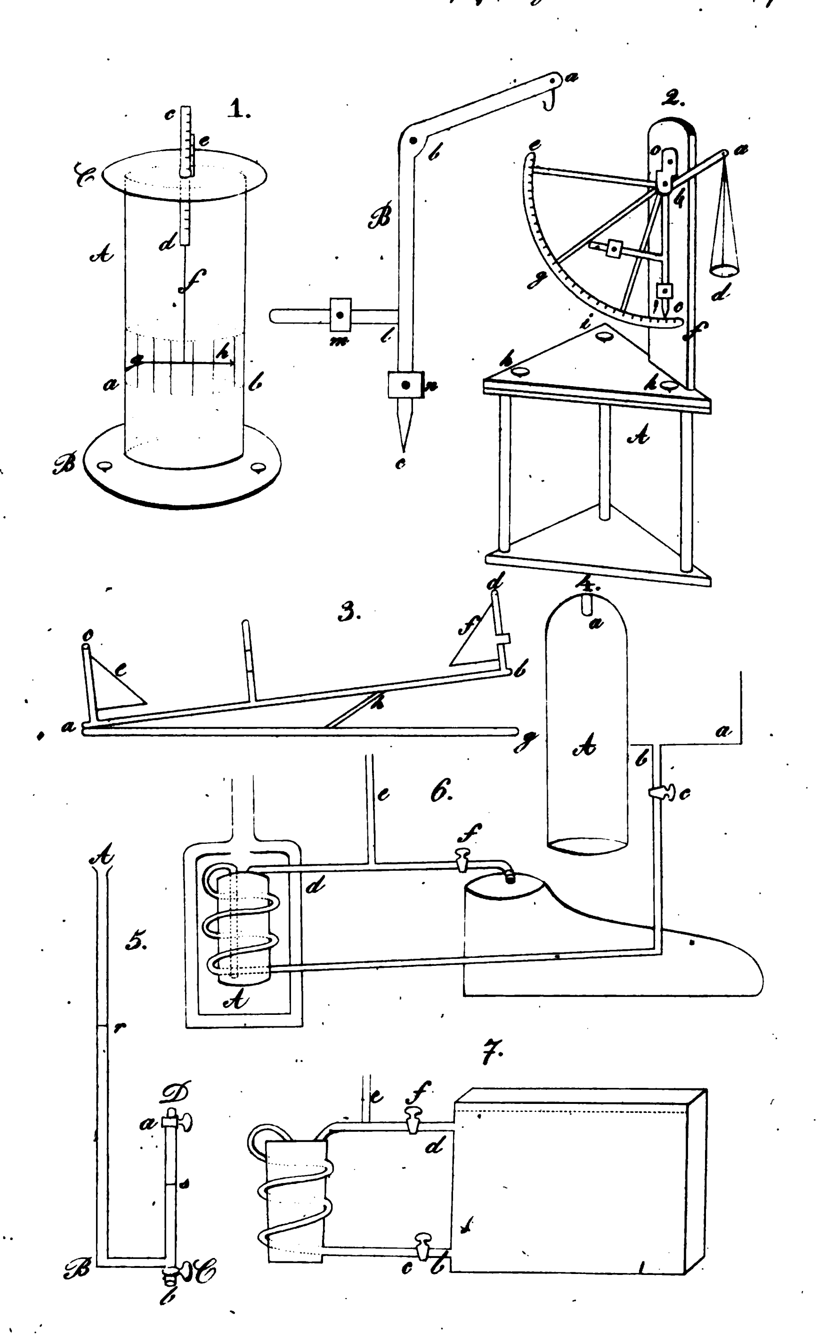
Mathematische Abtheilung.


S
7
a
b
c
γ'
S
8
T'
a
b
d
γ''
a'
b'
e
γ'
f'
13
9
11
12
1
3
5
7
9
11




7
a
b
f
g
p
n
h
f
g
a
6
b
c
d
e
h
Aigner sc.


4.
p
G
m
s
s'
m'
G
G
D
E
E
B
C
9.
C
G
R
φ
ψ
M
ψ'
φ'
φ''
A
m
n
B
P
D
B
A'
11.
φ
ψ
D
a
C
φ
ψ
β
c
b
A
B'
Aigner sc.


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.

